博弈与社会第二次作业

**甲组-8号 张煌昭 1400017707**

**1. （荒岛谈判）**

**(1)** 两人都获得50公斤玉米和土豆。

鲁滨孙的效用为。

星期五的效用为。

这种分配方式不是帕累托最优的。当鲁滨孙获得100公斤玉米，星期五获得100公斤土豆时，鲁滨孙的效用为，星期五的效用为，此时鲁滨孙的效用提升而星期五的效用不变。

**(2)** 不达成合作时，两人通过决斗决定给养的归属，考虑两人的期望效用。

鲁滨孙的期望效用是。

星期五的期望效用是。

两人的威胁点是。

**(3)** 鲁滨孙的边际贡献为，星期五的边际贡献为。两人的边际贡献相等，因此。

假设鲁滨孙分配到公斤的玉米和公斤的土豆（），在合作时鲁滨孙的效用为，星期五的效用为，总效用为；在非合作时鲁滨孙的期望效用为，星期五的期望效用为。则问题变为：

经过如下求解：

得到。

最终鲁滨孙获得（）公斤的玉米和公斤的土豆，效用为，星期五获得公斤的玉米和公斤的土豆，效用为。

**(4)** 在新的效用函数下，不达成合作时，鲁滨孙的期望效用是，星期五的期望效用是。因此威胁点是。

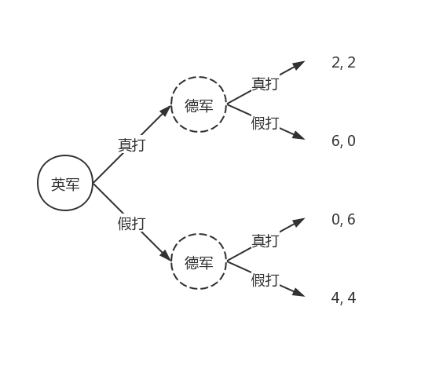
按(3)中同样的过程求解，，，，，。

求解得到。

最终鲁滨孙获得（）公斤玉米和公斤土豆，效用为，星期五获得公斤玉米和公斤土豆，效用为。

**2. （西线无战事）**

**(1)** 假定英军先动，德军后动（由于双方对称，因此先后顺序并没有影响）。只进行一期的博弈树如下：



进行逆向归纳。若英军选择真打，则此子博弈下德军的最优选择是真打；若英军选择假打，则此子博弈下德军的最优选择是真打。在此基础之上，英军的最优选择是真打。因此精炼纳什均衡为（真打，真打）。

**(2)** 考虑无限期重复博弈。

触发战略下，第期博弈双方选择（假打，假打）;某方一旦选择真打，则此后将一直选择真打；一旦对方选择真打，则本方将在下一期博弈及此后一直选择真打。

假设在第期博弈之前（），双方的选择始终为（假打，假打）。若此后双方一直选择假打，则双方的效用均为；若德军在当轮及以后一直选择真打（或英军首先选择真打），效用为，而英军当轮选择假打，之后一直选择真打，效用为。双方在第期选择（假打，假打），需要满足如下不等式：

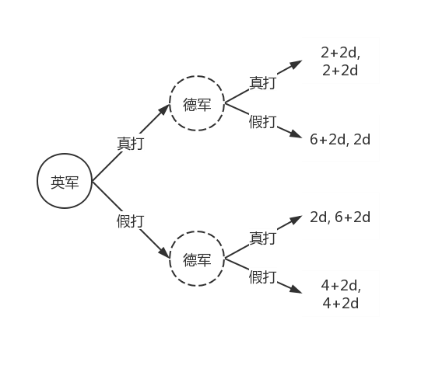
解得。此时双方会在每一期选择（假打，假打）。

针锋相对战略下，第期双方选择·（假打，假打）；某一方一旦选择真打，则对方将在下一期选择真打。

假设在第期博弈之前（），双方的选择始终为（假打，假打）。若在当轮德军选择真打，英军选择假打（或英军首先选择真打），则此后双方会轮流选择真打，那么英军的效用为，德军的效用为。双方在第期选择（假打，假打），需要满足如下不等式：

解得。此时双方会在每一期选择（假打，假打）。

**(3)** 进行逆向归纳。在最后一期博弈，根据(1)，双方会选择（真打，真打）。在倒数第二期博弈中，博弈树如下：



此时相当于最后一期的博弈中所有效用加上常数值，纳什均衡仍为（真打，真打）。以此类推，递推至任何一期博弈，纳什均衡都是（真打，真打）。因此该博弈的子博弈精炼纳什均衡是（真打，真打）。

**(4)**

**a)** 该博弈可以表示为下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |
| 德军 | 非理性（） | 假打 |  |
| 理性（） | 真打 | 真打 |
| 英军 | 理性 |  | 真打 |

英军在第期真打的期望效用为，假打的期望效用为。英军在第期选择假打，需要满足如下不等式：

解得，此时英军会在第一期选择假打。然而只有在德军是非理性的情况下，才会有“西线无战事”，即在时，以概率在第期出现“西线无战事”。

**b)** 该博弈可以表示为下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |
| 德军 | 非理性（） | 假打 |  |  |
| 理性（） |  | 真打 | 真打 |
| 英军 | 理性 |  |  | 真打 |

理性的德军需要权衡第期的选择。若选择当期“最优”的真打会暴露自己是理性的，从而使得第期陷入囚徒困境之中。理性的德军会在相信时，在第期选择假打，以掩盖自己的理性类型，使得第期获得更高的效用。因此只要，理性的德军选择就是最优的。

将和的不同组合展开如下表，英军的期望效用标注在表中。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  |
| 德军 | 非理性（） | 假打 | 真打 | 真打 |
| 理性（） | 假打 | 真打 | 真打 |
| 英军 | 理性 | 真打 | 真打 | 真打 |
|  | | | | |
| 德军 | 非理性（） | 假打 | 真打 | 假打 |
| 理性（） | 假打 | 真打 | 真打 |
| 英军 | 理性 | 真打 | 假打 | 真打 |
|  | | | | |
| 德军 | 非理性（） | 假打 | 假打 | 真打 |
| 理性（） | 假打 | 真打 | 真打 |
| 英军 | 理性 | 假打 | 真打 | 真打 |
|  | | | | |
| 德军 | 非理性（） | 假打 | 假打 | 假打 |
| 理性（） | 假打 | 真打 | 真打 |
| 英军 | 理性 | 假打 | 假打 | 真打 |
|  | | | | |

理性的德军在第期假打，英军在前期假打，需要满足如下不等式：

解得，此时会出现理性的德军在第期假打，英军在前期假打。

**(5)** 非理性的一方采取冷酷战略，第期选择假打；一旦选择真打，则此后将一直选择真打；一旦对方选择真打，则本方将在下一期博弈及此后一直选择真打。这使得理性的一方一旦选择真打，则不论对方是否理性，双方将一直选择（真打，真打）。假设博弈预期进行期。

理性的一方从第期就选择真打的最优情况下的效用为。

理性的一方选择假打，若对方为非理性的，则双方一直选择（假打，假打）；反之，最坏情况下，对方从第期就选择真打，则双方从第期起一直选择（真打，真打）。最坏情况下的期望效用为。

为了使得假打合作出现，需要满足如下不等式：

解得，此时出现假打合作。

短期战争的预期博弈轮数很少，不足以出现假打合作；而一战持续时间很长，预期博弈轮数很大，因此会出现西线无战事等现象。

**3. （工人与企业）**

**(1)** 工人无法选择高产出还是低产出，而是以概率为高产出，以概率为低产出。企业选择雇佣或者不雇佣，工人选择应聘或者不应聘，支付矩阵如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | 企业 | |
| 雇佣 | 不雇佣 |
| 工人 | 高产出() | 应聘 |  |  |
| 不应聘 |  |  |
| 低产出() | 应聘 |  |  |
| 不应聘 |  |  |

达到企业雇佣工人，工人接受工作的纳什均衡，需要满足如下条件：

解得企业雇佣工人，工人接受工作的条件为。

**(2)** 企业无法知道工人是高产出还是低产出，而工人自己知道，因此考虑企业的期望效用和工人的效用。企业雇佣工人的期望效用为，工人的接受工作的效用为，如下：

可以发现，工人的最优选择总是应聘并接受工作，而企业需要根据参数考虑最优选择。

**a)** 在该参数条件下，且，因此企业选择不雇佣工人，而工人选择应聘。最终的结果为企业不雇佣工人，工人得不到工作。不是纳什均衡。

**b)** 在该参数条件下，

1. 时，且，此时与a)相同；

2. 否则，且，企业选择雇佣工人，工人选择应聘并接受工作。最终的结果为企业雇佣工人，供热接受工作。是纳什均衡。

**c)** 在该参数条件下，

1. 时，且，此时与a)相同；

2. 否则，且，此时与b)-2相同。

**d)** 在该参数条件下，且，因此企业选择雇佣工人，工人选择应聘并接受工作。最终的结果为企业雇佣工人，供热接受工作。是纳什均衡。

**4. （青蛙变王子）**

**(1)** 若王子和青蛙都宣称发出frog信号，则公主会在接收frog信号时选择eat，在接收prince信号时选择kiss或eat。公主接收prince信号时选择kiss的情况不是精炼的，因为王子和青蛙都会反悔。

若王子和青蛙都宣称发出prince信号，则公主会在接收frog信号时选择kiss或eat，在接收prince信号时选择eat。公主接收frog信号时选择kiss的情况也不是精炼的，因为王子和青蛙都会反悔。

若王子宣称发出frog信号，青蛙宣称发出prince信号，则公主在接受frog信号时选择kiss，在接收prince信号时选择eat。这一情况不是精炼的，因为青蛙会反悔。

若王子宣称发出prince信号，青蛙宣称发出frog信号，则公主在接收frog信号时选择eat，在接收prince信号时选择kiss。这一情况不是精炼的，因为青蛙会反悔。

综上，该博弈具有两个混同均衡，公主接收到任何信号都选择eat，王子和青蛙都发出prince或frog信号。

**(2)** 首先，有概率如下：

若王子宣称发出frog信号，青蛙宣称发出prince信号。则公主接收到的所有prince信号都来自青蛙，最优选择为eat；接收到的frog信号中，来自王子，选择kiss的期望效用为，选择eat的期望效用为，最优选择为kiss。青蛙在发出frog信号的效用为，在发出prince信号的效用为，这一情况不是精炼的，因为青蛙会反悔。

若王子宣称发出prince信号，青蛙宣称发出frog信号。则公主在接收到的所有prince信号都来自王子，最优选择为kiss；接受到的frog信号中，来自青蛙，选择kiss的期望效用为，选择eat的期望效用为，最优选择为eat。青蛙在发出frog信号的效用为，在发出prince信号的效用为，这一情况不是精炼的，因为青蛙会反悔。

综上，不会有分离均衡。

**5. （次贷危机）**

**(1)** 银行的贷款客户有“有能力偿还”和“没有能力偿还”两种，在信息完全的条件下，银行可以甄别客户的类型，从而以较低的利率和较少的担保借贷给有能力偿还的客户，而以较高的利率和较多的担保借贷给没有能力偿还的客户。但是在现实社会中，由于信息不完全，银行不知道某个客户是有能力偿还的还是没有能力偿还的。因此只能退而求其次，使用平均利率和平均担保来进行借贷。这就导致了想贷款的用户都是没有能力偿还的客户，而有能力偿还的客户得不到银行的贷款。

这样就促使信贷机构以低利率高担保的方式进行次级借贷，这一方式的风险高于银行的放贷方式，因为借贷的普遍为没有能力偿还的客户。信贷机构收到房市价格等多方便因素的影响，必须提高利率来维持自身收益时，客户会发现选择还贷的收益越来越低。当信贷机构的利率高过阈值时，客户纷纷选择抵押房产不进行偿还。这导致信贷机构通过借贷的方式无法维持经营，必须通过别的手段。

借贷机构经过出售次级贷款给银行等方式，试图自保；而银行却相当于借贷给了没有能力偿还的客户，这与前面提到的相违背。最终借贷机构将风险扩散至整个金融市场，将危机扩大为全球性的经济危机。

**(2)** 我认为应当加强政府监管。首先，需要建立更强的信用评级机制。使得信息对称，从而避免银行贷款的逆向选择。其次，政府需要对信贷机构进行监管，避免这种漏洞引起市场动荡。