

# 北京航空航天大学研究生院 《现代雷达系统理论》

## 第4讲: 雷达方程与目标检测

北京航空航天大学 许小剑  
2020年秋季学期

Xu: Radar Systems, Chapter-04

## 第四讲 雷达方程与目标检测

### 4.1 基本雷达方程

### 4.2 雷达方程中的比例关系

### 4.3 雷达系统中的信噪比计算

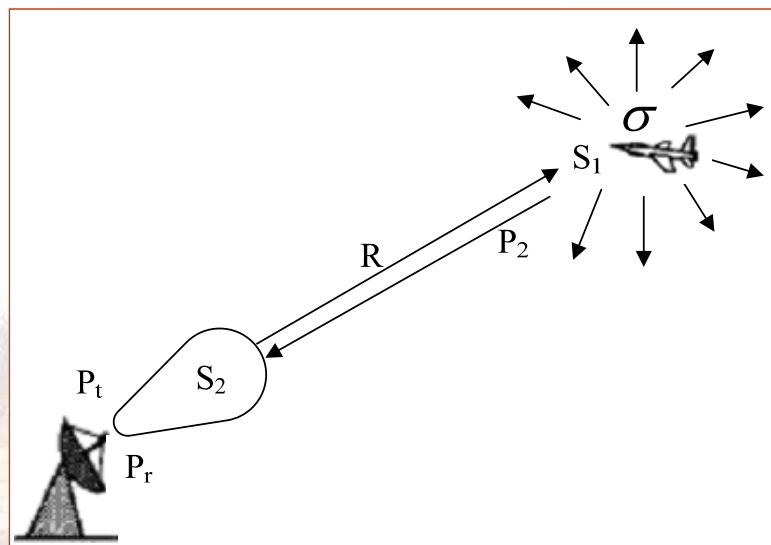
### 4.4 噪声中的信号检测

### 4.5 检测概率与虚警概率的概念

### 4.6 恒虚警率(CFAR)检测概念

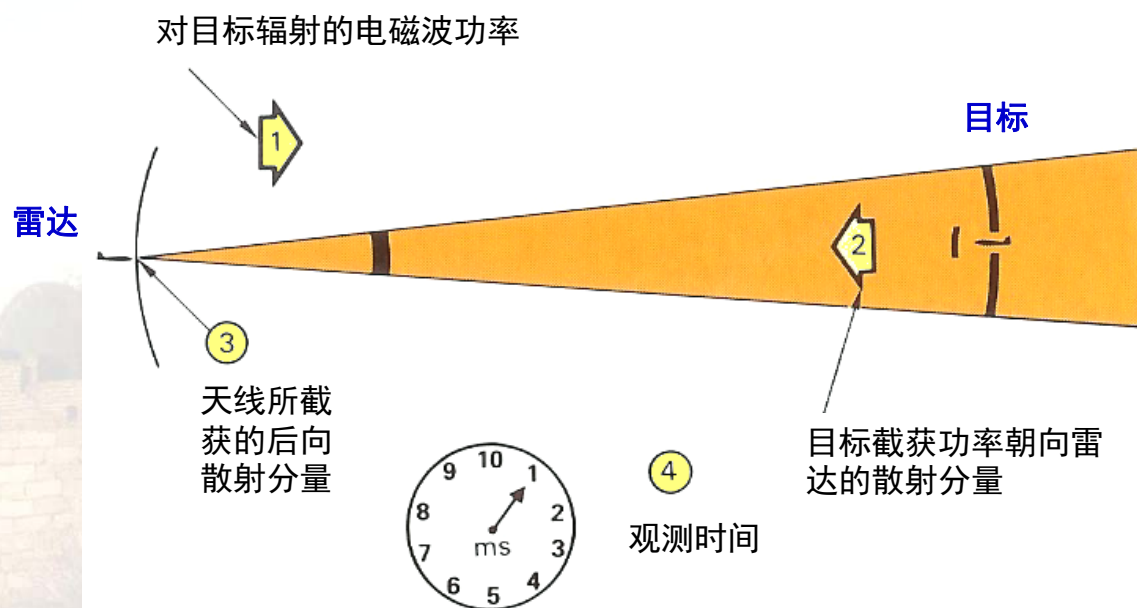
### 4.7 目标识别: 示例

# 基本雷达方程

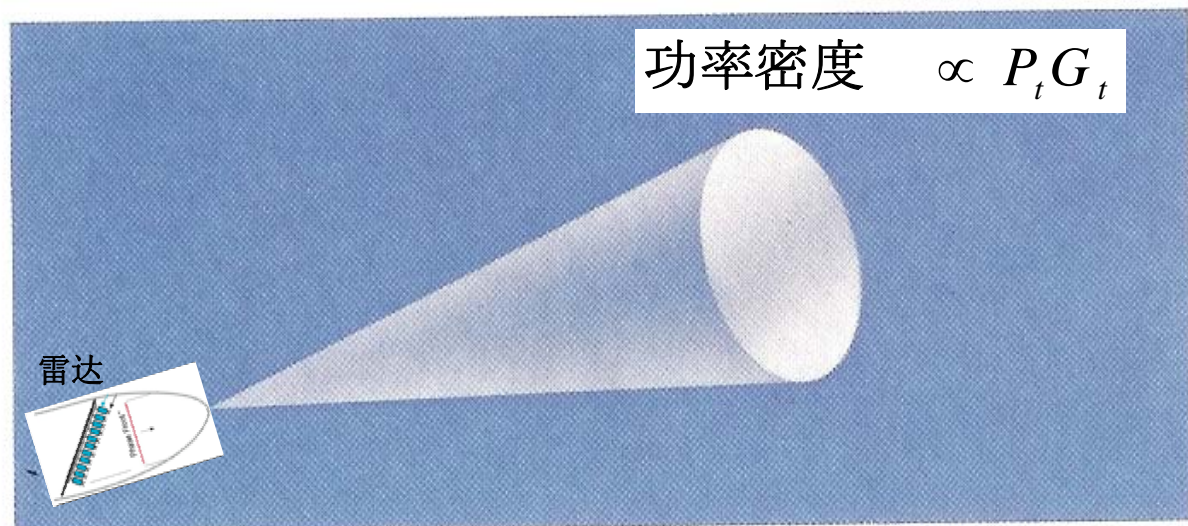
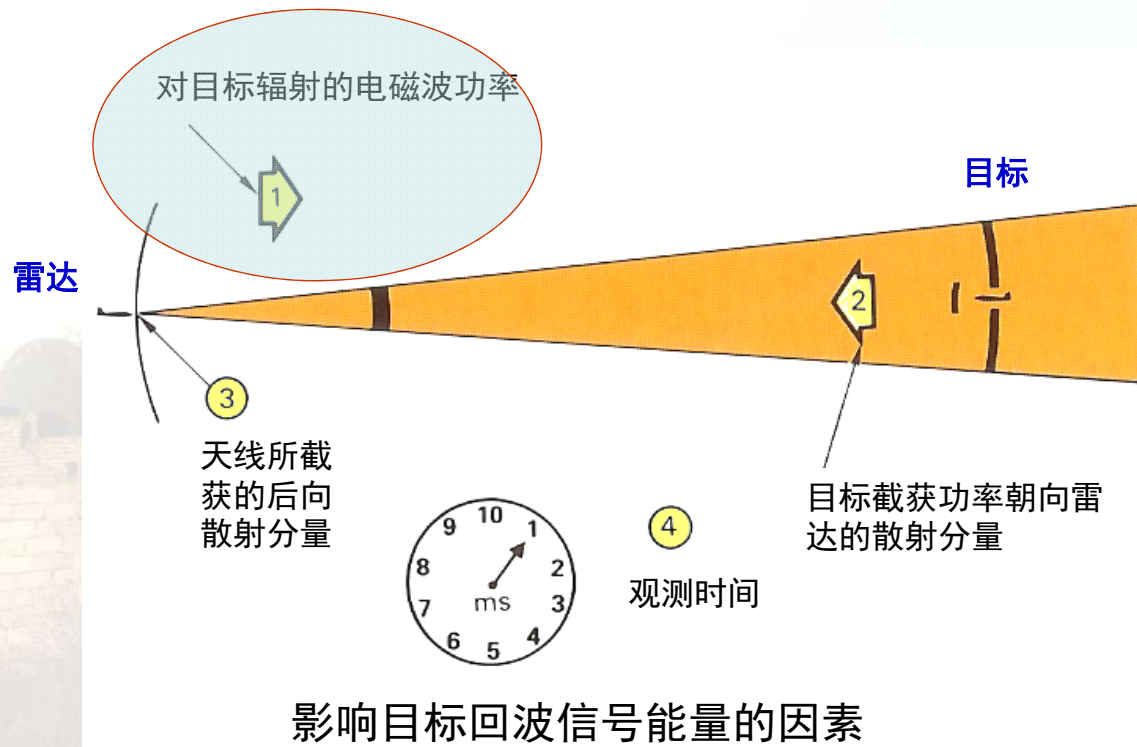


雷达方程集中反映了雷达的探测距离同发射机、接收机、天线、目标及其环境等因素之间的相互关系。

影响接收到的目标能量的因素：

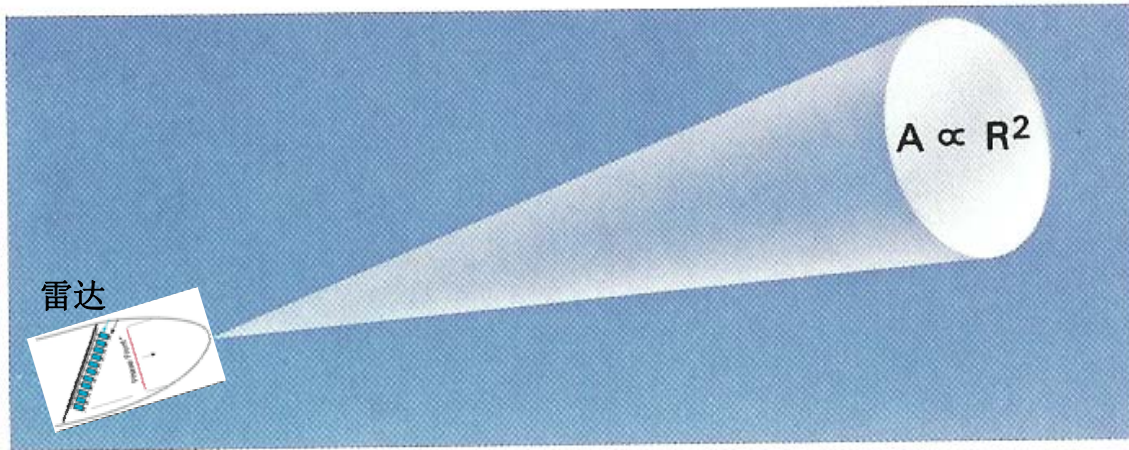


影响目标回波信号能量的因素



雷达朝目标辐射的功率密度正比于视线方向上的平均辐射功率同天线增益的乘积





随着发射电磁波朝目标传播，辐射功率将随天线波束的投影面积A不断扩大而扩散

$$A = 4\pi R^2$$

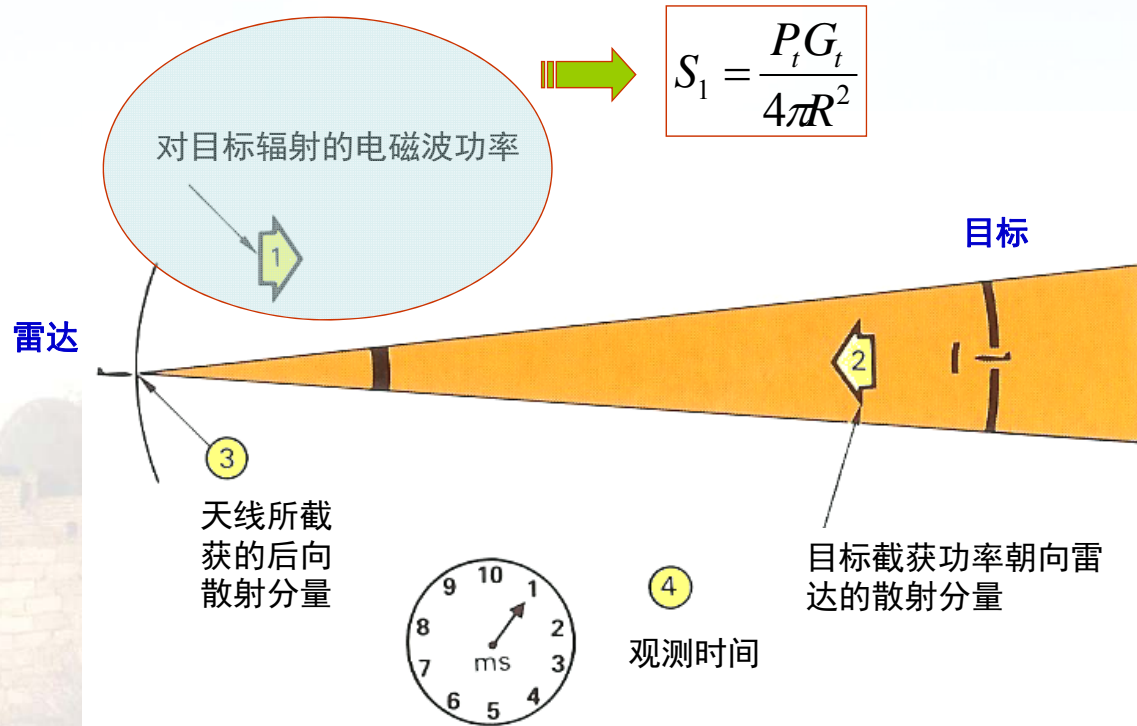
雷达辐射功率密度：

**全向天线：**在距离天线R远处的功率密度等于辐射功率除以表面积  $4\pi R^2$

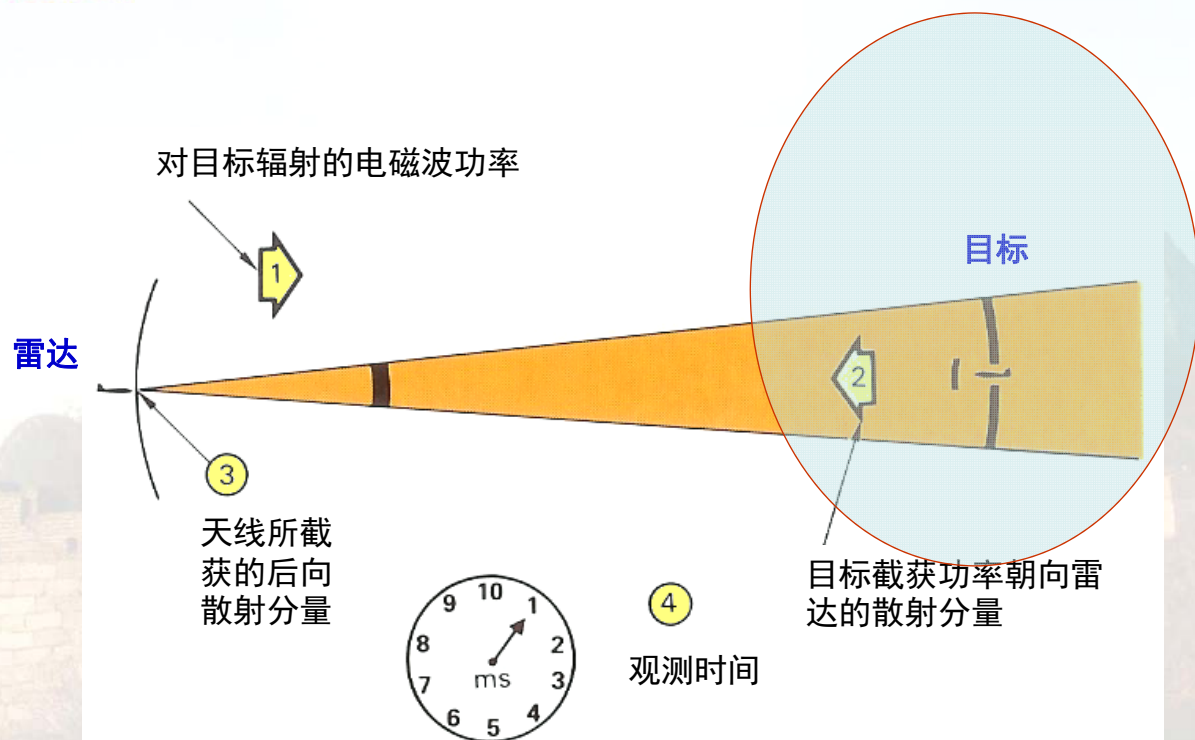
$$S_{ISO} = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad (\text{w/m}^2)$$

**定向天线：**若增益为  $G_t$ , 则

$$S_1 = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \quad (\text{w/m}^2)$$



影响目标回波信号能量的因素



影响目标回波信号能量的因素

## 目标对雷达波的散射（再辐射）：

目标受到雷达发射电磁波的照射，将对所截获的雷达波再次辐射，因而将产生目标散射回波。散射功率的大小和目标所在点的发射功率密度以及目标本身的电磁特性有关。

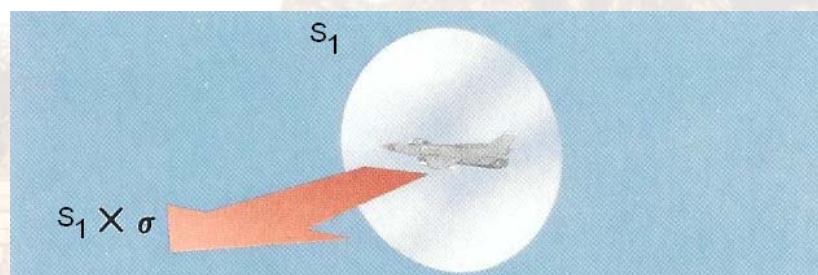
用雷达散射截面（Radar Cross Section, RCS)来度量。

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} \left\{ 4\pi R^2 \times \frac{\text{接收天线处目标散射功率密度(雷达处!)}}{\text{目标处入射功率密度(目标处!)} } \right\}$$

$$= \lim_{R \rightarrow \infty} \left\{ 4\pi R^2 \times \frac{|\mathbf{E}_s|^2 \text{ (at the RADAR)}}{|\mathbf{E}_i|^2 \text{ (at the TARGET)}} \right\}$$

## 目标截获功率：

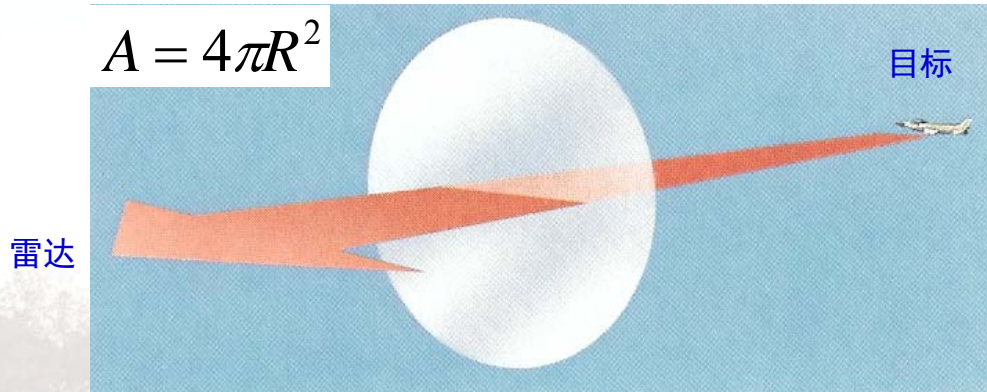
$$S_1 \times \sigma = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \times \sigma$$



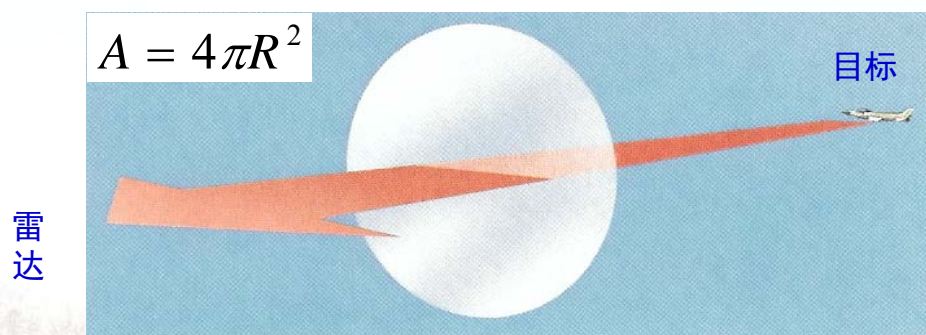
$S_1$ =目标截获电磁波的功率密度

$\sigma$ =目标的雷达散射截面 (RCS)





## 目标再辐射（散射）功率密度：



若不计传播衰减，则回到雷达处的目标散射功率密度为：

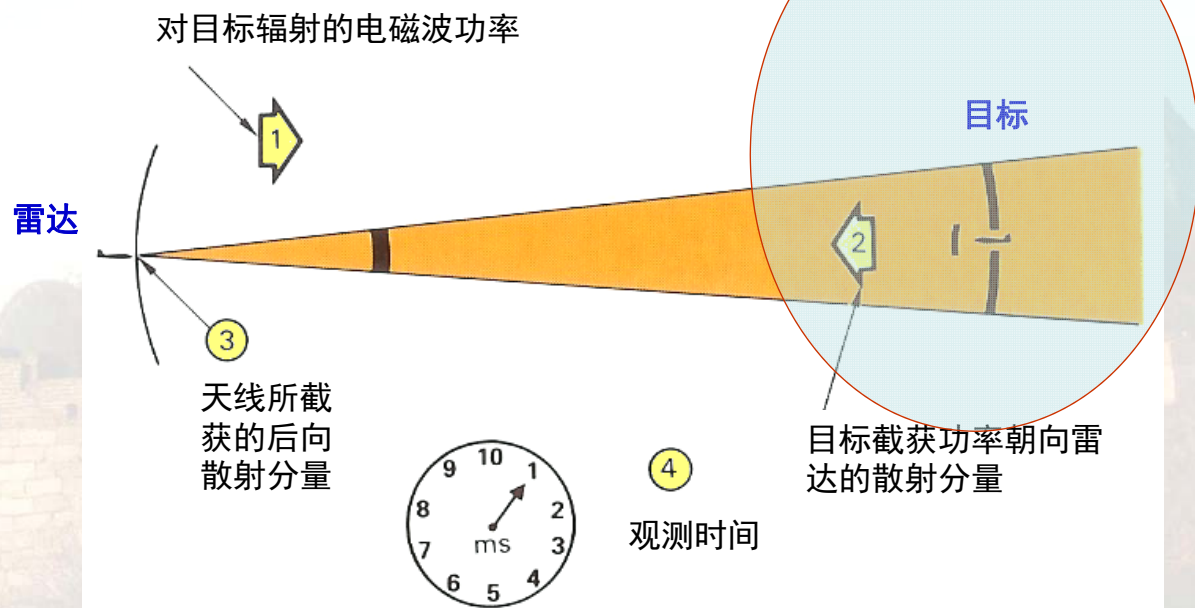
$$S_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \quad (\text{w/m}^2)$$

目标处发射功率密度 (w/m<sup>2</sup>)

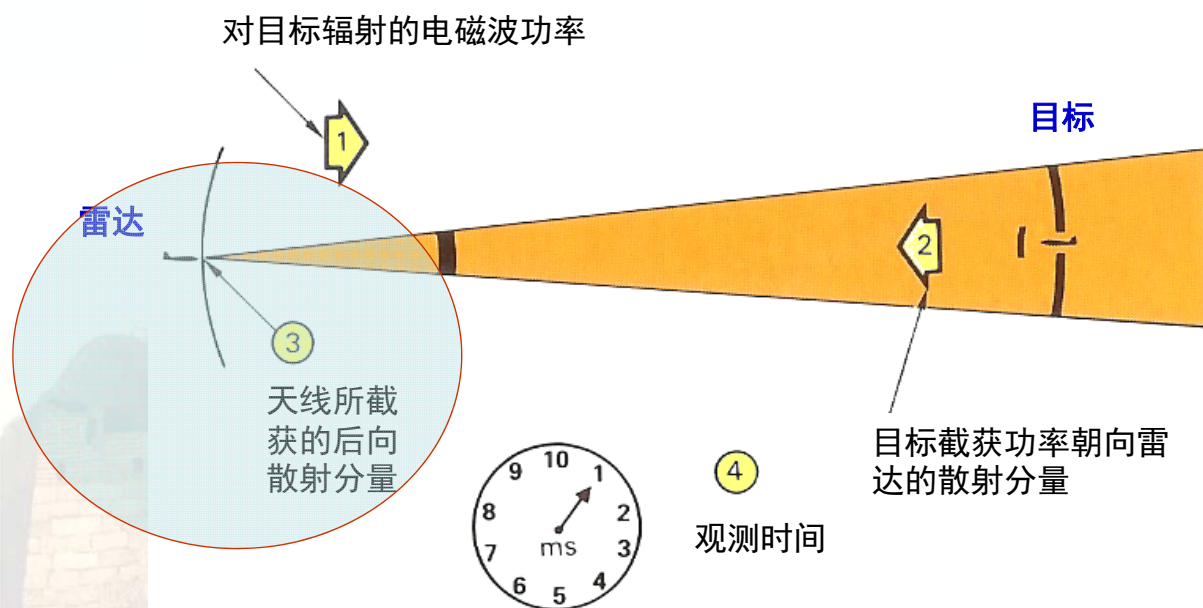
目标 RCS(m<sup>2</sup>)

雷达处功率密度(w/m<sup>2</sup>)

$$S_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{4\pi R^2}$$



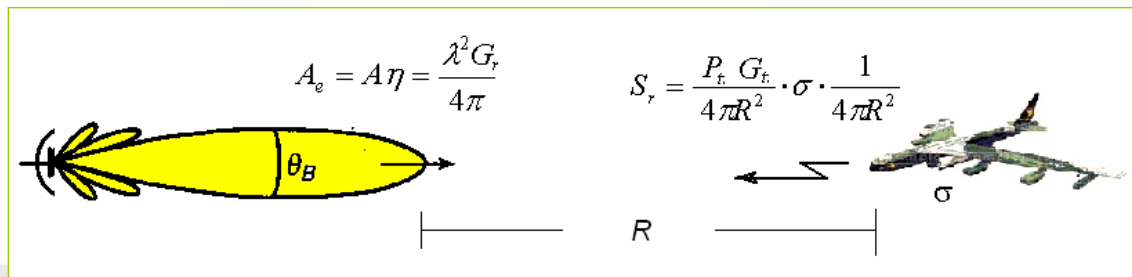
影响目标回波信号能量的因素



影响目标回波信号能量的因素



## 雷达接收到的功率：

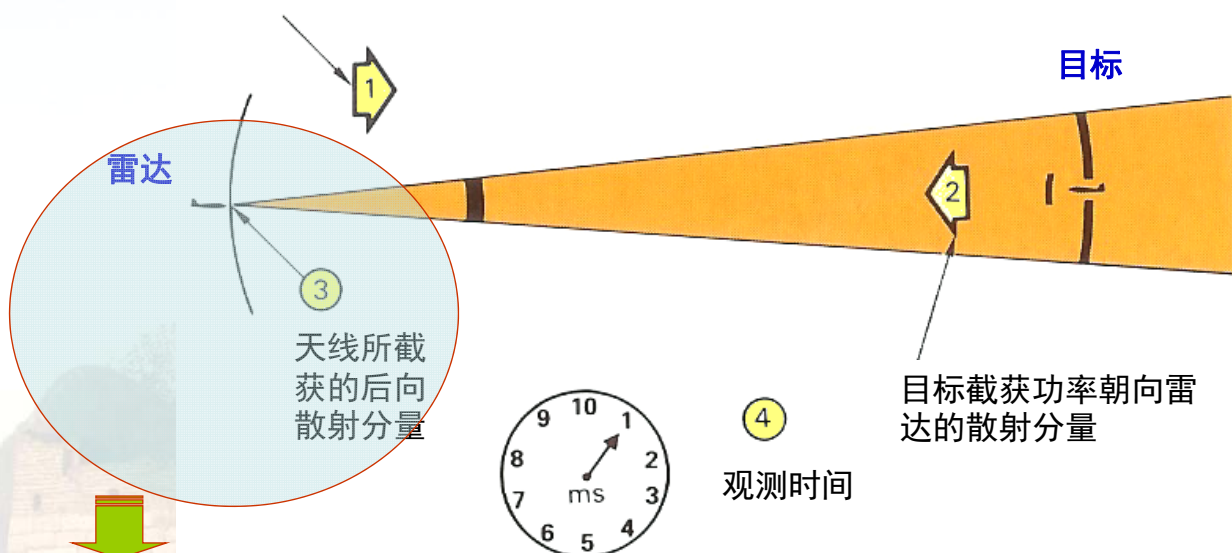


天线接收到的功率为：

$$P_r = S_r \cdot A_e$$

$$= \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \cdot \frac{\sigma}{4\pi R^2} \cdot A_e \quad W$$

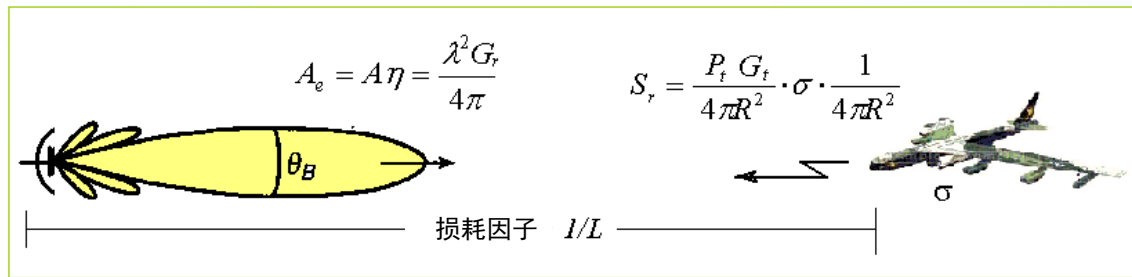
对目标辐射的电磁波功率



$$P_r = S_r \cdot A_e$$

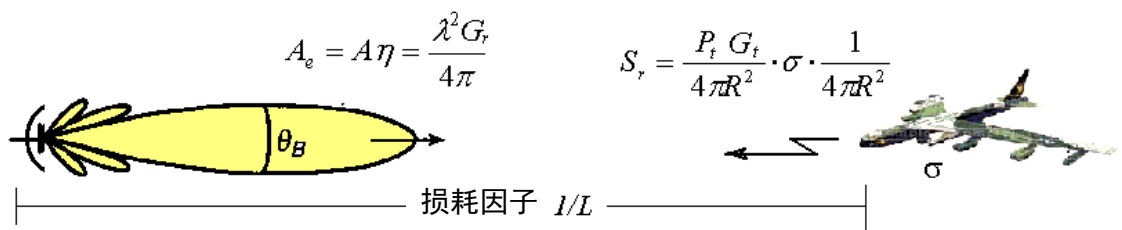
$$= \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \cdot \frac{\sigma}{4\pi R^2} \cdot A_e$$

影响目标回波信号能量的因素



计入各种衰减损耗时，天线接收到的功率为：

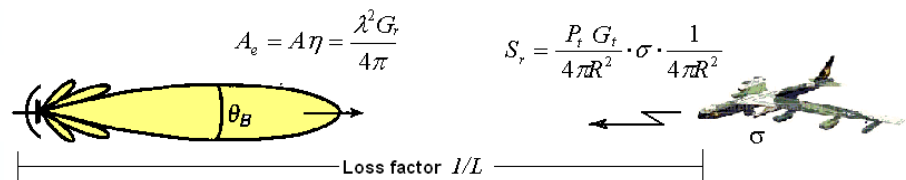
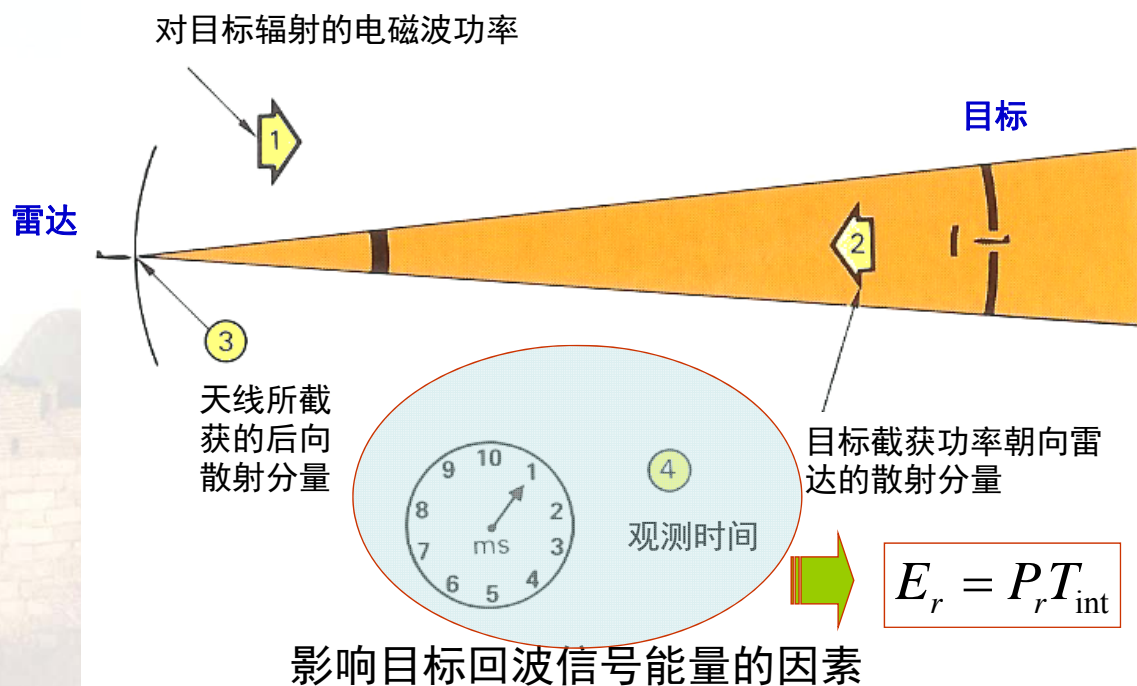
$$\begin{aligned}
 P_r &= S_r \cdot A_e \cdot \frac{1}{L} \quad \leftarrow \text{计入各种衰减} \\
 &= \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \cdot \frac{\sigma}{4\pi R^2} \cdot A_e \cdot \frac{1}{L} \\
 &= \frac{P_t G_t A_e \sigma}{(4\pi)^2 R^4 L} = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} \quad \text{W}
 \end{aligned}$$



$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}$$

若  $G_t = G_r = G$ ，则

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}$$



以功率形式表示的最基本的雷达方程：

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} \quad (W)$$

以能量形式表示的最基本的雷达方程：

$$E_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} \cdot T_{int} \quad (J)$$





## 雷达方程推导过程总结

$$P_r = P_t \cdot G_t \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{\lambda^2 G_r}{4\pi} \cdot \frac{1}{L}$$

接收回波的功率

发射机功率

定向天线发射功率

目标处入射功率密度

目标散射的功率

接收机处回波功率密度

未考虑损耗时的回波功率

系统和传播损耗

## 第四讲 雷达方程与目标检测

### 4.1 基本雷达方程

### 4.2 雷达方程中的比例关系

### 4.3 雷达系统中的信噪比计算

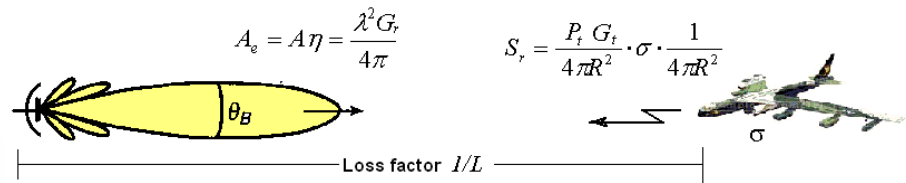
### 4.4 噪声中的信号检测

### 4.5 检测概率与虚警概率的概念

### 4.6 恒虚警率(CFAR)检测概念

### 4.7 目标识别：示例

$$A_e = A\eta = \frac{\lambda^2 G_r}{4\pi}$$

$$S_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{4\pi R^2}$$


以功率形式表示的最基本的雷达方程：

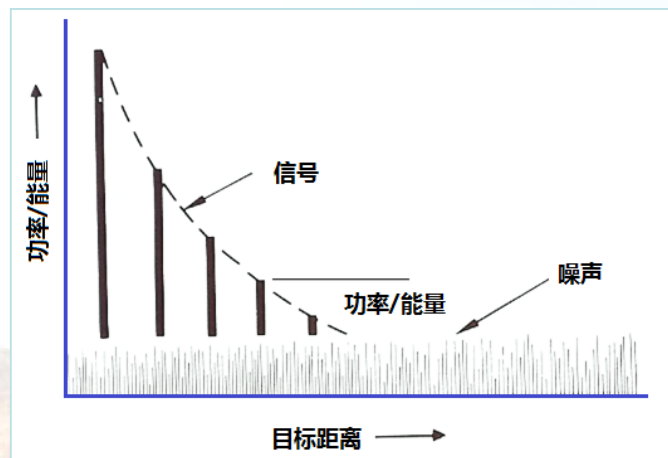
$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} \quad (W)$$

以能量形式表示的最基本的雷达方程：

$$E_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} \cdot T_{\text{int}} \quad (J)$$

为了能使雷达可靠地检测目标，一般要求接收到的回波功率  $P_r$  必须超过某个最小可检测信号功率  $P_{s\min}$

$$\text{当 } P_r = P_{s\min} \\ (E_r = E_{s\min})$$



时的距离，称为雷达检测该目标的**最大作用距离**

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 P_{s\min} L} \right]^{1/4}$$

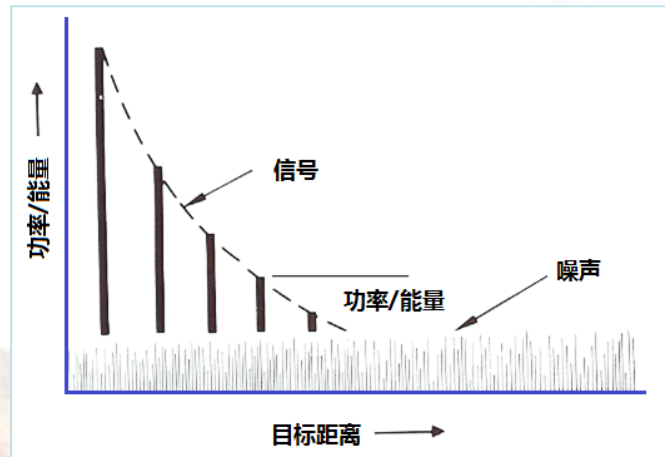
注意：若规定最小  
信噪比  $SNR_{\min}$

因

$$P_{s\min} = SNR_{\min} \cdot N$$

满足该SNR下雷达的**最大作用距离**

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 \cdot SNR_{\min} N \cdot L} \right]^{1/4}$$



## 雷达方程中的比例关系

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}$$

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 \cdot SNR_{\min} N \cdot L} \right]^{1/4}$$

如果雷达原来的作用距离1000km，现要将雷达作用距离提高至2000km。如何做到？

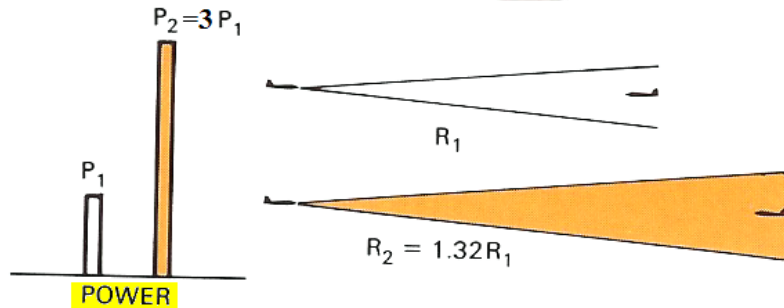
以下途径均能实现距离加倍：

- 功率提高至16倍 (12dB)
- 天线口径提高至2倍 (3dB)
- 目标RCS增加至16倍 (12dB，但目标一般不取决于你！)
- 积累时间提高至16倍 (12dB)
- 接收机噪声电平降低16倍 (12dB)
- 上述途径的任意合理组合



## 发射机功率对雷达作用距离的影响

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 P_{s\min} L} \right]^{1/4}$$



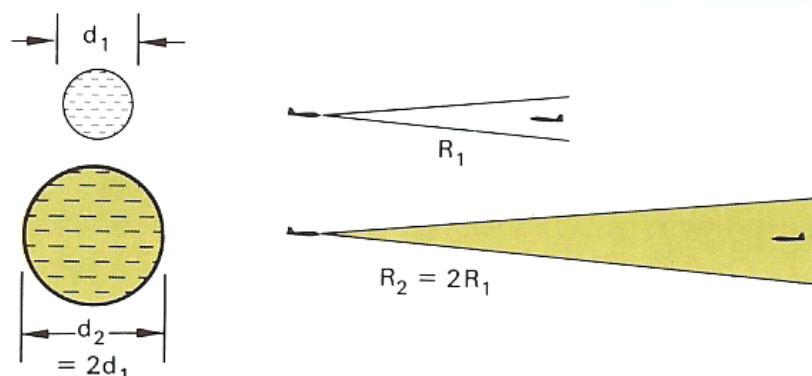
当雷达发射功率增至3倍时，作用距离增至1.32倍。

$$R_{\max} \propto P_t^{1/4}$$

## 天线尺寸对雷达作用距离的影响

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 P_{s\min} L} \right]^{1/4}$$

所以，雷达的威力常用系统的“功率孔径积”来衡量。

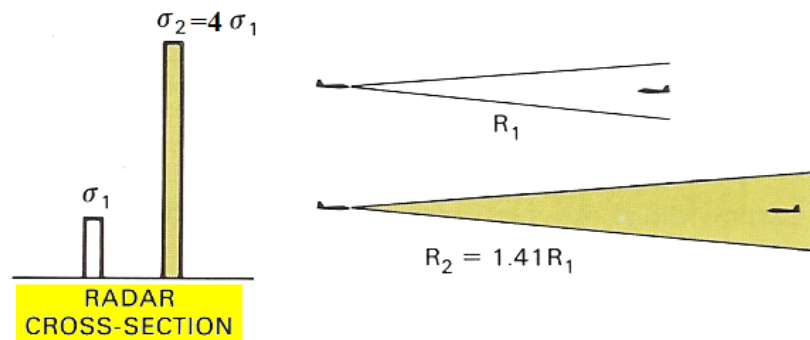


天线尺寸增大1倍时，作用距离增大1倍！

$$R_{\max} \propto G^{1/2} \propto d$$

## 目标RCS对雷达作用距离的影响

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma_{\text{int}}}{(4\pi)^3 E_{s\min} L} \right]^{1/4}$$

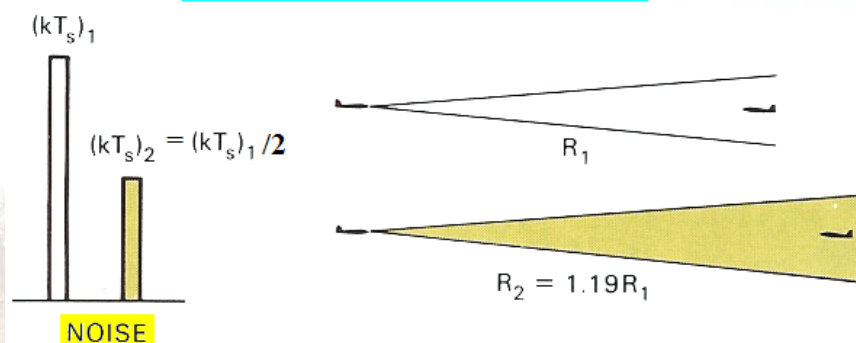


目标RCS增至4倍时，作用距离增至1.41倍，这与增加积累时间的影响相同。

$$R_{\max} \propto \sigma^{1/4}$$

## 接收机噪声对雷达作用距离的影响

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 \cdot \text{SNR}_{\min} N \cdot L} \right]^{1/4}$$

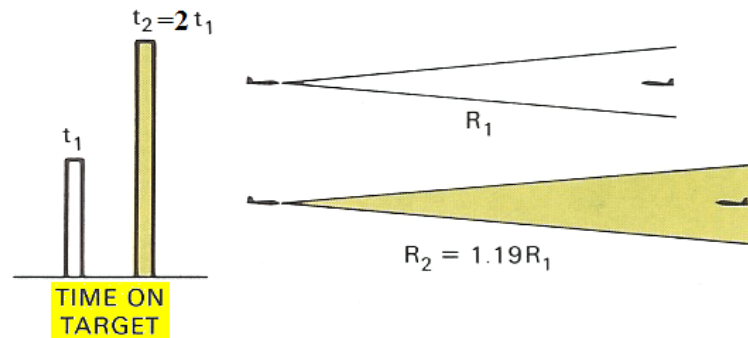


当系统噪声降至1 / 2时，作用距离增至1.19倍，这与增加发射功率的影响相同。

$$R_{\max} \propto \frac{1}{N^{1/4}}$$

## 雷达积累时间对作用距离的影响

$$R_{\max} = \left[ \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma T_{\text{int}}}{(4\pi)^3 E_{s\min} L} \right]^{1/4}$$



当积累时间增加1倍时，作用距离增至1.19倍。

$$R_{\max} \propto (P_t \cdot T_{\text{int}})^{1/4}$$

## 影响雷达探测的其他重要因素：

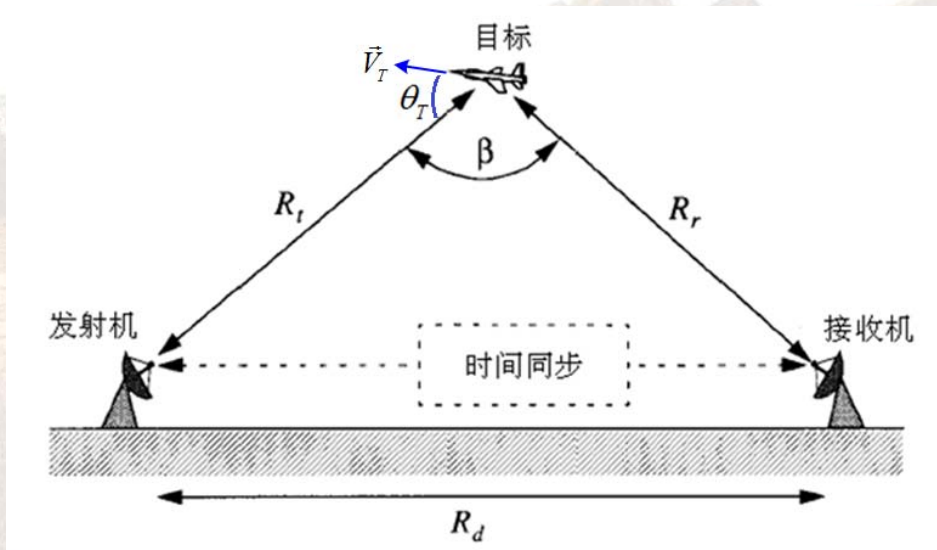
- (1) 最小可检测信号的统计特性（通常取决于接收机噪声）；
- (2) 目标RCS的不确定性和起伏特性；
- (3) 雷达系统本身可能存在的各种损耗；
- (4) 地球表面或大气传播；

○ ○ ○ ○ ○ ○



## 5、图示为双站测量雷达。

- (1) 试推导双站雷达探测时的多普勒频率与目标速度关系。
- (2) 当双站角 $\beta=?$ 时，无论目标如何运动其多普勒频率都为零？



## 第四讲 雷达方程与目标检测

### 4.1 基本雷达方程

### 4.2 雷达方程中的比例关系

### 4.3 雷达系统中的信噪比计算

### 4.4 噪声中的信号检测

### 4.5 检测概率与虚警概率的概念

### 4.6 恒虚警率(CFAR)检测概念

### 4.7 目标识别：示例

# 如何计算雷达接收机的输出信噪比？

接收机输入信噪比：

$$SNR_i = \frac{P_{si}}{N_i}$$

$$P_{si} = P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}$$

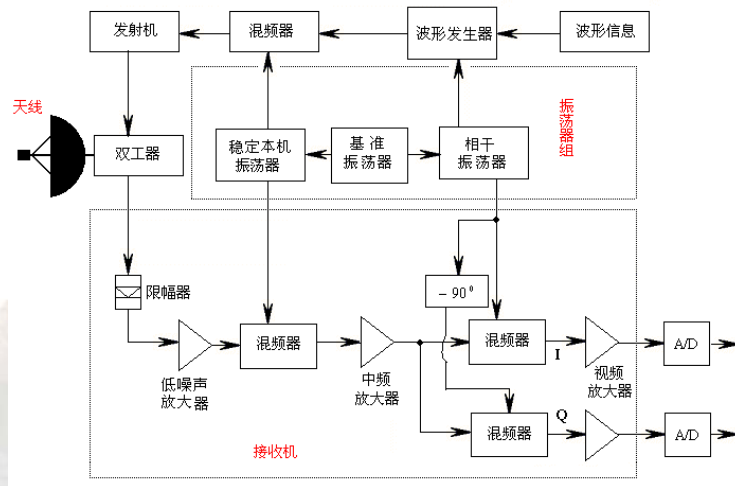
$$N_i = K T_s B_n$$

接收机输出信噪比：

$$SNR_o = \frac{P_{so}}{N_o}$$

$$P_{so} = P_{si} \cdot G$$

$$N_o = K T_s B_n \cdot F \cdot G$$



输入信噪比：

$$SNR_i = \frac{P_{si}}{N_i}$$



$$P_{si} = P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}$$

$$N_i = ?$$



(1) 各种因素是如何影响雷达输入信号的？（由雷达方程回答）

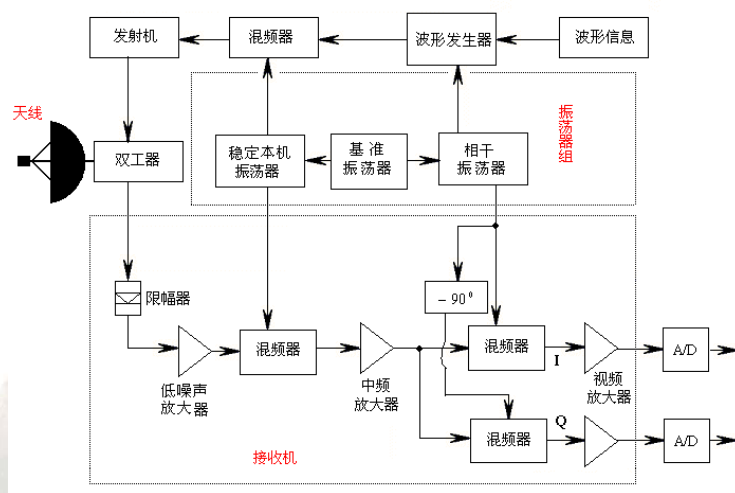
(2) 雷达接收机输入噪声是如何计算的？（由天线等效噪声温度导出）

## 输出信噪比:

$$SNR_o = \frac{P_{so}}{N_o}$$

$$P_{so} = P_{si} \cdot G$$

$$N_o = KT_s B_n \cdot F \cdot G$$



(1) 输出信号功率：由接收机全链路增益决定；

(2) 输出噪声功率：由输入功率、接收机全链路噪声系数和增益共同决定（由等效放大器模型回答）

## 重新审视 “雷达系统(等效)噪声温度”

- 这张PPT有点不明不白，主要是对全链路RF器件及其影响的划分存在模糊性。
- 如果把雷达接收机划分为“天线链路”（LNA以前）和“接收链路”（LNA直到I/Q检波输出）两个部分，则：

### 天线等效噪声温度：

$$T_{ant} = T_a + T_r$$

### 雷达系统等效噪声温度：

$$T_s = T_{ant} \cdot F \quad \leftarrow \quad N_o = kT_{ant} B_n F G = kT_s B_n G$$



### System Noise Temperature

- The System Noise Temperature,  $T_s$ , is divided into 3 components :

$$T_s =$$

$$T_s = T_a + T_r + L_r T_e$$

- $T_a$  is the contribution from the antenna
  - Apparent temperature of sky (from graph)
  - Loss within antenna
- $T_r$  is the contribution from the RF components between the antenna and the receiver
  - Temperature of RF components
- $L_r$  is the loss of input RF components
- $T_e$  is the temperature of the receiver
  - Noise factor of receiver



## 重新审视 “雷达系统(等效)噪声温度”

天线等效噪声温度：

$$T_{ant} = T_a + T_r$$

雷达系统等效噪声温度：

若定义

$$T_s = T_{ant} \cdot L_r \cdot F$$

或者定义

$$T'_{ant} = (T_a + T_r) \cdot L_r$$

$$T_s = T'_{ant} \cdot F$$

则 $F$ 不包涵RF损耗的影响



### System Noise Temperature

- The System Noise Temperature,  $T_s$ , is divided into 3 components :

$$T_s = T_a + T_r + L_r T_e$$

- $T_a$  is the contribution from the antenna
  - Apparent temperature of sky (from graph)
  - Loss within antenna
- $T_r$  is the contribution from the RF components between the antenna and the receiver
  - Temperature of RF components
- $L_r$  is the loss of input RF components
- $T_e$  is the temperature of the receiver
  - Noise factor of receiver

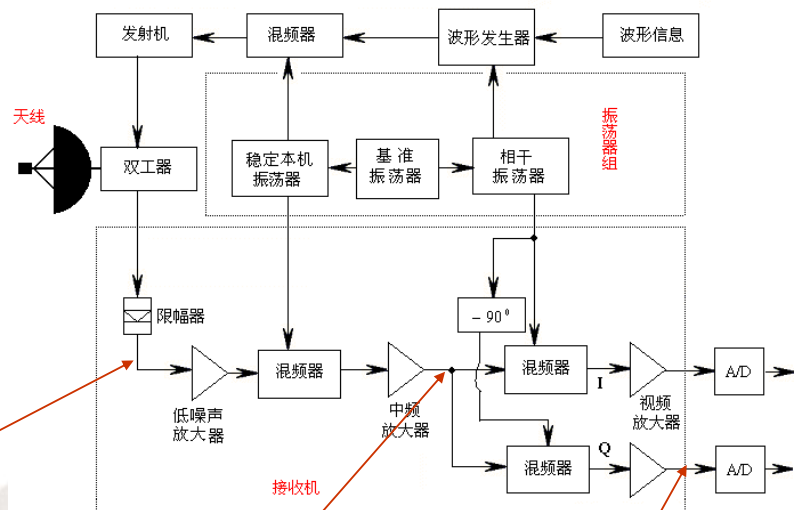
30154, P. 111.pdf  
OD: 000001 00-12-02

MIT Lincoln Laboratory

也可定义  $F' = F \cdot L_r$

$$T_s = T_{ant} \cdot F' \quad (\text{进退维谷!})$$

Xu: Radar Systems, Chapter-03



LNA的输入噪声=天线输出噪声+RF器件影响

I/Q检波器的输入噪声=中频放大器的输出噪声

视频放大器的输出噪声=接收机的输出噪声电平

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_N - 1}{G_1 G_2 \dots G_{N-1}}$$

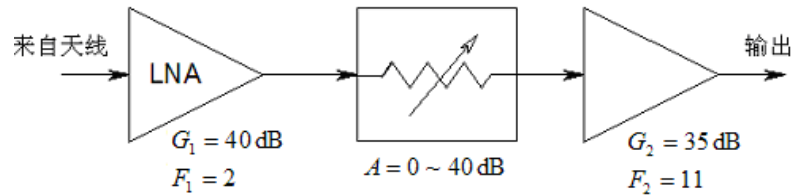
Xu: Radar Systems, Chapter-04

**例：**雷达RF前端电路，设计者用一可变衰减器作为接收机的增益控制器，如图所示。试计算：

- (1) 该雷达接收机的最佳噪声系数；
- (2) 该雷达接收机的最差噪声系数。

**解：**

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1}$$



- 当衰减器衰减量调至0dB时，接收机具有最佳噪声系数
- 当衰减量调至40dB时，接收机具有最差的噪声系数。

(1)  $A=0 \text{ dB} = 10^0 = 1$ ,  $G_1=40 \text{ dB} = 10^{40/10} = 10000$ ,

$$F_{best} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1 / A} = 2 + \frac{11 - 1}{10000 / 1} = 2.0001$$

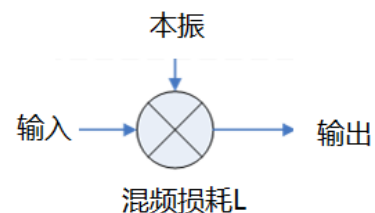
(2)  $A=40 \text{ dB} = 10000$ ,  $G_1=40 \text{ dB} = 10000$ ,

$$F_{worst} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1 / A} = 2 + \frac{11 - 1}{10000 / 10000} = 12$$

## 思考题

如果把混频器也看作一个“放大器”，试推导：  
混频损耗为L的混频器，其噪声系数等于多少？提示：  
噪声系数的物理意义可由下式表示：

$$F = \frac{(SNR)_{in}}{(SNR)_{out}} = \frac{S_i / N_i}{S_o / N_o}$$



## 第四讲 雷达方程与目标检测

### 4.1 基本雷达方程

### 4.2 雷达方程中的比例关系

### 4.3 雷达系统中的信噪比计算

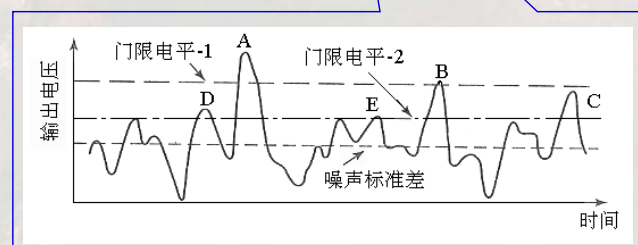
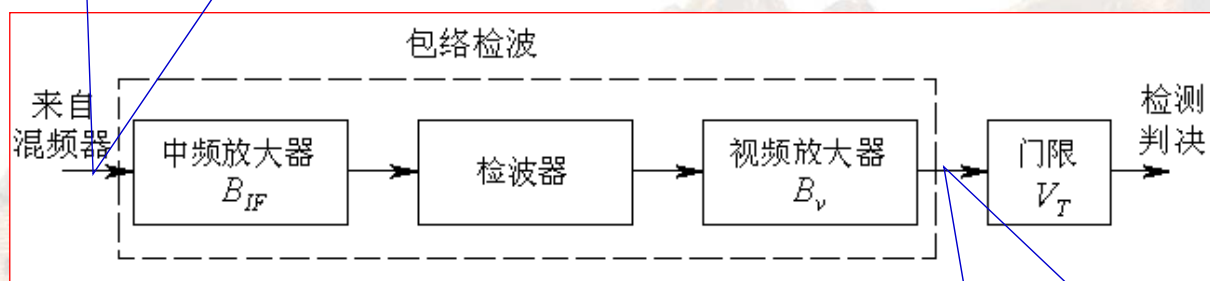
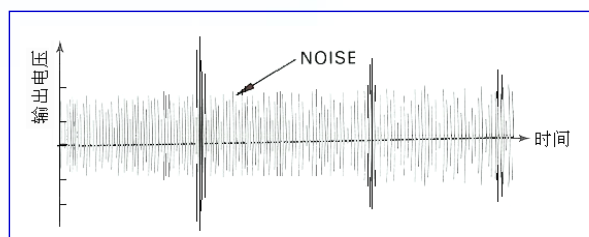
### 4.4 噪声中的信号检测

### 4.5 检测概率与虚警概率的概念

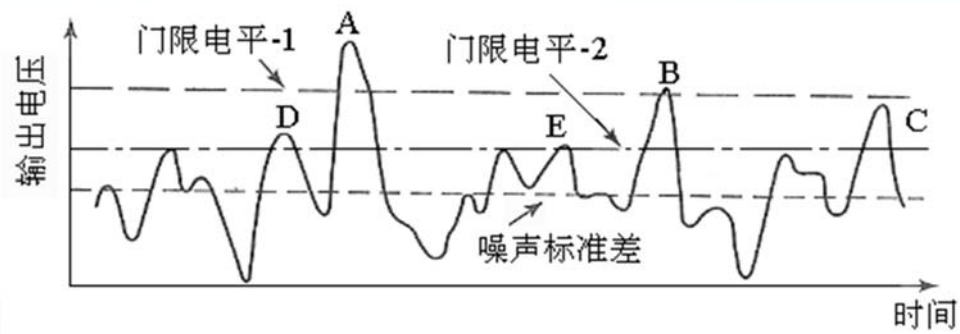
### 4.6 恒虚警率(CFAR)检测概念

### 4.7 目标识别：示例

## 噪声中的信号检测



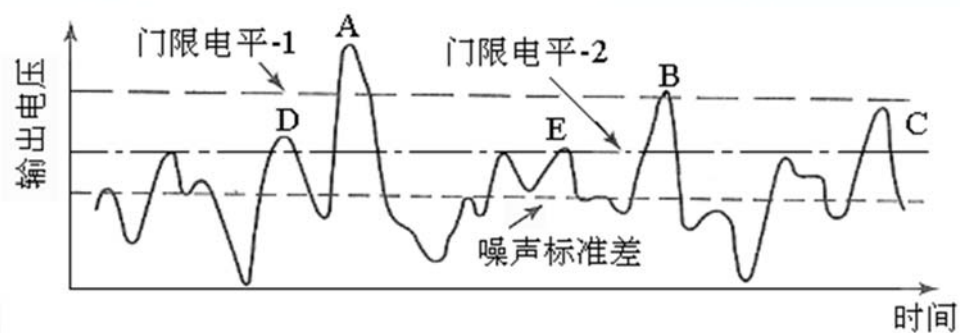
## 真目标A、B、C



**漏警：**当按图中所设的门限电平1来判断目标存在与否时，会发生漏警 (missed alarm) 现象，即

目标A和B可以被正确检测出，而目标C由于其信号电平低于门限值，会被雷达误认为是噪声。

## 真目标A、B、C



**虚警：**当按照图中的门限电平2来进行检测判决时，此时会出现虚警 (false alarm)，即

除了A，B和C三个真实目标可以被检出外，在D和E处的噪声电平因为超出门限值，因而也会被误认为是目标信号。



## 目标检测问题

目标检测问题相当于统计理论中的假设检验问题，由于考虑要么是目标，要么不是目标，因此符合雷达和二元通讯系统中的双择一问题。

代价：

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{01} \\ C_{10} & C_{00} \end{bmatrix}$$

检测  
器说

有目标

无目标

真实情况

有目标

无目标

正确  
结果

虚警  
(I型错误)

漏警  
(II型错误)

正确  
结果

检测概率  $p_d$  :

检测概率定义为雷达在特定距离上能够检测到特定目标的几率。

虚警概率  $p_{fa}$  :

虚警概率定义为当没有目标存在时，雷达作出错误检测的几率。

漏警概率  $p_{ma}$  :

漏警概率定义为当有目标存在时，雷达作出无目标存在错误判决的几率。

$$\begin{cases} H_1 : X = S + N & \text{(目标+噪声)} \\ H_0 : X = N & \text{(噪声)} \end{cases}$$

$$P(H_0) + P(H_1) = 1$$

一般情况下，雷达信号检测过程可以用门限检测来描述，而门限的确定与所选择的最佳准则有关。

信号检测中常采用的准则：

- 贝叶斯 (Bayes) 准则
- 最小平均错误概率 (MMPE) 准则
- 最大后验概率 (MAP) 准则
- 极大极小 (MiniMax) 准则
- 奈曼-皮尔逊 (Neyman-Pearson) 准则
- . . . . .

## 贝叶准则 (Bayes Criterion)

在假设  $H_j$  的先验概率  $P(H_j)$  已知，各种判决代价因子  $C_{ij}$  给定的情况下，使平均代价  $C$  最小的准则。

- 根据贝叶斯准则得到似然比检验，将似然比函数（转移概率密度函数—似然函数—之比） $\lambda(x)$  与最佳似然比门限  $\eta$ （由先验概率和判决代价因子确定）比较来判决哪种假设成立。
- 似然比检测有时可简化为对数似然比检验。还可进一步化简，使判决表达式左边的检验统计量为观测量  $x$  的最减函数。
- **贝叶斯准则是信号统计检测理论中的通用准则**，对各假设的先验概率  $P(H_j)$  和各种判决的代价因子  $C_{ij}$  做某些约束，则得到它的派生准则，如最小平均错误概率准则（先验等概时即为最大似然 (ML) 准则），最大后验概率 (MAP) 准则，极小化极大 (MiniMax) 准则，Neyman-Pearson (N-P) 准则。

参考：赵树杰，赵建勋《信号检测与估计理论》，清华大学出版社（下同）

## 最小平均错误概率准则 (Minimum mean probability of error criterion, MMPE)

使平均错误概率最小的检测准则。

□ 在通信系统中，通常要求正确判决不付出代价，错误判决代价相同，即有  $C_{00}=C_{11}=0$ ， $C_{10}=C_{01}=1$ ，此时平均代价 $C$ 恰好就是平均错误概率 $P_e$ ，贝叶斯准则就转化为其特例形式的最小平均错误概率准则，似然比检验的判决门限为

$$\eta = P(H_0) / P(H_1)$$

似然比函数仍为

$$\lambda(x) = P(x|H_1) / P(x|H_0)$$

□ 当先验等概时， $\eta=1$ ，判决就表示为两个似然函数 $P(H_0)$ ,  $P(H_1)$ 的比较，即转化为最大似然 (Maximum Likelihood, ML) 准则。

## 最大后验概率准则 (Maximum a posteriori probability criterion, MAP)

比较后验概率的大小的准则。

□ 最小平均代价的贝叶斯准则在判决代价满足 $c_{10}-c_{00}=c_{01}-c_{11}$ 的条件下，其判决式成为

$$P(x|H_1) / P(x|H_0) \geq P(H_0) / P(H_1)$$

(前述最小平均错误概率准则也即为此)，

最终可表示为

$$P(H_1|x) \geq P(H_0|x)$$

也即比较后验概率的大小，就成为最大后验概率准则。

□ 最小平均错误概率准则 (因而最大似然准则) 是MAP准则的特例，或者说，在给定的判决代价条件下，两种准则是等价的。



## 极小化极大准则 (MiniMax Criterion)

已经给定代价因子 $C_{ij}$ ，但先验概率 $P(H_j)$ 未知时，为避免产生可能过分大的代价，使极大可能代价极小化的信号检测准则。

□ 其方法是，猜测一个先验概率 $P_{1g}$ 用来确定贝叶斯准则的似然比检测门限 $\eta = \eta(P_{1g})$ ， $P_{1g}$ 的选取使得可能产生的极大平均代价最小。结果是，无论实际先验概率 $P_1$ 为多少，极小化极大准则的平均代价都等于 $C_{\min\max}$ （贝叶斯准则的最小平均代价的最大值），而不会产生过分大的代价。

□ 在 $C_{00}=C_{11}=0$ 条件下，极小化极大方程为 $C_{01}PM(P_{1g}) = C_{10}PF(P_{1g})$ ，进一步若 $C_{10}=C_{01}=1$ ，则为 $PM(P_{1g}) = PF(P_{1g})$ ，即 $P_{1g}$ 的选择使漏检概率和虚警概率相等，此时的极小化极大代价就是平均错误概率 $PF(P_{1g})$ 。

## 奈曼-皮尔逊准则 (Neyman-Pearson Criterion)

在错误判决概率 $PF=P(H_1|H_0)=\alpha$ 的约束条件下，使正确判决概率 $PD=P(H_1|H_1)$ 最大的准则。

□ 有约束条件的数学规划问题，利用拉格朗日 (Largrange) 乘子法求解，最终仍是似然比检验的形式

$$\lambda(x) = P(x|H_1) / P(x|H_0) \geq \eta$$

其检测门限由约束条件求得。

□ N-P准则的似然比检验形式同贝叶斯准则、最小平均错误概率准则完全一样。只是后两种准则的似然比检测门限由已知的先验概率和给定的代价因子确定，待求的是各种判决概率及性能；而N-P准则给定的是错误判决概率 $P(H_1|H_0)=\alpha$ ，待求的是似然比检测门限 $\eta$ 及正确判决概率 $P(H_1|H_1)$ 。



## 第四讲 雷达方程与目标检测

### 4.1 基本雷达方程

### 4.2 雷达方程中的比例关系

### 4.3 雷达系统中的信噪比计算

### 4.4 噪声中的信号检测

### 4.5 检测概率与虚警概率的概念

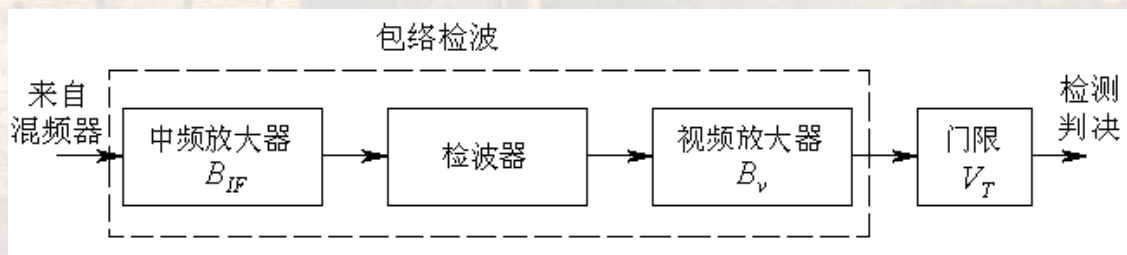
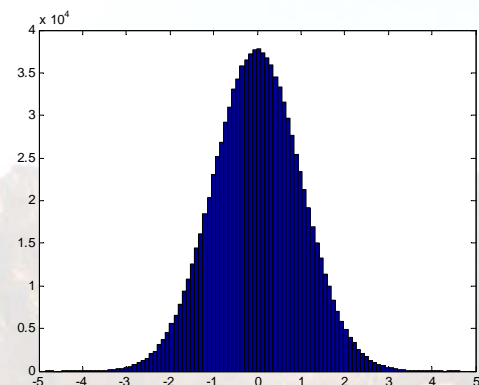
### 4.6 恒虚警率(CFAR)检测概念

### 4.7 目标识别：示例

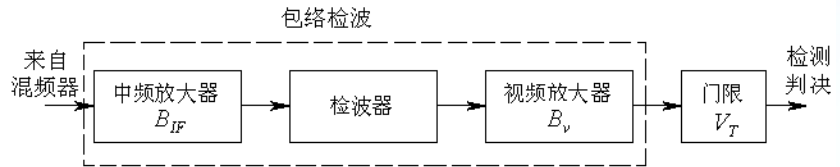
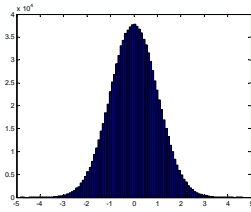
## 检测概率和虚警概率的计算

零均值高斯噪声的概率密度函数：

$$p(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\psi_0}} \exp\left\{-\frac{v^2}{2\psi_0}\right\}$$



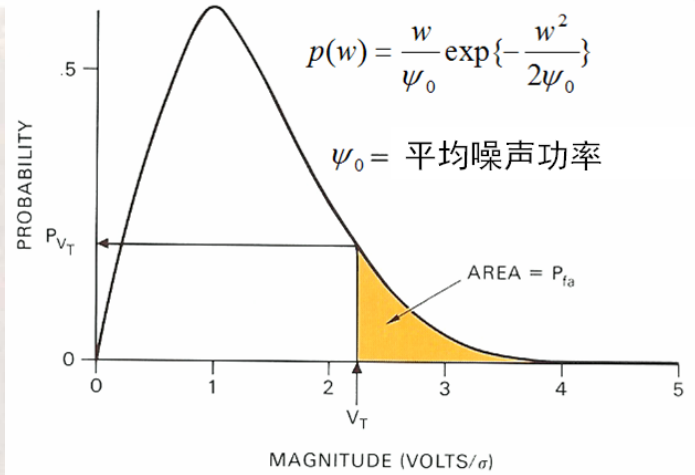
$$p(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\psi_0}} \exp\left\{-\frac{v^2}{2\psi_0}\right\}$$



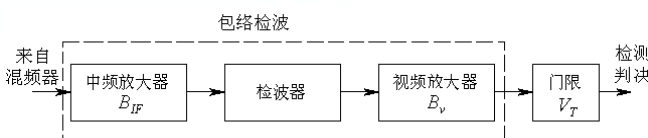
包络检波器的输出具有 Rayleigh 密度函数，

$$p(w) = \frac{w}{\psi_0} \exp\left\{-\frac{w^2}{2\psi_0}\right\}$$

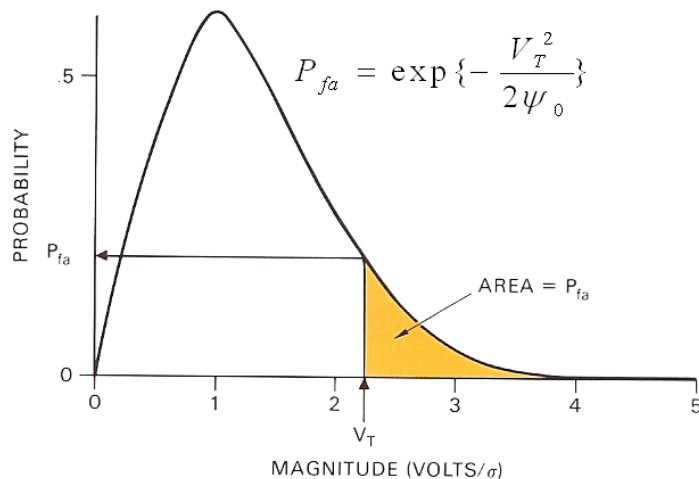
热噪声



虚警概率:



虚警概率



$$P(V_T < w < \infty) = \int_{V_T}^{\infty} p(w) dw$$

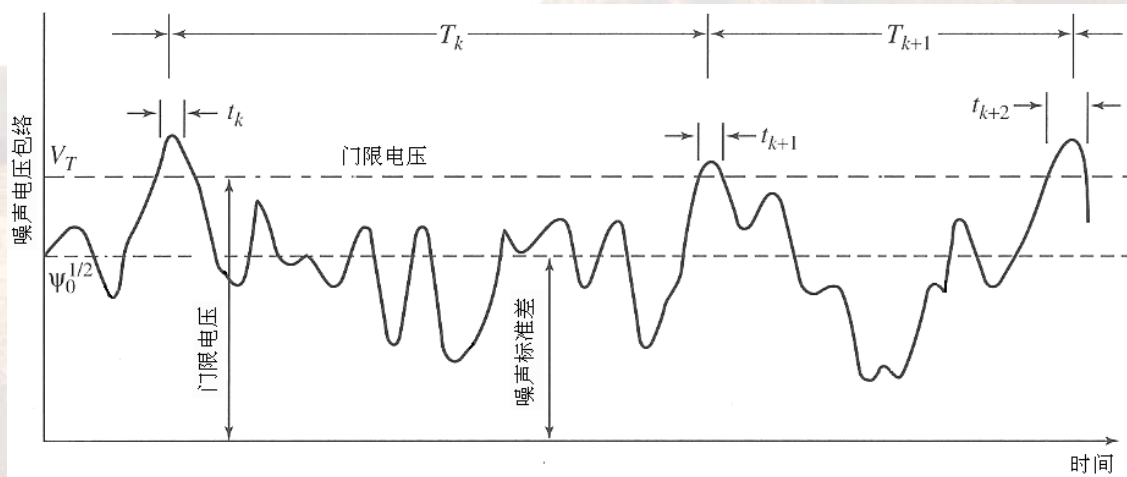
$$= \int_{V_T}^{\infty} \frac{w}{\psi_0} \exp\left\{-\frac{w^2}{2\psi_0}\right\} dw = \exp\left\{-\frac{V_T^2}{2\psi_0}\right\}$$

$$P_{fa} = \exp\left\{-\frac{V_T^2}{2\psi_0}\right\}$$

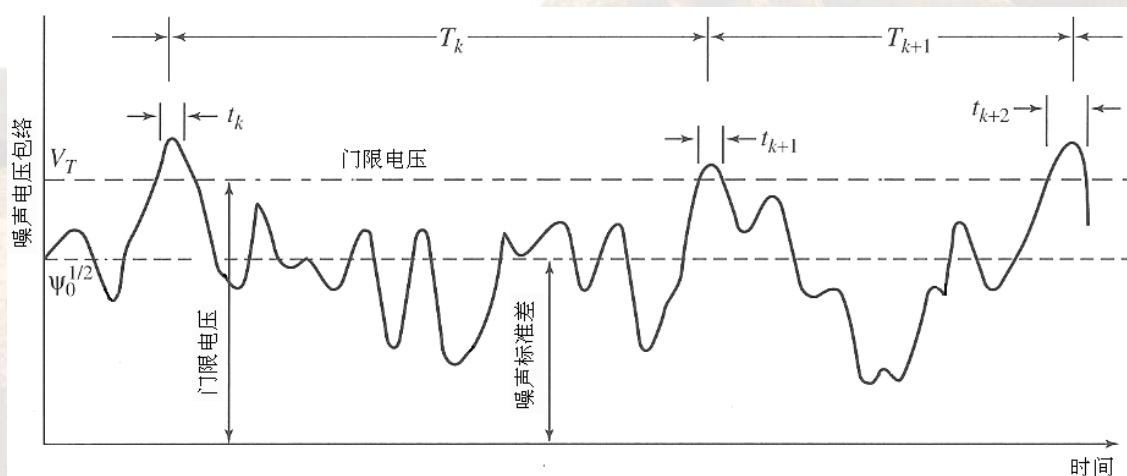
虚警概率: 当没有目标存在时, 雷达作出错误检测的几率

**虚警时间:** 当仅存在噪声时，接收机电平超过判决门限的平均时间间隔，即

$$T_{fa} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N T_k$$



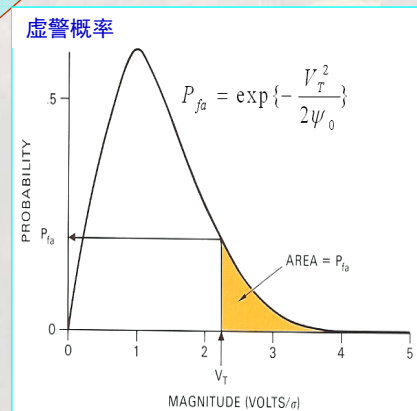
$$t_k \propto \frac{1}{B_{IF}} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N t_k = \frac{1}{B_{IF}}$$



$$P_{fa} = \frac{\sum_{k=1}^N t_k}{\sum_{k=1}^N T_k} = \frac{\langle t_k \rangle_{av}}{\langle T_k \rangle_{av}} = \frac{1}{T_{fa} B_{IF}} \quad P_{fa} = \exp\left\{-\frac{V_T^2}{2\psi_0}\right\}$$



$$T_{fa} = \frac{1}{B_{IF}} \exp\left\{\frac{V_T^2}{2\psi_0}\right\}$$



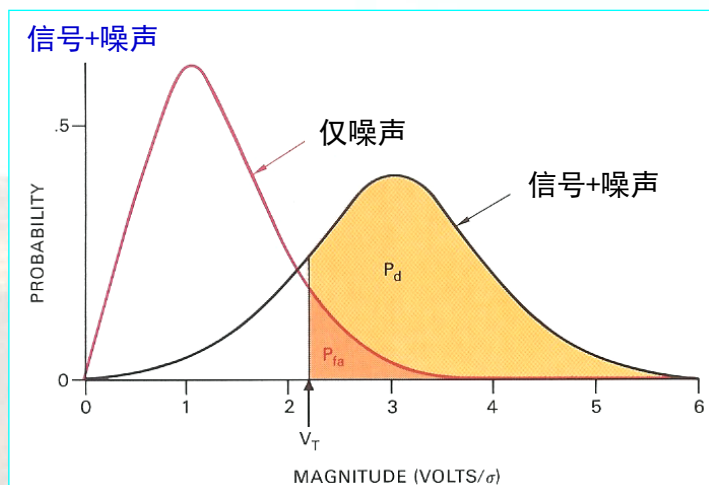
## 检测概率:

当幅度为A的正弦信号与噪声同时存在时, 包络的概率密度函数为

$$p_s(w) = \frac{w}{\psi_0} \exp\left\{-\frac{w^2 + A^2}{2\psi_0}\right\} I_0\left(\frac{wA}{\psi_0}\right)$$

$$P_d = \int_{V_T}^{\infty} p_s(w) dw$$

(没有简单解析公式)



典型信噪比条件下滤波器输出的概率密度。注意到 $V_T$ 右边面积代表检测概率, 且 $V_T$ 增大将使检测概率减小。



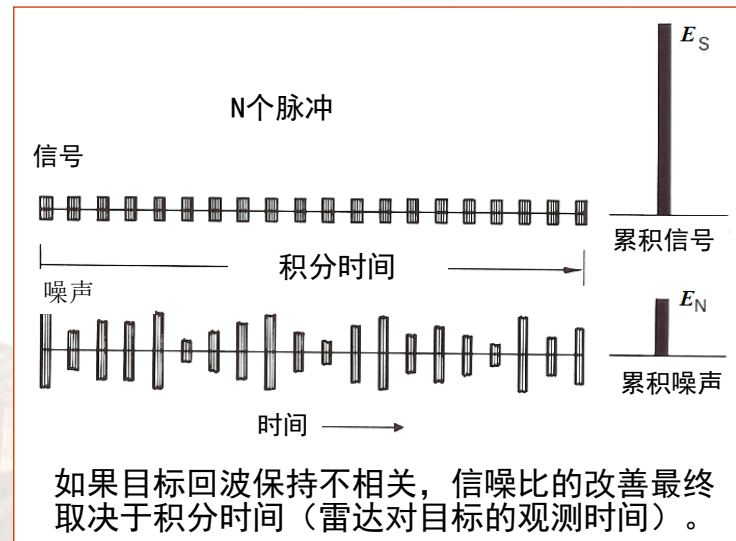
## 相参与非相参积累：

相参积累时SNR的提高：

$$(SNR)_{CN} = N \cdot (SNR)_1$$

非相参积累时SNR的提高：

$$(SNR)_{NN} = I_{NN} \cdot (SNR)_1$$



## 第四讲 雷达方程与目标检测

### 4.1 基本雷达方程

### 4.2 雷达方程中的比例关系

### 4.3 雷达系统中的信噪比计算

### 4.4 噪声中的信号检测

### 4.5 检测概率与虚警概率的概念

### 4.6 恒虚警率(CFAR)检测概念

### 4.7 目标识别：示例

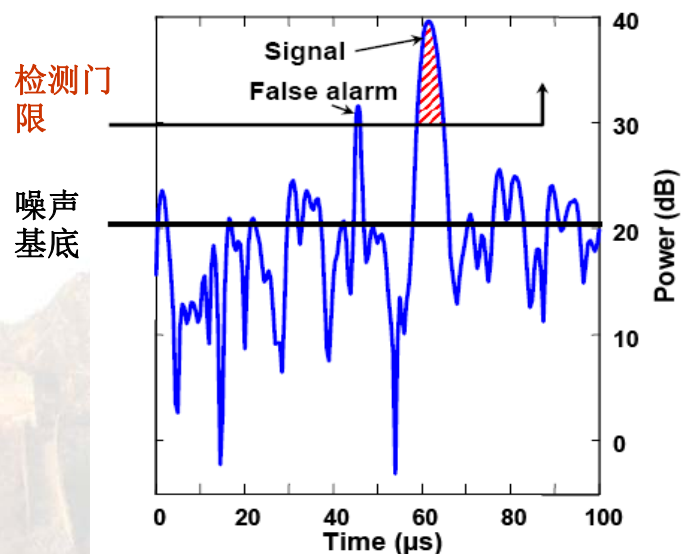
- ❑ 知道各假设的先验概率，并对每种可能判决给定了代价因子的条件下，采用Bayes（以及MAP,MMPE, ML,...）
- ❑ 不知道先验概率，可采用MiniMax
- ❑ 不能预知先验概率，也无法对各种判决给定代价因子，采用Neyman-Pearson

## 奈曼-皮尔逊（Neyman-Pearson）准则

在**错误判决概率**  $P(H_1 | H_0) = \text{constant}$  的约束条件下，使**正确判决概率**  $P(H_1 | H_1) = \text{maximum}$ （最大化）

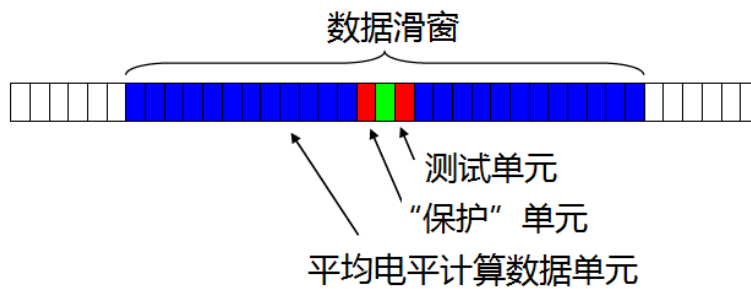
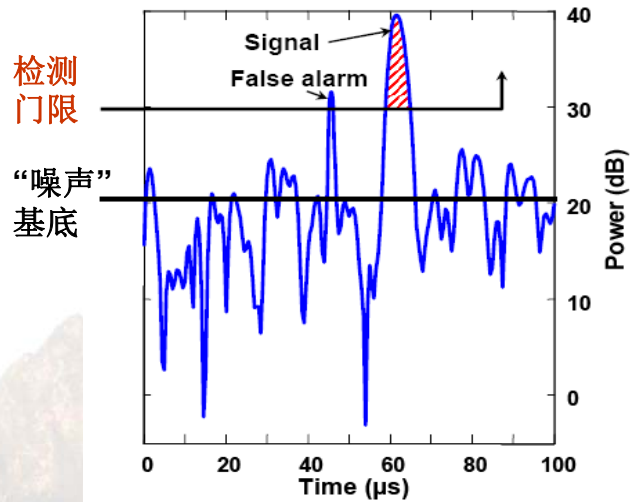
### 检测中的问题:

- (1) 必须知道噪声基底才能确定检测门限;
- (2) 当噪声仅为高斯噪声时，虚警概率才是确定的;
- (3) 背景杂波一般不服从高斯分布。



若依据奈曼-皮尔逊准则，在雷达信号的检测过程中需要使虚警概率保持恒定，即恒虚警率处理，称为**恒虚警率(CFAR)**检测。

**CFAR检测的基本原理：**根据检测单元附近的参考单元估计背景杂波的平均电平并依此调整门限，从而使雷达信号检测处理满足奈曼-皮尔逊准则。



## 第四讲 雷达方程与目标检测

### 4.1 基本雷达方程

### 4.2 雷达方程中的比例关系

### 4.3 雷达系统中的信噪比计算

### 4.4 噪声中的信号检测

### 4.5 检测概率与虚警概率的概念

### 4.6 恒虚警率(CFAR)检测概念

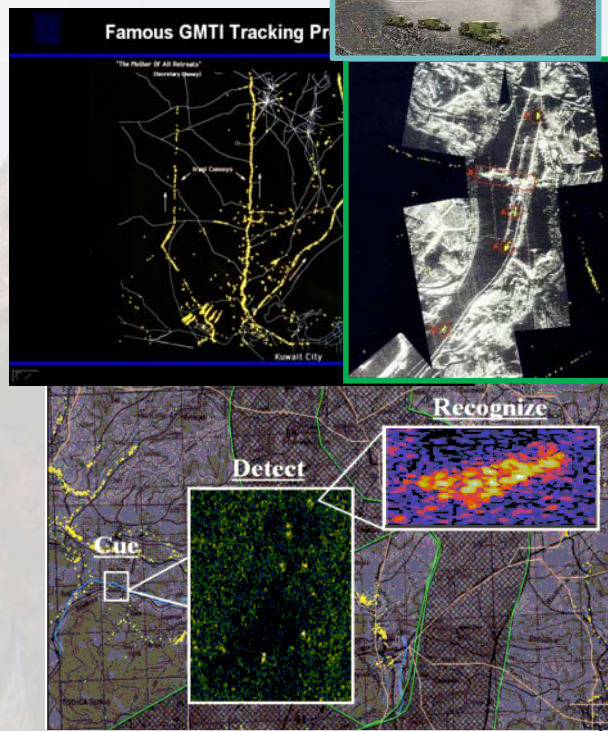
### 4.7 目标识别：示例



## 例：联合监视与目标攻击雷达系统（Joint STARS）

广域监视和运动目标指示 (WAS/MTI) 是早期雷达的基本工作模式，用于探测、定位和分辨慢速运动目标。与此不同，Joint STARS 通过对 SAR / GMTI 技术的结合，具备了更强的功能：

- 广域监视和测绘
- 高分辨率 SAR / ISAR 成像：可对地面目标 (SAR) 和海面舰船目标 (ISAR) 成像
- 固定目标指示：利用高分辨率 SAR 图像实现对固定目标（桥梁、机场、建筑物、停靠的目标等）的指示
- 运动目标指示：基于高分辨率的 GMTI
- 自动目标识别：集成 MSTAR 已经形成的地面目标识别能力

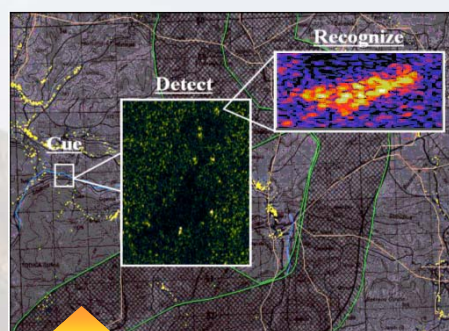
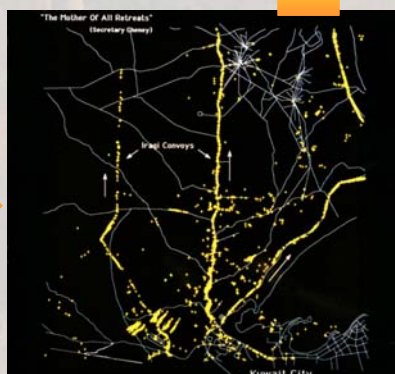
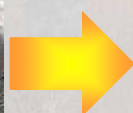


## MSTAR ATR 嵌入 JSTARS



### JSTARS能力：

- 广域监视和测绘
- 高分辨率 SAR / ISAR 成像：可对地面目标 (SAR) 和海面舰船目标 (ISAR) 成像
- 固定目标指示：利用高分辨率 SAR 图像实现对固定目标（桥梁、机场、建筑物、停靠的目标等）的指示
- 运动目标指示：基于高分辨率的 GMTI
- 自动目标识别：集成 MSTAR 已经形成的 ATR 能力

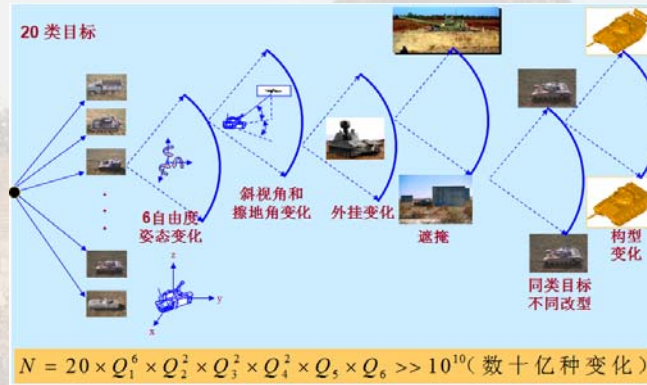


ATR 输出



# MSTAR: 运动和静止目标获取与识别

MSTAR计划由美国国防高级研究计划局(DARPA)组织实施。它以基于合成孔径雷达(SAR)图像的地面运动和静止目标的探测识别为主要研究内容, 研究主题是基于模型的自动目标识别。

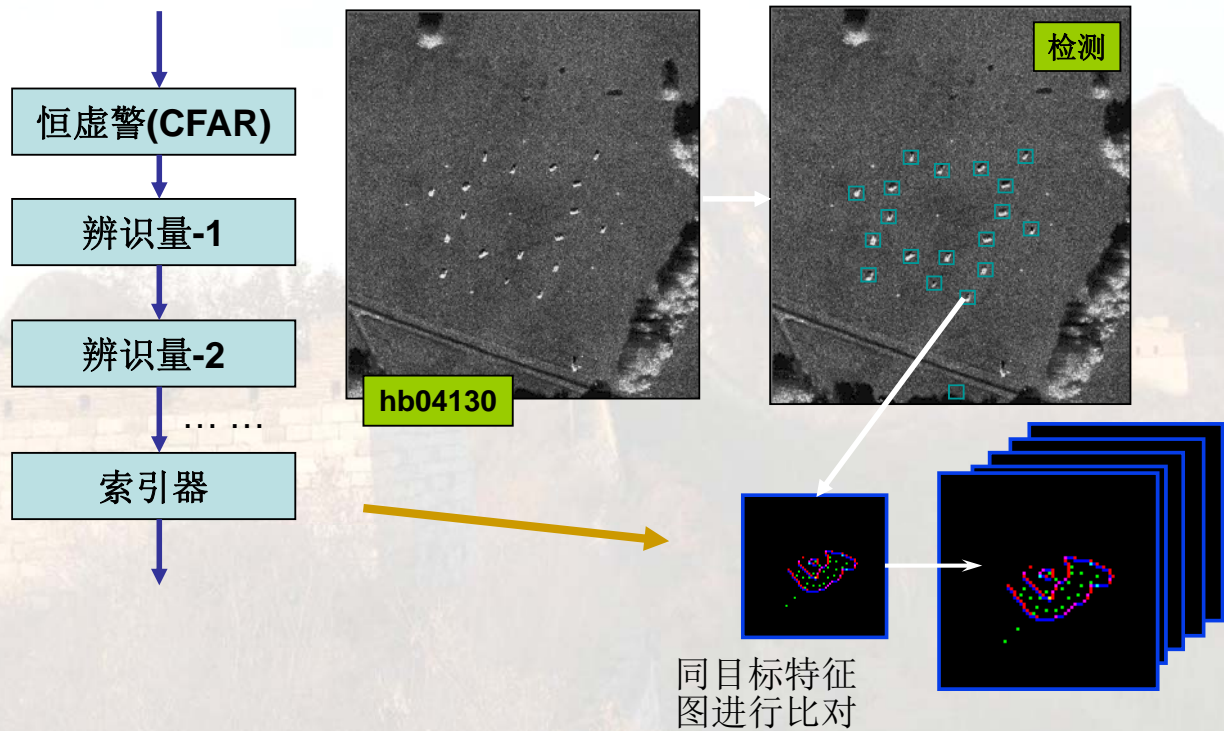


**问题的提出:** 真实战场环境下地面目标的复杂多变性, 即使对于20类雷达目标的自动识别, 其识别变量也可达数十亿个之多。因此, 传统的模板匹配识别技术不能胜任, 必须发展创新的ATR技术。

## MSTAR: 基于模型的目标识别

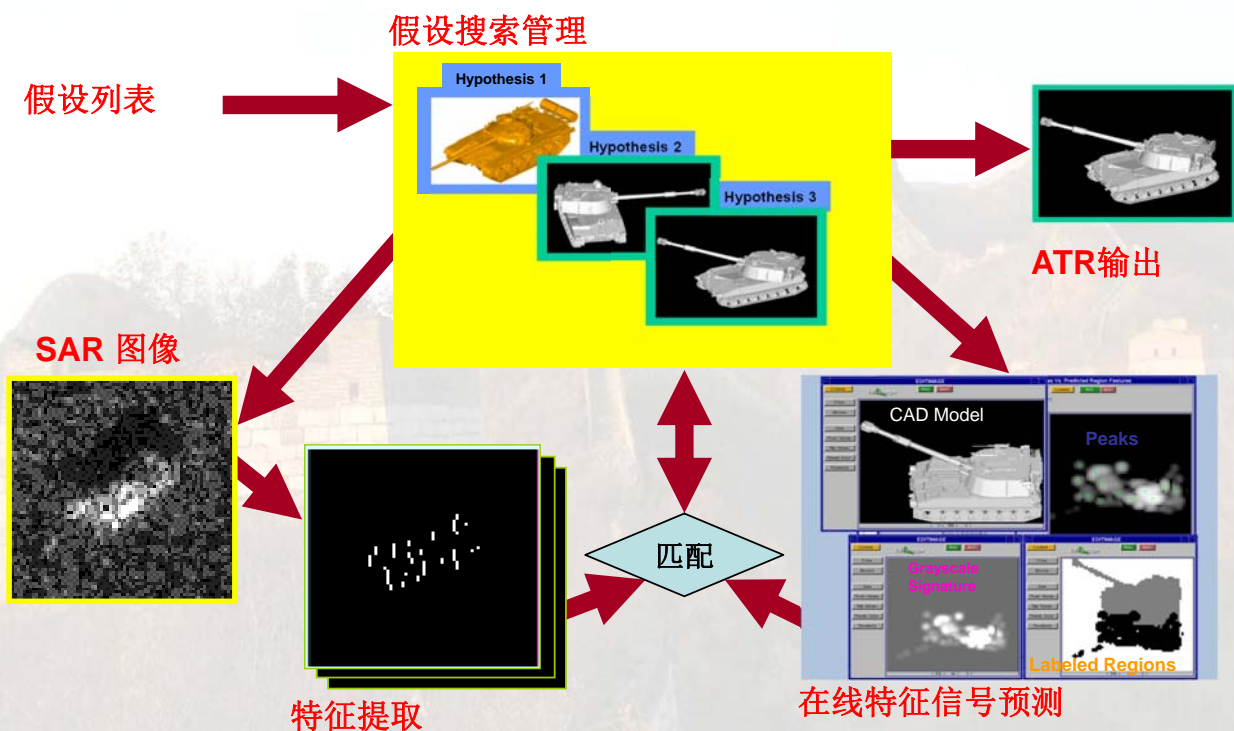


## 前端：SAR图像目标检测



Xu: Radar Systems, Chapter-04

## 后端：预测、提取、匹配与搜索



Xu: Radar Systems, Chapter-04

# 小结



## 雷达方程推导过程总结

$$P_r = P_t \cdot G_t \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \sigma \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{\lambda^2 G_r}{4\pi} \cdot \frac{1}{L}$$

接收回波的功率

发射机功率

定向天线发射功率

目标处入射功率密度

目标散射的功率

接收机处回波功率密度

未考虑损耗时的回波功率

系统和传播损耗







# 谢谢，请批评指正

许小剑

北京航空航天大学电子信息工程学院

Tel: 010-82316065

Email: [xiaojianxu@buaa.edu.cn](mailto:xiaojianxu@buaa.edu.cn)