

## //并查集 时间复杂度 $O(n)$

/\*并查集一般用于对动态连通性的判断，主要应用于判断两个元素是否同集合，

\*是否连通，间接好友的判断。判断图是否连通，是否有环。

\*并查集分为带权和不带权

\*/

//不带权并查集，合并时将序号小的作为fa，大多数情况直接套用

```
void init(vector<int>&fa, int n) {  
    for (int i=0; i<n; ++i)  
        fa[i]=i;  
}
```

```
int findFather(vector<int>&fa, int r) {  
    if (fa[r]!=r)  
        fa[r]=findFather(fa, fa[r]);  
    return fa[r];  
}
```

```
void Union (vector<int>&fa, int u, int v) {  
    int ufa=findFather(fa, u);  
    int vfa=findFather(fa, v);  
    if (ufa<vfa)  
        fa[v]=fa[vfa]=ufa;  
    else  
        fa[u]=fa[ufa]=vfa;  
}
```

/\*带权并查集，合并时要处理秩！

//摘自经典题目 POJ 1182 食物链

本题用rank[x]记录x与x的最远的祖先的关系。这里定义rank[x]=0表示x与x的祖先是同类。rank[x]==1表示x吃x的祖先。rank[x]==2表示x的祖先吃x；这样定义后就与题目中输入数据的D联系起来，(D-1)就可以表示x与y的关系。这样就可以用向量的形式去推关系的公式了。我们用f(x, father[x])表示rank[x]的值；

\*/

```
int fa[50005]= {0};  
int rank[50005]= {0};  
int n;
```

```
void initial() {  
    for(int i=1; i<=n; i++) {  
        fa[i]=i;  
        rank[i]=0;  
    }  
}
```

```

int getfather(int x) {
    if(x==fa[x]) return x;
    int oldfa = fa[x];
    fa[x]=getfather(fa[x]);
    rank[x]=(rank[x]+rank[oldfa])%3; //用向量的形式很快就可以看出来
    return fa[x];
}

void unionset(int r,int x,int y) {
    int fx,fy;
    fx=getfather(x);
    fy=getfather(y);
    if(fx==fy) return;
    fa[fx]=fy;
    rank[fx]=(rank[y]+r-rank[x]+3)%3;
    // 这里同样可以用向量来推公式。另外需要注意的是，这里只更新了fx的rank值，而
    // fx的儿子的rank值都没有更新会不会有问题。
    //其实不碍事，由于我们每次输入一组数据我们都对x和y进行了getfather的操作
    // (x>n || y>n ..... )的除外。
    //在执行getfather的操作时，在回溯的过程中就会把fx的儿子的rank值都更新了。
    return ;
}

int istrue(int d,int x,int y) {
    int fx,fy,r;
    if(x>n || y>n || ((x==y)&&(d==2)) )
        return 0;
    fx=getfather(x);
    fy=getfather(y);
    if(fx!=fy) return 1;
    else {
        if(rank[x]==((d-1)+rank[y])%3) return 1;
        // 这个公式可以用向量来推：如果 ( f(x,y) + f(y,father[y]) ) % 3 ==
        f(x,father[x]) 则是正确的，否则是错的。
        //这个形式可以用向量来表示，就是判断这个向量加法对不对 x--->y + y--->
        fx(fy) 是否等于 x--->fx(fy)
        else return 0;
    }
}

```

## //树状数组 时间复杂度 $O(E \log E)$

/\*树状数组用于查询任意两位间元素和，每次只能修改一个元素的值，代码简洁

\*一般情况下树状数组能解决的问题线段树都能解决，反之不行。

\*/

```
const int N = 500005;
```

```
struct Node {
```

```
    int val;
```

```
    int pos;
```

```
};
```

```
Node node[N];
```

```
int reflect[N], n;
```

```
bool cmp(const Node& a, const Node& b) {
```

```
    return a.val < b.val;
```

```
}
```

//完全功能模板

//注意c中元素位置从1开始

```
int c[N];
```

```
int lowbit(int x) {
```

```
    return x & (-x);
```

```
}
```

```
void update(int x, int add) {    //一维
```

```
    while(x <= n) {    //n为元素个数，与MAXN不同，x为位置
```

```
        a[x] += add;
```

```
        x += lowbit(x);
```

```
    }
```

```
}
```

```
int getsum(int x) {
```

```
    int sum = 0;
```

```
    while (x > 0) {
```

```
        sum += c[x];
```

```
        x -= lowbit(x);
```

```
    }
```

```
    return sum;
```

```
}
```

```
int main() {
```

```
    for (int i = 1; i <= n; ++i) c[i] = 0;    //初始化树状数组
```

```
    sort(node + 1, node + n + 1, cmp);    //排序
```

```
    for (int i = 1; i <= n; ++i) reflect[node[i].pos] = i;    //离散化
```

```
    for (int i = 1; i <= n; ++i) {    update(reflect[i], 1);
```

```
        ans += i - getsum(reflect[i]);    //反面思考，总个数-小于等于的元素个数=
```

比他大的个数

```
    }    printf("%lld\n", ans); return 0;}
```

```
void modify(int x, int y, int data) { //二维
    for(int i=x; i<MAXN; i+=lowbit(i))
        for(int j=y; j<MAXN; j+=lowbit(j))
            a[i][j]+=data;
}

int get_sum(int x, int y) {
    int res=0;
    for(int i=x; i>0; i-=lowbit(i))
        for(int j=y; j>0; j-=lowbit(j))
            res+=a[i][j];
    return res;
}
```

**// Dijkstra, 路径的花费不能有负 时间复杂度  $O(E \log E)$**

**/\*注意具体题目变化, 一般需要多加考虑限制条件和其它变量值**

**摘自 ZOJ3794 贪心驾驶员**

**\*/**

**const int** maxn = 1500;

**const int** INF = 0x3f3f3f3f;

**struct** Edge {  
    **int** from, to, dist;  
};

**struct** HeapNode {  
    **int** d, u;  
    **bool** operator < (**const** HeapNode & rhs) **const** {  
        **return** d > rhs.d;  
    }  
};

**struct** Dijkstra {  
    **int** n, m;  
    vector<Edge> edges;  
    vector<**int**> G[maxn];  
    **bool** done[maxn];     //标记  
    **int** d[maxn];         //花费

**void** init(**int** n) {  
    **this** -> n = n;  
    **for** (**int** i = 0; i < n; i++)  
        G[i].clear();  
    edges.clear();  
}

**void** AddEdge(**int** from, **int** to, **int** dist) {  
    edges.push\_back((Edge) {from, to, dist});  
    m = edges.size();  
    G[from].push\_back(m-1);  
}

```

void dijkstra(int s) {
    priority_queue<HeapNode> Q;
    memset(d, 0x3f, sizeof(d));
    memset(done, 0, sizeof(done));
    d[s] = 0;
    Q.push((HeapNode) {0, s});
    while (!Q.empty()) {
        HeapNode x = Q.top();
        Q.pop();
        int u = x.u;
        if (done[u]) continue;
        done[u] = true;
        for (int i = 0; i < (int)G[u].size(); i++) {
            Edge &e = edges[G[u][i]];
            if (d[e.to] > d[u] + e.dist//&& d[u] + e.dist <= c //一定要注意具体
题目限制 ) {
                d[e.to] = d[u] + e.dist;
                //if (pp[e.to]) d[e.to] = 0;
                //p[e.to] = G[u][i]; //路径
                Q.push((HeapNode) {d[e.to], e.to});
            }
        }
    }
}

} G, H;

int main() {
    H.init(n+1);
    G.init(n+1);
    H.AddEdge(u, v, w);
    G.AddEdge(v, u, w);
    H.dijkstra(1);
    G.dijkstra(n);
}

```

// spfa 算法求最短路径，允许负环

/\*有两种路，一种走完这条路需要的时间是正的，另一种需要的时间是负的，问有没

\*有这样一条回路，走完整条回路后，需要的时间的和是负的(判负环)

\*判断每个点的入队次数，如果大于N（图中总的点数），就是有负环

\*摘自 POJ 3259 虫洞

\*/

```
#include<iostream>
```

```
#include<vector>
```

```
#include<queue>
```

```
using namespace std;
```

```
#define INF 0x3f3f3f3f
```

```
struct node {
```

```
    int to;
```

```
    int len;
```

```
};
```

```
int F,N,M,W;
```

```
vector<vector<node> >graph;
```

```
//设置相应全局变量后，完全模板函数
```

```
bool spfa(int s) {
```

```
    vector<int>dis(N+1,INF);
```

```
    dis[s]=0;
```

```
    vector<int>count(N+1,0);
```

```
    count[s]=1;
```

```
    vector<bool>inque(N+1,0);
```

```
    queue<int>q;
```

```
    q.push(s);
```

```
    while(!q.empty()) {
```

```
        int t=q.front();
```

```
        q.pop();
```

```
        inque[t]=false;
```

```
        for (int i=0; i<graph[t].size(); ++i) {
```

```
            node &nd=graph[t][i];
```

```
            if(dis[nd.to]>dis[t]+nd.len) {
```

```
                dis[nd.to]=dis[t]+nd.len;
```

```
                if (!inque[nd.to]) {
```

```
                    inque[nd.to]=true;
```

```
                    q.push(nd.to);
```

```
                    if(++count[nd.to]>N)
```

```
                        return false;
```

```
                }
```

```
            }
```

```
        }
```

```
    }
```

```
    return true;
```

```
}
```

```

int main() {
    cin>>F;
    while(cin>>N>>M>>W) {
        graph.assign(N+1, vector<node>());

        int s,e,t;
        int i;
        for(i=0; i<M; ++i) {
            cin>>s>>e>>t;
            graph[s].push_back({e,t});
            graph[e].push_back({s,t});
        }
        for (i=0; i<W; ++i) {
            cin>>s>>e>>t;
            graph[s].push_back({e,-t});
        }
        if(spfa(1))
            cout<<"NO"<<endl;
        else
            cout<<"YES"<<endl;
    }
    return 0;
}

```



**//次短路径      算法复杂度  $O(e \log e)$**

**/\*次短路是长度有可能和最短路一样长。**

**\*求次短路：Dijkstra的dist数组和vis数组再加一维，松弛的时候讨论**

**\*当前的路小于最短路，或者大于最短路但小于次短路这两种情况**

**\*/**

```
const int maxn = 1000 + 5;
```

```
const int INF = 0x3f3f3f3f;
```

```
struct Node {
```

```
    int v, c, flag; //节点、耗费、最次标记
```

```
    Node (int _v = 0, int _c = 0, int _flag = 0) : v(_v), c(_c), flag(_flag) {}
```

```
    bool operator < (const Node &rhs) const {
```

```
        return c > rhs.c;
```

```
    }
```

```
};
```

```
struct Edge {
```

```
    int v, cost; //节点、耗费
```

```
    Edge (int _v = 0, int _cost = 0) : v(_v), cost(_cost) {}
```

```
};
```

```
vector<edge>E[maxn];
```

```
bool vis[maxn][2]; //0,1分别表示最短和次短
```

```
int dist[maxn][2];
```

```
void Dijkstra(int n, int s) {
```

```
    memset(vis, false, sizeof(vis));
```

```
    memset(dist, 0x3f, sizeof(dist));
```

```
    priority_queue<Node>que;
```

```
    dist[s][0] = 0;
```

```
    que.push(Node(s, 0, 0));
```

```
    while (!que.empty()) {
```

```
        Node tep = que.top();
```

```
        que.pop();
```

```
        int u = tep.v;
```

```
        int flag = tep.flag;
```

```
        if (vis[u][flag])
```

```
            continue;
```

```
        vis[u][flag] = true;
```

```
        for (int i = 0; i < (int)E[u].size(); i++) {
```

```
            int v = E[u][i].v;
```

```
            int cost = E[u][i].cost;
```

```

        if (!vis[v][0] && dist[v][0] > dist[u][flag] + cost) {
            dist[v][1] = dist[v][0];    //最短
            dist[v][0] = dist[u][flag] + cost;
            que.push(Node(v, dist[v][0], 0));
            que.push(Node(v, dist[v][1], 1));
        } else if (!vis[v][1] && dist[v][1] > dist[u][flag] + cost) {
            dist[v][1] = dist[u][flag] + cost;    //次短
            que.push(Node(v, dist[v][1], 1));
        }
    }
}

void addedge(int u, int v, int w) {
    E[u].push_back(Edge(v, w));
}

int main() {
    int n, m, v, w;
    while (scanf("%d", &n) != EOF) {
        for (int i = 0; i <= n; i++)
            E[i].clear();
        for (int u = 1; u <= n; u++) {
            scanf("%d", &m);
            for (int j = 0; j < m; j++) {
                scanf("%d%d", &v, &w);
                addedge(u, v, w);
            }
        }
        Dijkstra(n, 1);
        printf("%d\n", dist[n][1]);
    }
    return 0;
}

```

**//最大公共祖先 (LCA)    算法复杂度  $O(n\log n)$**

**/\*给出一棵有边权的树，再加上一条边，Q组询问，求两点之间的最短距离缩短了多少**

**\*/**

**const int** maxn=100005;

**const int** maxe=100005;

**const int** maxdep=20;

**struct edge** {

**int** to;

**int** w;       //无权树时可省略

**int** next;

} e[maxn<<1];

**int** head[maxn], tot;

**int** dis[maxn];   //无权树时可省略

**int** dep[maxn];

**int** fa[maxn][maxdep];

**void** init() {

    tot=0;

    memset(head, -1, sizeof (head));

}

**void** addedge(**int** u, **int** v, **int** w) {

    e[tot].to=v;

    e[tot].w=w;   //可省略

    e[tot].next=head[u];

    head[u]=tot++;

}

**void** dfs(**int** u, **int** pre, **int** d) {

    dep[u]=d;

    fa[u][0]=pre;

**for** (**int** i=1; i<maxdep; ++i)

        fa[u][i]=fa[fa[u][i-1]][i-1];

**for** (**int** i=head[u]; i!=-1; i=e[i].next) {

**int** v=e[i].to;

**if** (v==pre)

**continue**;

        dis[v]=dis[u]+e[i].w;   //可省略

        dfs(v, u, d+1);

    }

}

```

/*完全模板函数 返回u, v两个节点的 LCA
*/
int lca(int u, int v) {
    if (dep[u]>dep[v])
        swap(u, v);
    int hu=dep[u], hv=dep[v];
    int tu=u, tv=v;
        //找v节点向前第det祖先
    for (int det=hv-hu, i=0; det>>=1, i++)
        if(det&1)
            tv=fa[tv][i];
    if (tu==tv)
        return tu;
        //逐步逼近tv, tu的LCA
    for (int i=maxdep-1; i>=0; --i) {
        if (fa[tu][i]==fa[tv][i])
            continue;
        tu=fa[tu][i];
        tv=fa[tv][i];
    }
    return fa[tu][0];
}

int main() {
    init(); addedge(u, v, w); addedge(v, u, w);
    dis[1]=0;
    dfs(1, 1, 0);
    L1=dis[a]+dis[b]-2*dis[lca(a, b)];
    L2=dis[a]+dis[u]-2*dis[lca(a, u)]+dis[b]+dis[v]-2*dis[lca(b, v)]+w;
    L3=dis[a]+dis[v]-2*dis[lca(a, v)]+dis[b]+dis[u]-2*dis[lca(b, u)]+w;
    printf("%d\n", L1-min(L1, min(L2, L3)));
    return 0;
}

```