

# 北京航空航天大学研究生院 《现代雷达系统理论》

## 第5讲: 雷达测距、测速与测角

北京航空航天大学 许小剑  
2020年秋季学期

Xu: Radar Systems, Chapter-05

## 第五讲 雷达测距、测速与测角

- 5.1 雷达脉冲与测距
- 5.2 点目标与扩展目标的测距
- 5.3 测距精度
- 5.4 多普勒频移的概念
- 5.5 多普勒频率的测量
- 5.6 测速精度
- 5.7 雷达测量的不确定性
- 5.8 雷达测角与跟踪概念

## 第五讲 雷达测距、测速与测角

### 5.1 雷达脉冲与测距

### 5.2 点目标与扩展目标的测距

### 5.3 测距精度

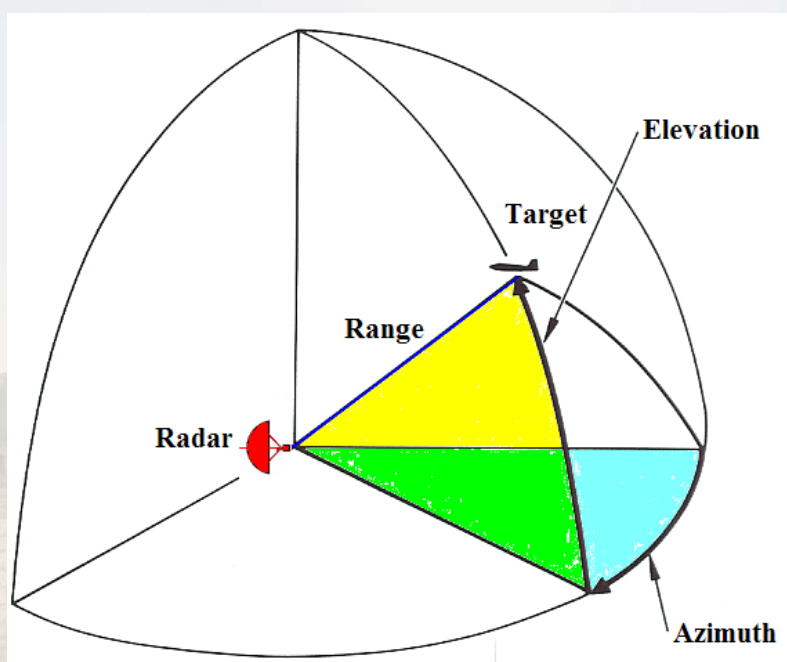
### 5.4 多普勒频移的概念

### 5.5 多普勒频率的测量

### 5.6 测速精度

### 5.7 雷达测量的不确定性

### 5.8 雷达测角与跟踪概念

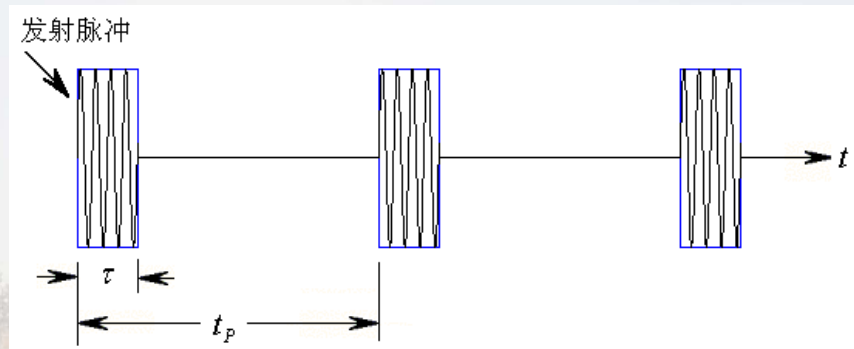


目标位置：  
 $(r, \theta, \phi)$ ,  
 $(x, y, z)$

雷达坐标

# 雷达脉冲与测距

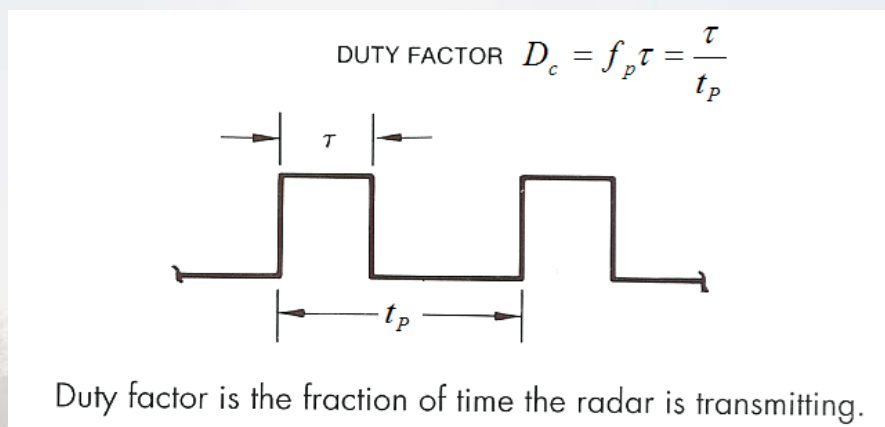
雷达脉冲：



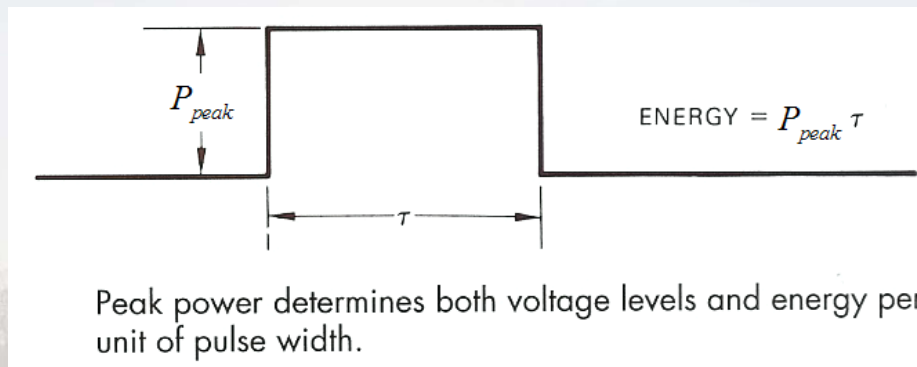
脉冲宽度：

脉冲重复周期(PRI)：

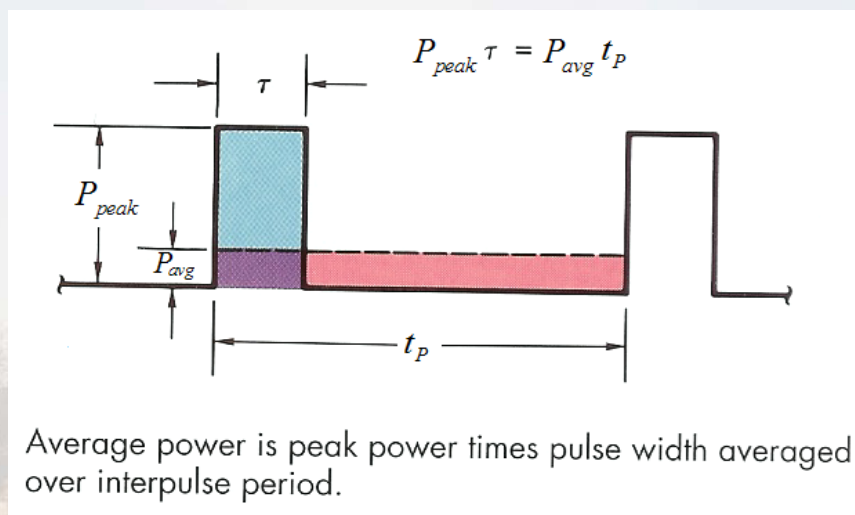
脉冲重复频率(PRF)： $f_p = \frac{1}{t_p}$



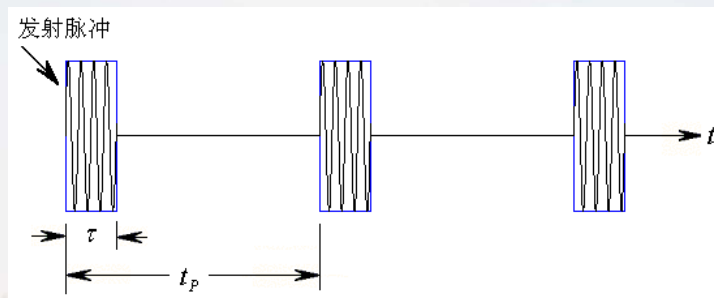
占空比： $D_c = f_p \tau = \frac{\tau}{t_p}$



**峰值功率**  $P_{peak}$  是指在一个脉冲内功率的平均值。

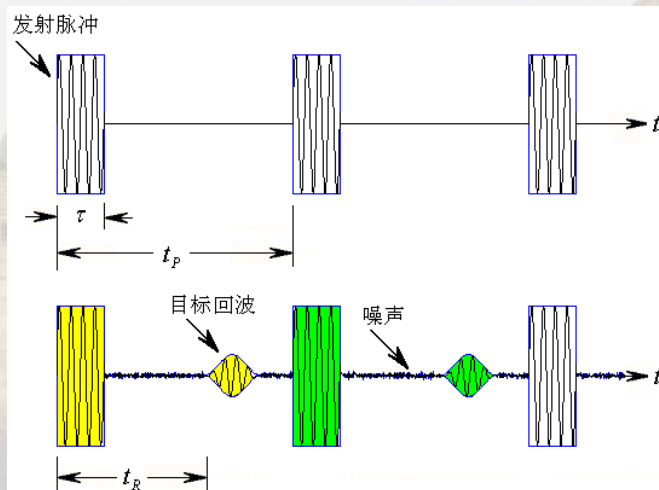
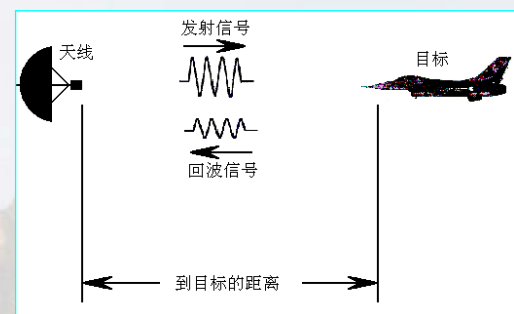


**平均功率**  $P_{avg}$  是指在一个脉冲重复周期内功率的平均值



对于受正弦载频信号调制的脉冲，其峰值功率不是瞬时功率最大值，而是等于最大值的  $1/2$  。

通过测量脉冲的时延测距：

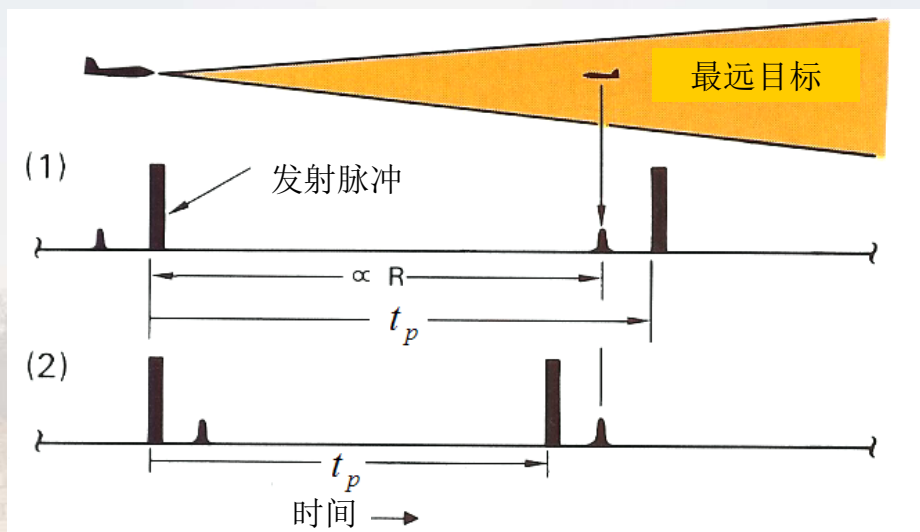


双程：  $2R = ct_R$

$$R = \frac{1}{2} ct_R$$



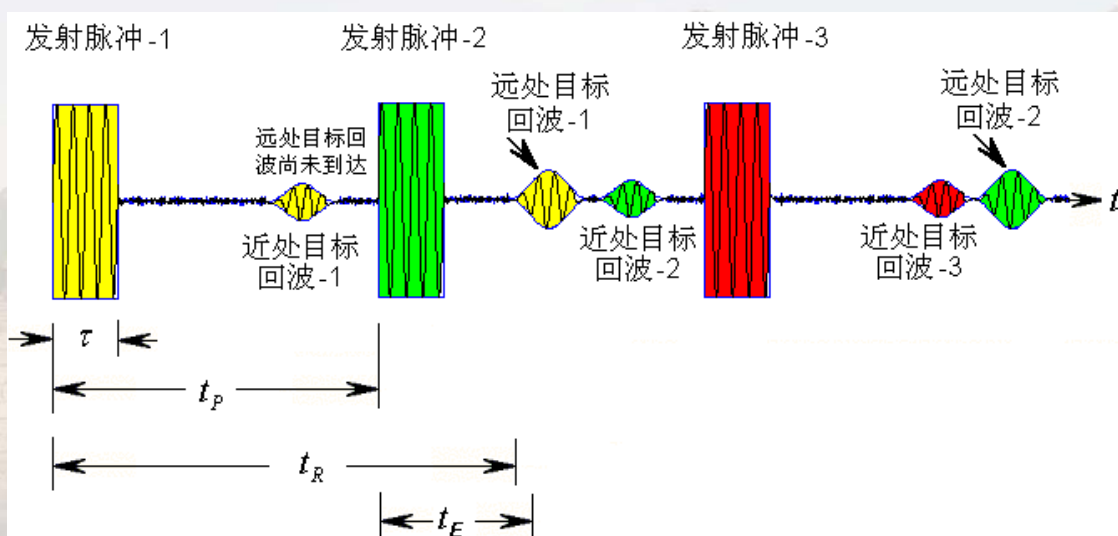
## 距离模糊问题：

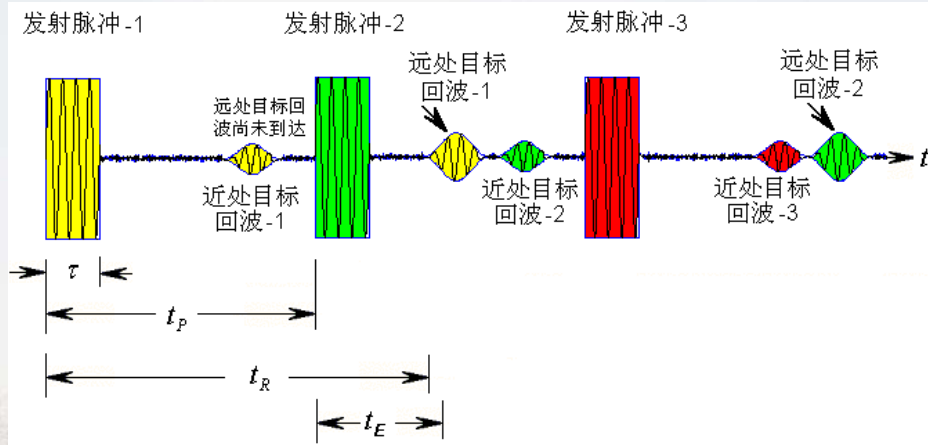


(1) 如果脉冲重复周期  $t_p$  足够长，可以认为在下一个脉冲发射前，最远处的目标回波已经回到接收机处，故可以认为当前回波就是前一个脉冲被目标反射所产生的回波信号。

(2) 否则，情况就会变得复杂起来。

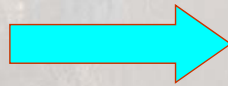
## 距离模糊问题：单个目标时可以区分，存在多个不同距离上的目标时，产生模糊





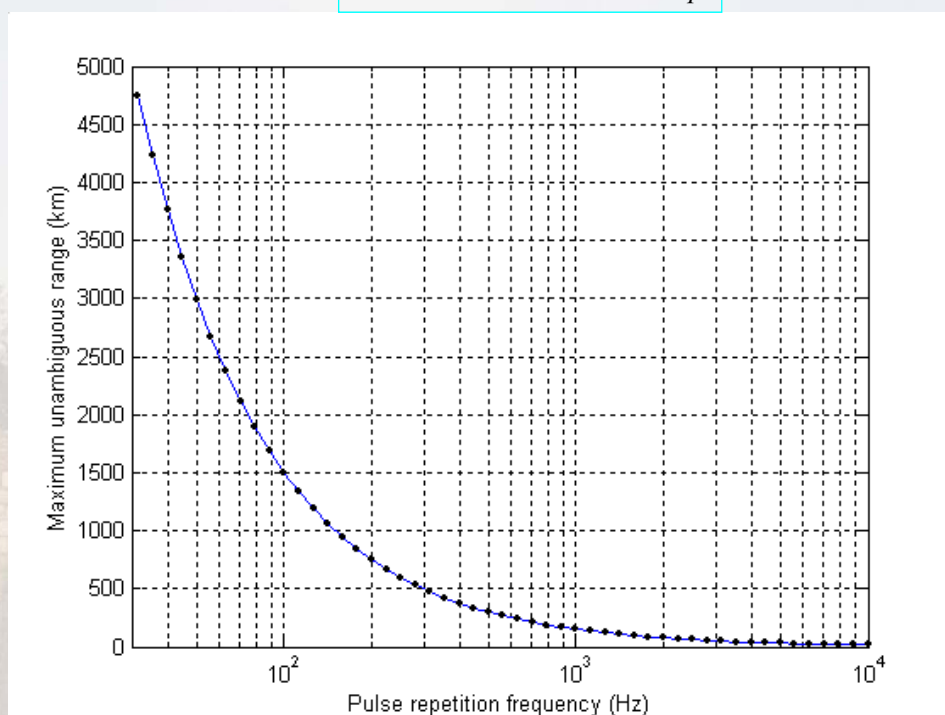
**无距离模糊的条件：**在发射下一个脉冲前，距离最远处目标的回波已经达到接收机。

$$R = \frac{1}{2} c t_R$$



$$R_{\max} = \frac{1}{2} c (t_p - \tau) \approx \frac{1}{2} c t_p$$

$$R_{\max} \approx \frac{1}{2} c t_p = \frac{c}{2 f_p}$$



## 第五讲 雷达测距、测速与测角

### 5.1 雷达脉冲与测距

### 5.2 点目标与扩展目标的测距

### 5.3 测距精度

### 5.4 多普勒频移的概念

### 5.5 多普勒频率的测量

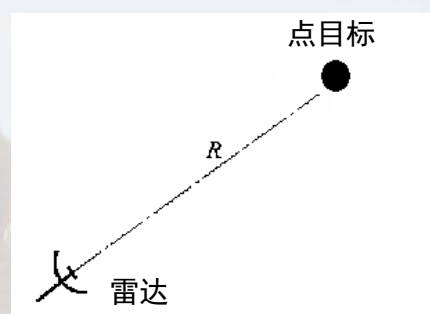
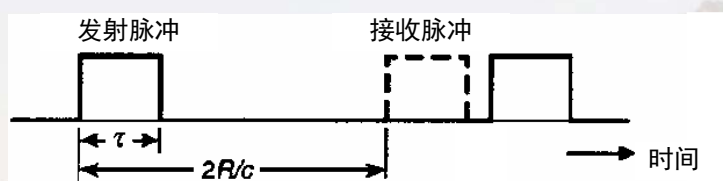
### 5.6 测速精度

### 5.7 雷达测量的不确定性

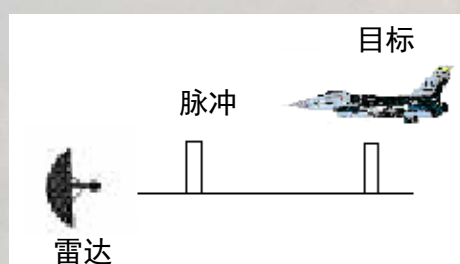
### 5.8 雷达测角与跟踪概念

## 点目标与扩展目标的测距

### 点目标 (Point Target):

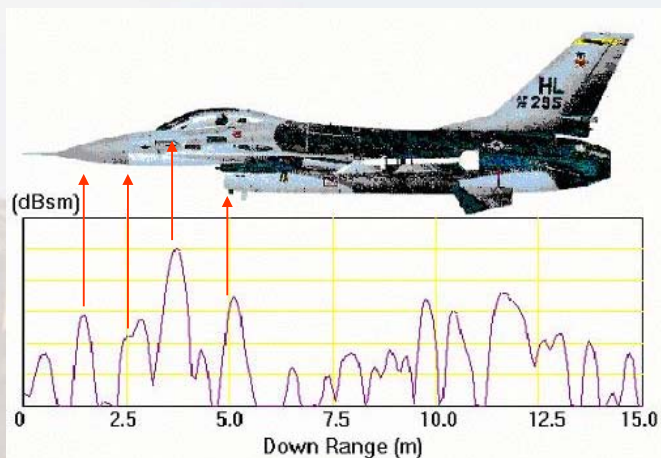
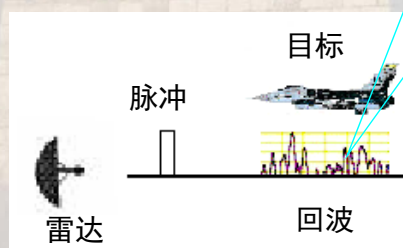


当雷达发射脉冲的脉宽远远小于目标尺寸大小时，扩展目标的回波波形会是什么样子？





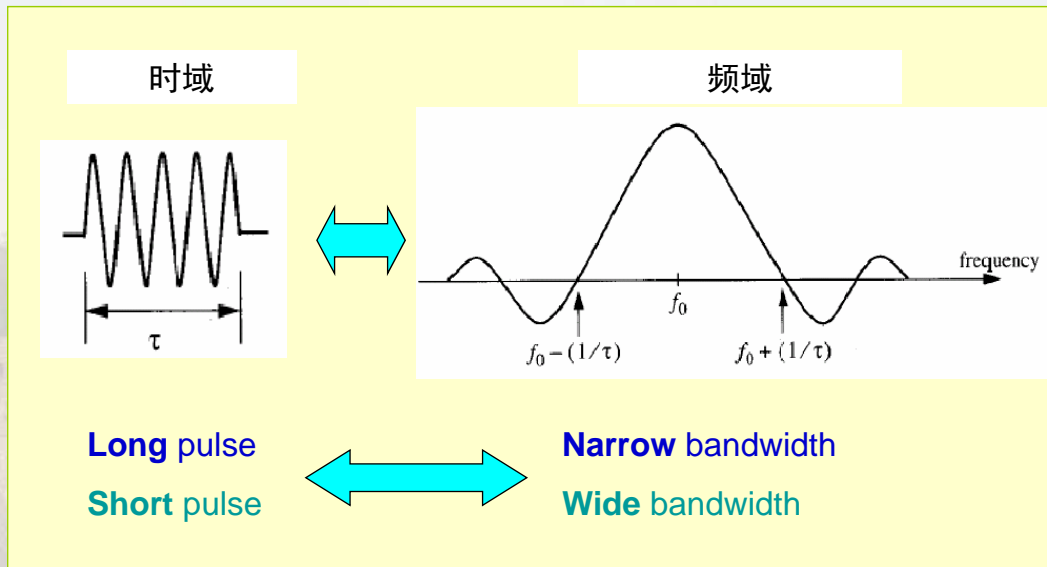
## 扩展目标(Extended Target):



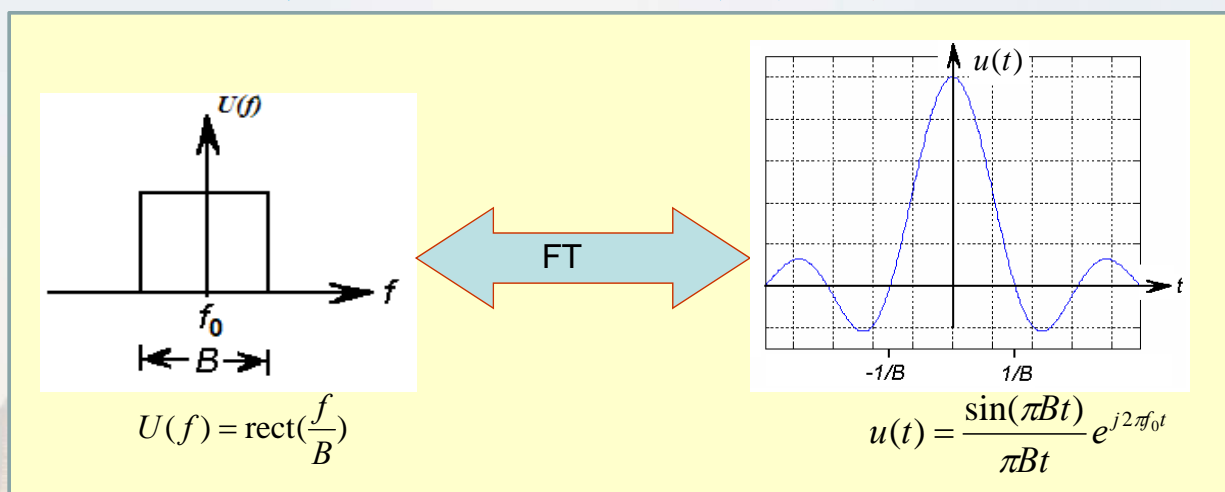
## 在两个不同层面上的距离测量:

- 对于宽脉冲 (**long pulse**) 雷达, 目标被看成一个点 (point), 故目标的脉冲回波同发射脉冲形状基本相同 (不是完全相同!);
- 对于窄脉冲 (**short pulse**) 雷达, 目标被看成是扩展目标 (extended object, 其尺寸大于单个脉冲在空间上的扩展), 故目标的脉冲回波呈现为目标上散射特征随不同距离的分布特性, 称为一维距离像 (range profiles)。

## 时域脉冲宽度与频域信号频带宽度的关系

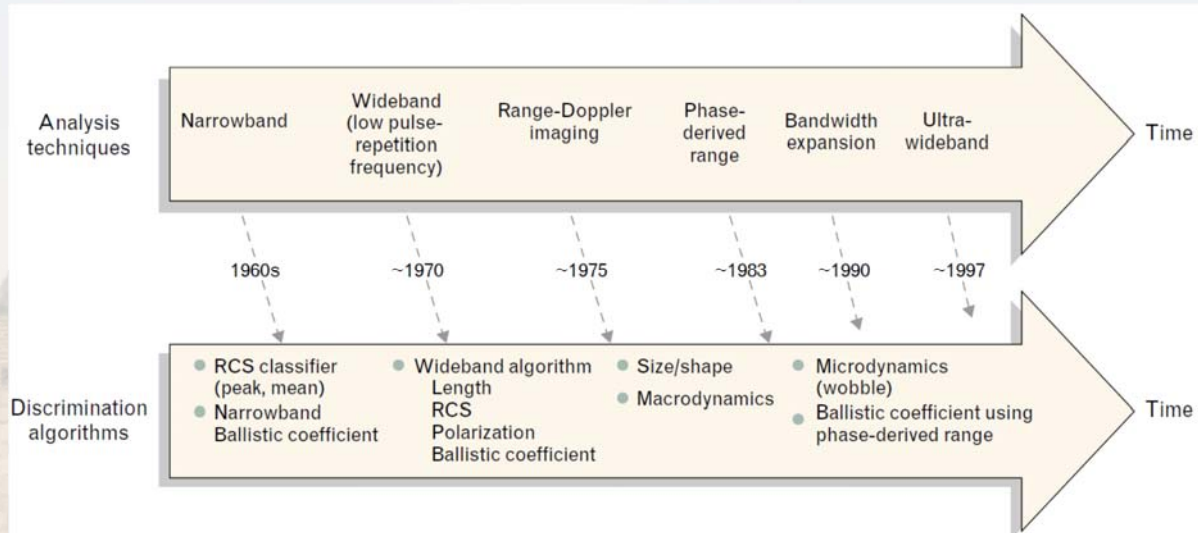


## 频域宽带信号与时域等效脉冲波形的关系



- ❑ 可以发现：频带宽度为B的雷达信号，其对应于时间域sinc函数的主瓣过零点**半宽度**为1/B，对应于空间尺度（双程传播） $c/2B$
- ❑ 所以，现代雷达系统不仅依靠脉冲串测时延来测距，还通过波形调制（例如LFM、PM、编码波形等）+ 脉冲压缩处理来获得更精细的测距，甚至通过测回波相位变化来测距（相推测距）

## 例：美国MIT林肯实验室雷达信号分析技术与目标识别算法发展历史沿革 — 相推测距



W. W. Camp et al, Wideband Radar for Ballistic Missile Defense and Range-Doppler Imaging of Satellites, Lincoln Lab. J, Vol.12, No.2, 2000

## 第五讲 雷达测距、测速与测角

### 5.1 雷达脉冲与测距

### 5.2 点目标与扩展目标的测距

### 5.3 测距精度

### 5.4 多普勒频移的概念

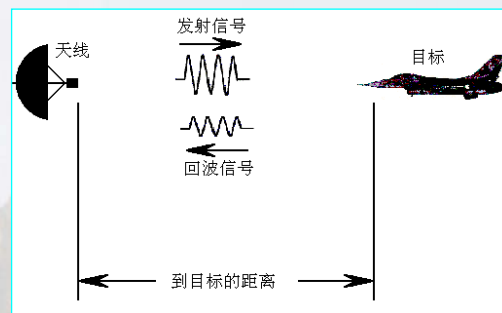
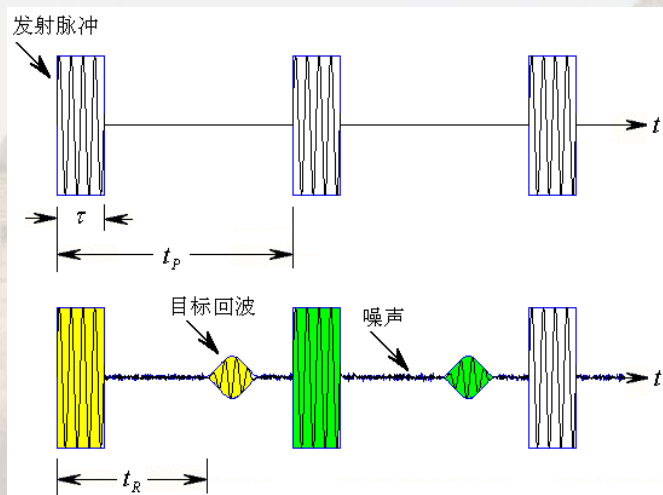
### 5.5 多普勒频率的测量

### 5.6 测速精度

### 5.7 雷达测量的不确定性

### 5.8 雷达测角与跟踪概念

## 通过测量脉冲的时延测距：

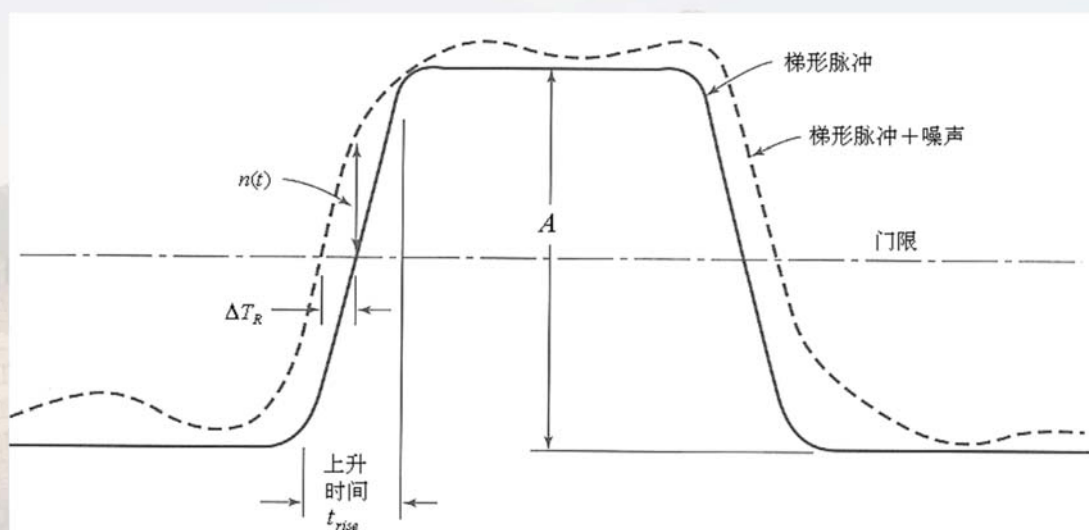


双程：  $2R = ct_R$

$$R = \frac{1}{2} ct_R$$

## 测距精度：取决于测时延的精度

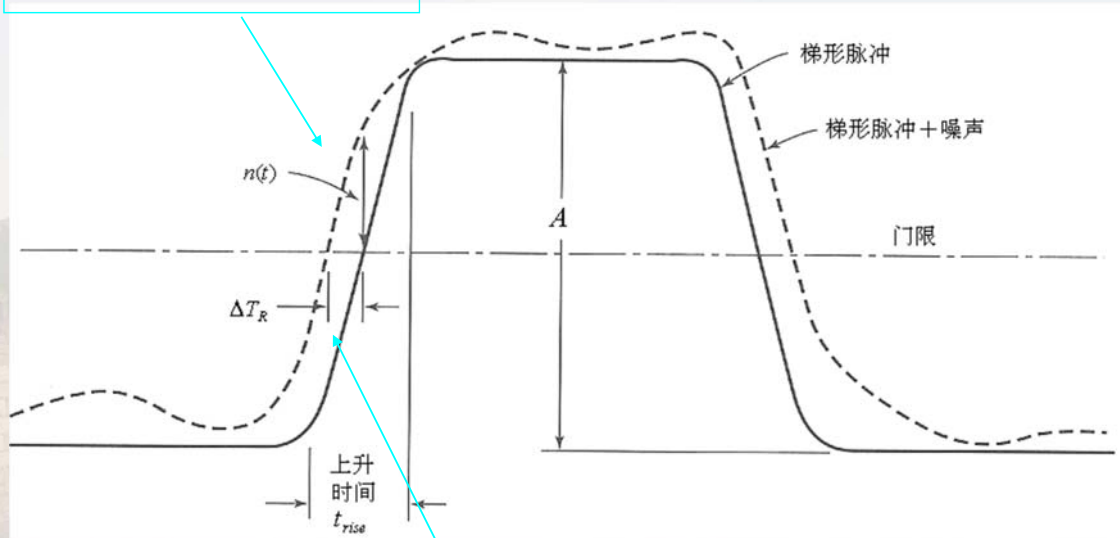
$$\delta_R = \frac{c}{2} \Delta T_R$$



利用脉冲前沿、后沿作为时间基准测目标时延

有噪声:

$$S_{ln} = n(t) / \Delta T_R$$



无噪声:

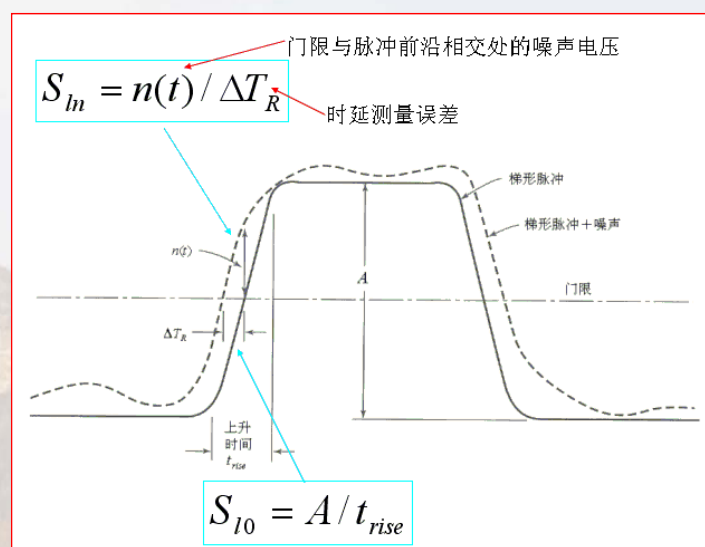
$$S_{l0} = A / t_{rise}$$

假定无噪声(信噪比很高时)  
的脉冲和有噪声的脉冲之间的  
上升斜率相等, 则

$$\frac{A}{t_{rise}} = \frac{n(t)}{\Delta T_R}$$



$$\Delta T_R = \frac{n(t)}{A} t_{rise} = \frac{t_{rise}}{A / n(t)}$$





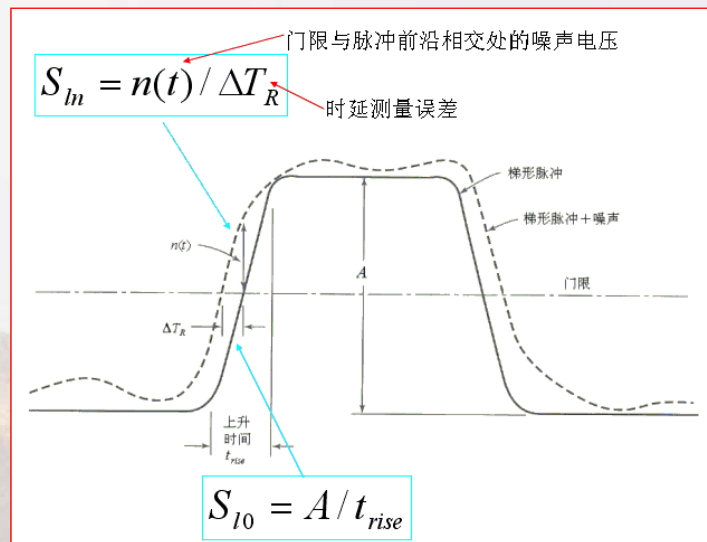
$$\Delta T_R = \frac{n(t)}{A} t_{rise} = \frac{t_{rise}}{A/n(t)}$$

随机量，  
取标准差

$$\delta T_R = \sqrt{\text{var}(\Delta T_R)} = \frac{t_{rise}}{\sqrt{A^2 / \bar{n}^2}}$$

或表示为信噪比关系：

$$\delta T_R = \frac{t_{rise}}{\sqrt{2S/N}}$$



精确的时延测量要求发射脉冲具有陡峭的上升沿和高的脉冲峰值。

如果脉冲的上升沿受到矩形中频滤波器的带宽的限制，近似为

$$t_{rise} \approx 1 / B_{IF}$$

令

$$S = E / \tau$$

$$N = N_0 B_{IF}$$

$$\delta T_R = \frac{t_{rise}}{\sqrt{2S/N}}$$

则有：

$$\delta T_R = \sqrt{\frac{\tau}{2B_{IF} E / N_0}}$$

脉冲宽度

噪声功率谱密度

矩形滤波器的频带宽度

信号能量

当同时用脉冲前沿和后沿进行时延测量，且脉冲前后沿的（高斯）噪声是不相关的，则通过求平均，上述均方根误差可以减小  $\sqrt{2}$  倍，即

$$\delta T_R = \sqrt{\text{var}(\Delta T_R)} = \frac{t_{\text{rise}}}{\sqrt{A^2 / \bar{n}^2}} \quad \Rightarrow \quad \bar{n}^2 \Rightarrow \bar{n}^2 / 2$$

$$\delta T_R = \sqrt{\frac{\tau}{4B_{IF}E / N_0}}$$

注意时延测量误差同雷达脉宽、中频带宽和信噪比之间的正反比关系，同时注意到能量同脉宽、脉冲峰值有关，而中频带宽往往又决定了雷达系统的等效噪声带宽。所以，这些参数是相互制约的复杂关系！

## 时延测量精度与有效带宽的关系

测时延精度:  $\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E / N_0}}$

有效带宽:  $\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$

$|S(f)|^2$  的归一化二阶中心矩。

雷达波形的频谱

$S(f)$  的频谱能量越朝两端汇聚，则有效带宽就越大，时延（距离）的测量精度越高。

测时延精度:

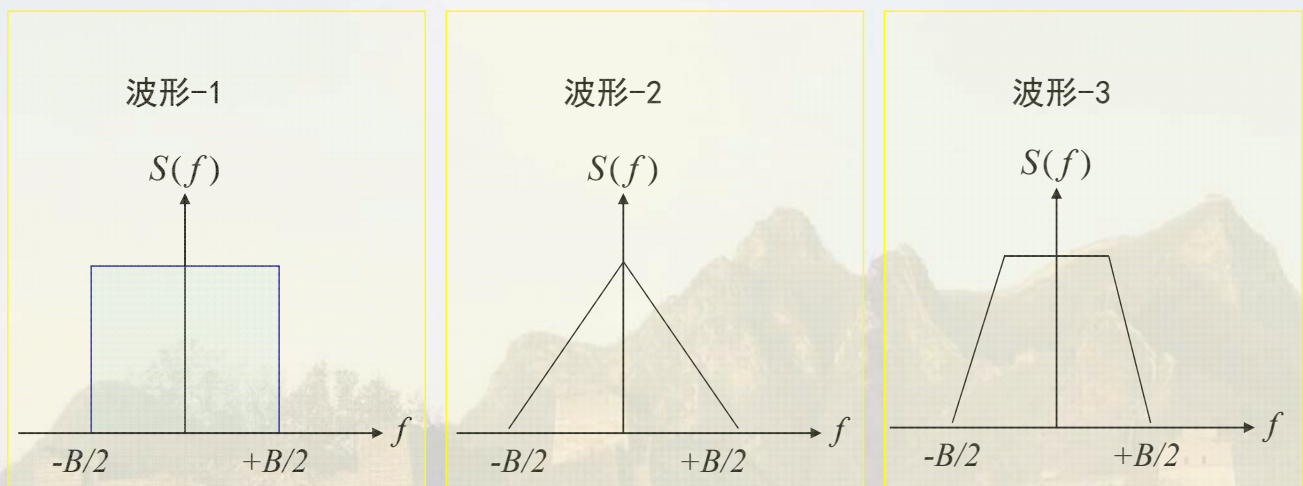
$$\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E/N_0}}$$



测距精度:

$$\delta R = \frac{c}{2} \delta T_R = \frac{1}{\sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{c}{2\beta}$$

- ❑ 信噪比越高，测距精度越高；
- ❑ 有效带宽越宽，测距精度越高：雷达波形的频谱能量越朝两端汇聚，则有效带宽就越大，测距精度越高。



哪个波形的测距精度最高/最低？

## 测距精度：

$$\delta R = \frac{c}{2} \delta T_R = \frac{1}{\sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{c}{2\beta}$$

$$\beta^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$$

距离分辨率（瑞利分辨率——也即等效脉冲的主瓣半宽度）：

$$\delta_r = \frac{c}{2B} \quad (\text{两者是否具有一致性?})$$

例：理想矩形频谱 ( $E=1$ )

$$\beta^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$$



$$\beta^2 = \frac{\pi^2 B^2}{3}$$

则

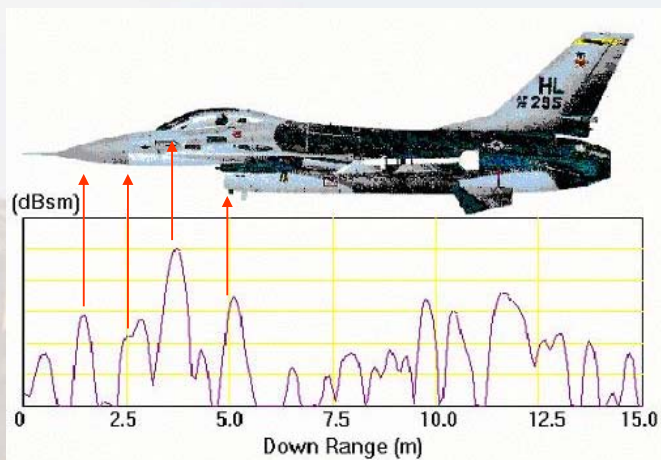
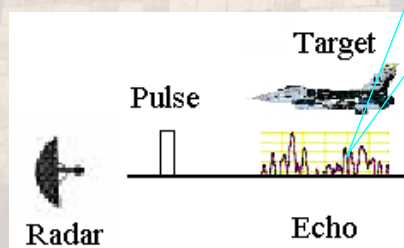
$$\delta T_R = \frac{\sqrt{3}}{\pi \sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{1}{B}$$

$$\delta R = \frac{c}{2} \delta T_R = \frac{\sqrt{3} c}{2\pi B \sqrt{2E/N_0}} = \frac{\sqrt{3}}{\pi \sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{c}{2B}$$

（正比于波形的距离分辨率）



## 高分辨率成像中的“测距”



采用等效带宽大的信号：可采用短脉冲实现，也可采用LFM、SFW、NLFM、相位编码等宽带波形+脉冲压缩处理来实现。

## 第五讲 雷达测距、测速与测角

### 5.1 雷达脉冲与测距

### 5.2 点目标与扩展目标的测距

### 5.3 测距精度

### 5.4 多普勒频移的概念

### 5.5 多普勒频率的测量

### 5.6 测速精度

### 5.7 雷达测量的不确定性

### 5.8 雷达测角与跟踪概念



# 目标速度测量

**相对速度：**

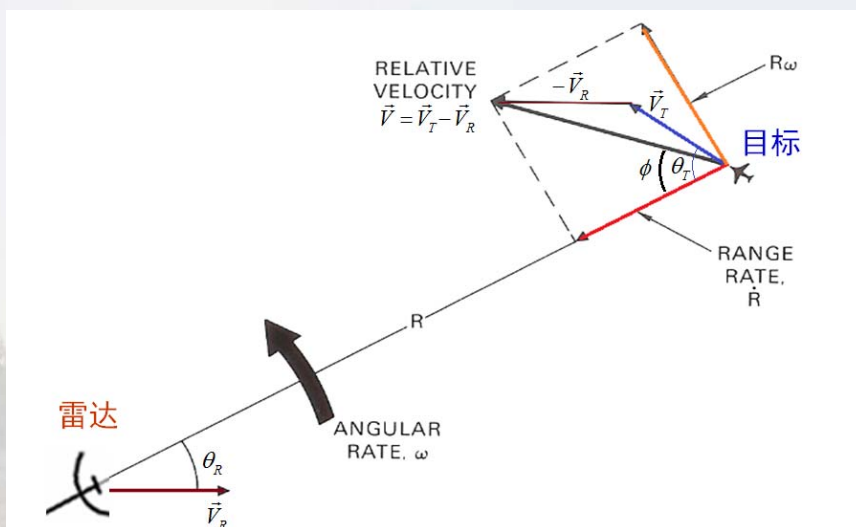
$$\vec{V} = \vec{V}_T - \vec{V}_R$$

**径向距离变化率：**

$$\vec{V}_r = \frac{dR(t)}{dt}$$

**角变化率：**

$$\vec{V}_\omega = \frac{dR_\omega}{dt}$$



目标的相对速度可以通过多种方式来测量和计算：不同时间的目标距离、距离变化率、视线角变化率。

**通过“直接测距→求取距离随时间的变化率→速度”的问题所在 ???**

## 如何解决？—— 逻辑思维与推理

相参雷达可以测得运动目标每一脉冲时刻的回波相对相位

两个脉冲回波相位之差反映了目标运动导致的回波双程时延带来的相位差

信号相位随时间的变化率为角频率

雷达载波的角频率是已知的

如果目标回波角频率不同于发射波角频率，则表明雷达-目标之间距离在变化

该距离变化量导致的相位变化量满足  $4\pi\Delta R/\lambda$  关系

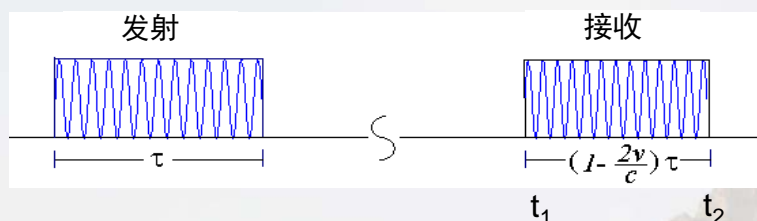
**所以，测出相位变化量即测出了距离变化量也即目标速度**

# 多普勒频移的概念



多普勒 (Doppler) 频移的最常见例子：当一辆鸣笛的汽车向前驶向你时，你听到的声音比较尖；而当汽车远离你而去时，声音变得低沉。所以，多普勒频率可以反映目标速度大小和方向。

## 速度与Doppler频移之间的关系



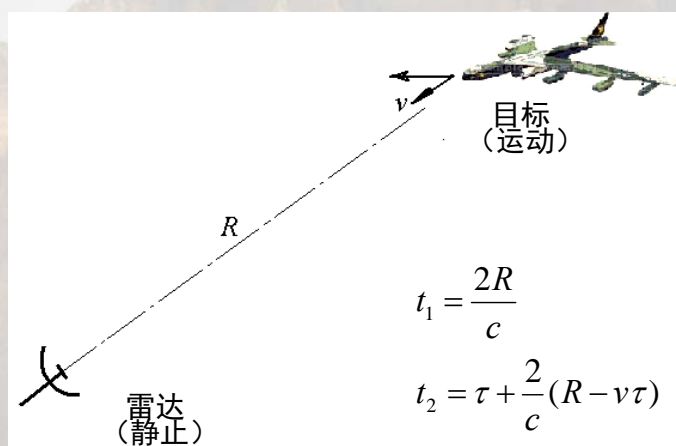
发射脉宽:  $\tau$

回波脉宽:  $\Delta t = t_2 - t_1 = (1 - \frac{2v}{c})\tau$

对于靠近目标:  $\Delta t < \tau$

对于远离目标:  $\Delta t > \tau$

对于静止目标:  $\Delta t = \tau$



发射信号频率:  $f_0 = \frac{N}{\tau}$

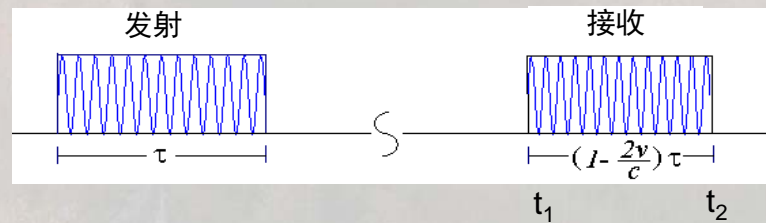
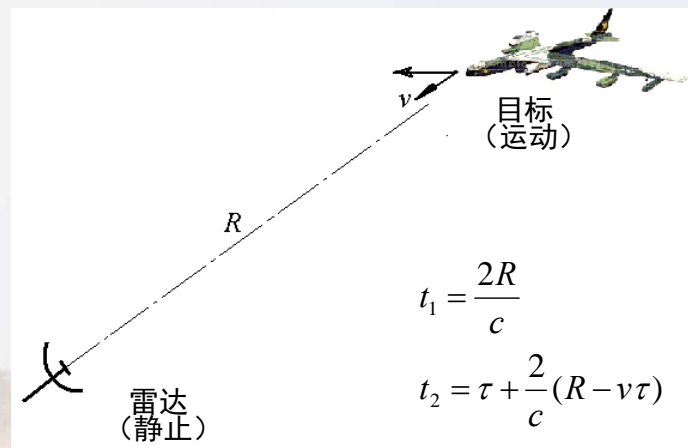
接收信号频率:

$$f_{\text{recd}} = \frac{N}{t_2 - t_1} = \frac{N}{(1 - \frac{2v}{c})\tau} = \frac{f_0}{(1 - \frac{2v}{c})}$$

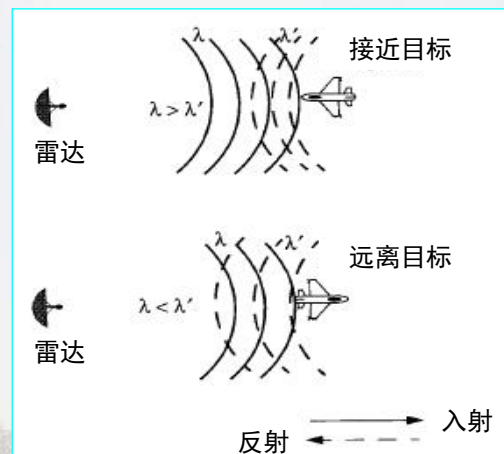
$$= f_0 \frac{1 - \frac{2v}{c} + \frac{2v}{c}}{1 - \frac{2v}{c}}$$

$$\approx f_0 (1 + \frac{2v}{c}) = f_0 + f_d$$

$$f_d = \frac{2v}{c} f_0 = \frac{2v}{\lambda}$$

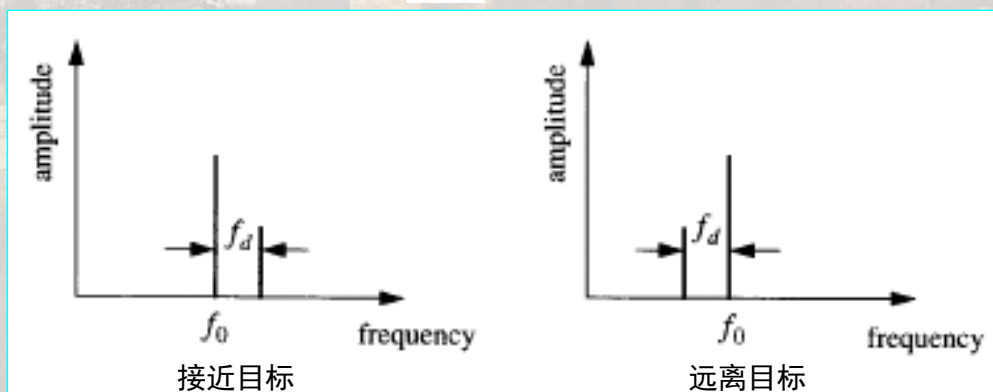


波前变化观点:

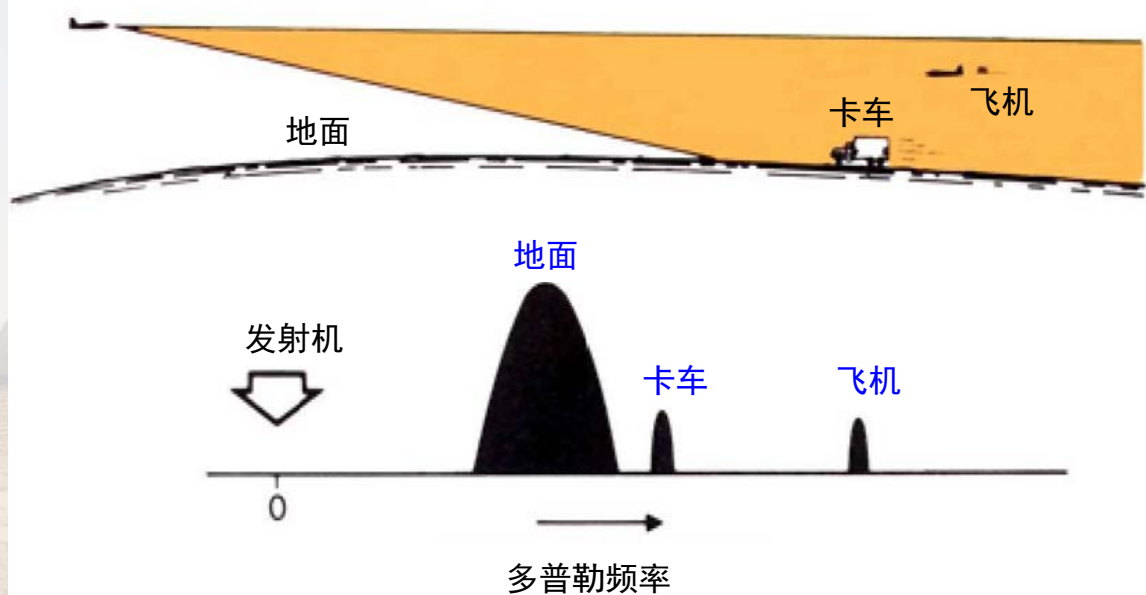


$f_d > 0$

$f_d < 0$

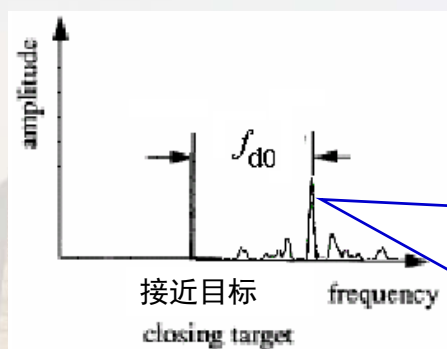


## 机载雷达

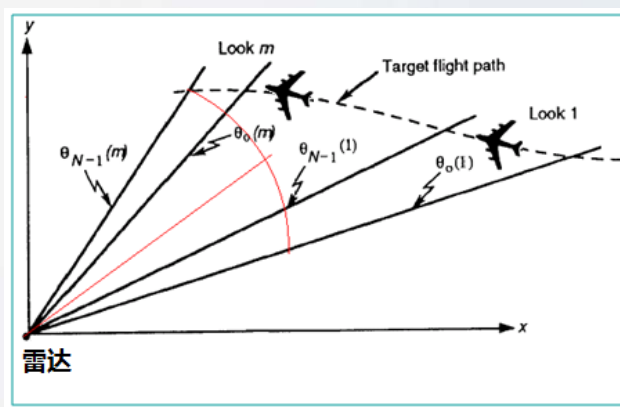


## 具有不同速度目标的多普勒频率关系

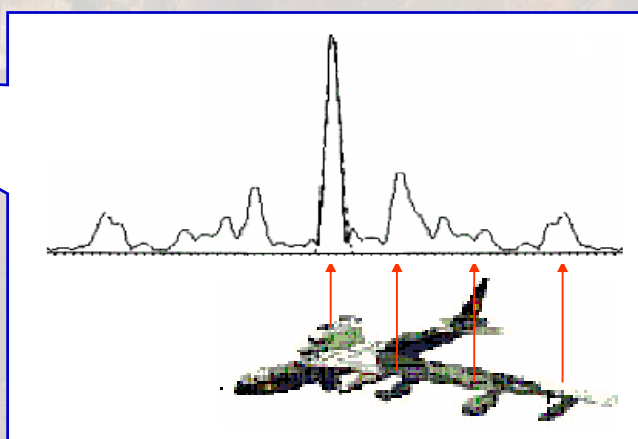
## 扩展目标的多普勒:



## 多普勒频谱 (高分辨率横向距离像)



## 观测场景



## 第五讲 雷达测距、测速与测角

5.1 雷达脉冲与测距

5.2 点目标与扩展目标的测距

5.3 测距精度

5.4 多普勒频移的概念

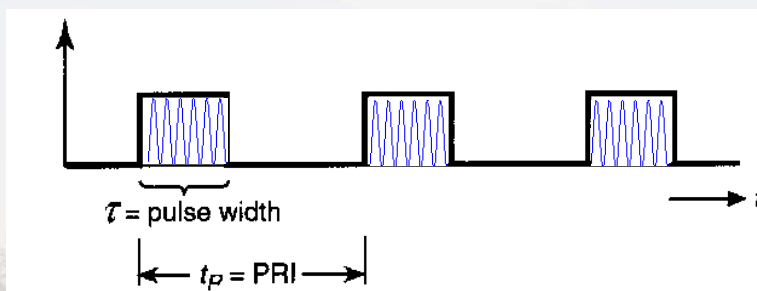
**5.5 多普勒频率的测量**

5.6 测速精度

5.7 雷达测量的不确定性

5.8 雷达测角与跟踪概念

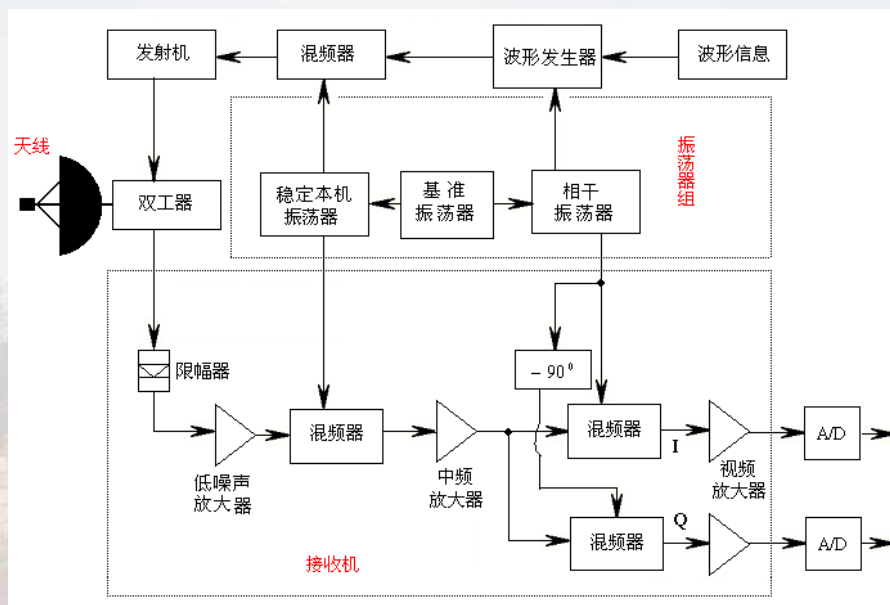
## 多普勒频率的测量



$$f_d = \frac{2v}{c} f_0 \quad \leftarrow \quad v = \frac{\Delta R}{t_p}$$



## 相参雷达系统：

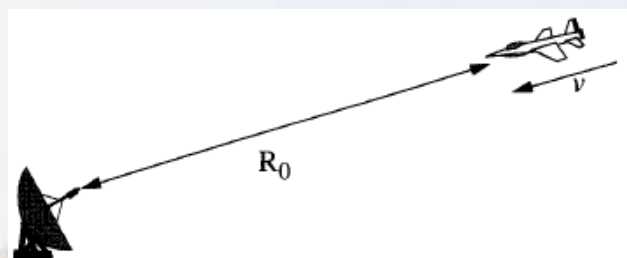


$$\Delta\phi = -2\pi \frac{2\Delta R}{\lambda} = -\frac{4\pi}{\lambda} \Delta R$$

## 用测相位差方法测量多普勒频率：

在 $t=t_1$ 时刻回波：

$$s(t_1) = \cos(\omega_0 t_1 - 4\pi R_0 / \lambda)$$



下一个脉冲周期 ( $t_2 = t_1 + t_p$ )

$$s(t_2) = \cos[\omega_0(t_1 + t_p) - \frac{4\pi}{\lambda}(R_0 - v \cdot t_p)]$$

$$\phi_1 = \omega_0 t_1 - 4\pi R_0 / \lambda \quad \phi_2 = \omega_0 (t_1 + t_p) - \frac{4\pi}{\lambda} (R_0 - v \cdot t_p)$$

相位差：

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \omega_0 t_p + \frac{4\pi v}{\lambda} t_p$$

相位的变化率（角频率）：

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{t_p} = \omega_0 + 2\pi \frac{2v}{\lambda}$$

发射信号（角）频率：  $\omega_0$

接收信号（角）频率：  $\omega = \frac{\Delta\phi}{t_p} = \omega_0 + 2\pi \frac{2v}{\lambda}$

接收信号的频率由两项组成：第一项是发射信号**载频频率**，第二项同目标的径向速度有关，是运动目标所造成的**多普勒频率**，它正比与目标的径向速度，反比于雷达波长。

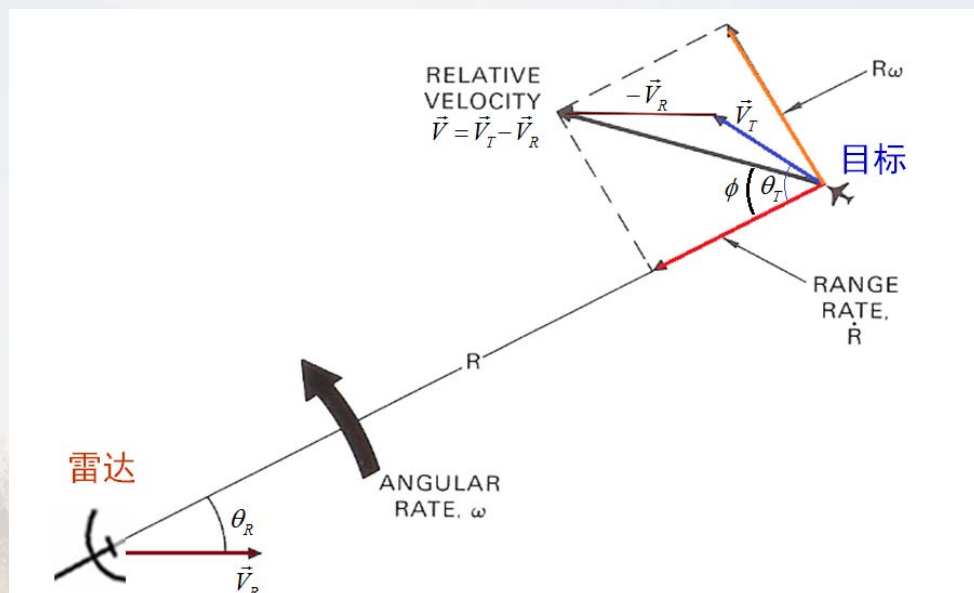
两者相差：  $\omega_d = \omega - \omega_0 = 2\pi \frac{2v}{\lambda}$  （**多普勒频率**）

## 多普勒频率与径向速度的关系:

$$\omega_d = 2\pi \frac{2v}{\lambda}$$

或

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{2v}{\lambda}$$



$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{2V_r}{\lambda} \quad \leftarrow \quad V_r = |\vec{V}_T - \vec{V}_R| \cos \phi$$

例：

雷达频率  $f_0 = 10\text{GHz}$ ;  
 $V_R = 180\text{m/s}$ ,  $\theta_R = 30^\circ$  ;  
 $V_T = 240\text{m/s}$ ,  $\theta_T = 45^\circ$  。

求运动目标的雷达多普勒频率。

解：

平台速度在雷达视线上的分量：

$$V_{RLOS} = V_R \cos \theta_R$$

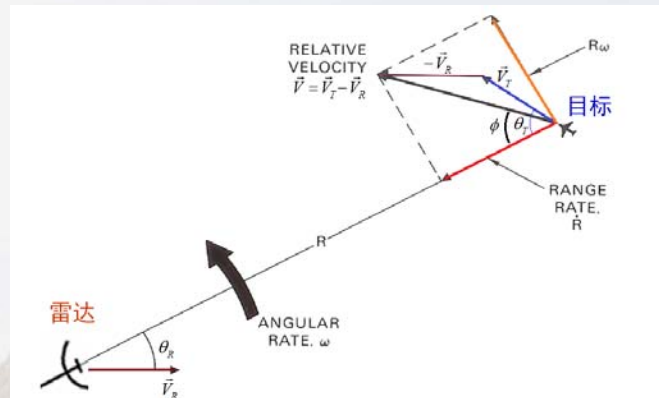
目标速度在雷达视线上的分量：

$$V_{TLOS} = V_T \cos \theta_T$$

雷达-目标相对速度：

$$V = V_{TLOS} + V_{RLOS}$$

雷达波长：  $\lambda = c/f_0 = 0.03\text{ m}$



$$f_d = \frac{2V}{\lambda} = \frac{2 \times (120\sqrt{2} + 90\sqrt{3})}{0.03} = 21706\text{ Hz}$$

## 最大不模糊多普勒速度

注意到

$$s(t) = \cos(\omega_0 t - 4\pi R_0 / \lambda) = \cos(\omega_0 t - 4\pi R_0 / \lambda + 2n\pi)$$

如果来自一个运动目标的两个连续脉冲回波的相位差为

$$\Delta\phi = 2\pi n$$

那么该相位不能同

$$\Delta\phi = 0$$

相互区分开，故导致相位的模糊，进而导致Doppler频率模糊 或者速度模糊。

所以，产生速度模糊的条件是：

$$\Delta\phi = 2\pi n = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot (v \cdot t_p)$$

$t_p = 1 / f_p$   
 脉冲重复周期      脉冲重复频率



对于以任何脉冲重复间隔  $t_p$  (脉冲重复频率  $f_p$ ) 工作的雷达, 都会存在一系列的盲速和速度模糊,

$$\Delta\phi = 2\pi n = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot (v \cdot t_p)$$

$$n = \frac{2v}{\lambda} \cdot t_p = \frac{f_d}{f_p}$$

$$v_{blind} = \frac{n\lambda}{2t_p} = \frac{\lambda}{2} \cdot n f_p, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

因此, 最大不模糊速度为

$$v_{u\max} = \frac{\lambda}{2} \cdot f_p$$

在雷达PRF的整数倍处出现盲速—目标速度产生的多普勒频率正好为PRF的整数倍, 而超过PRF的多普勒频率则测不出来。

最大不模糊多普勒频率

$$f_{d\max} = f_p$$

雷达PRF一定时, 可以测量的:

最大不模糊速度:

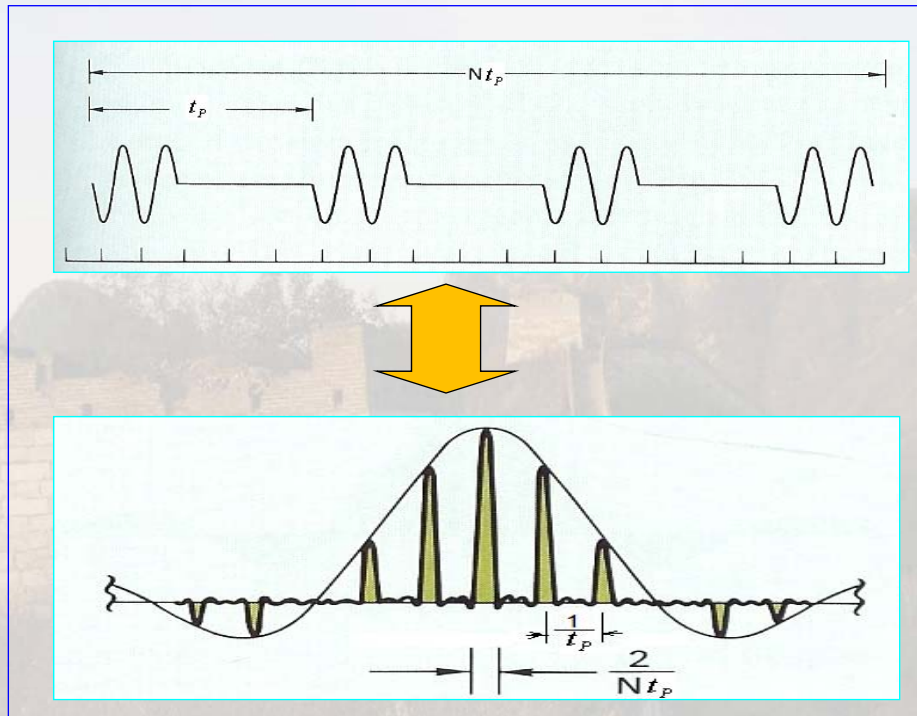
$$v_{u\max} = \frac{\lambda}{2} \cdot f_p \quad (\text{不考虑速度的方向})$$

最大不模糊多普勒频率:

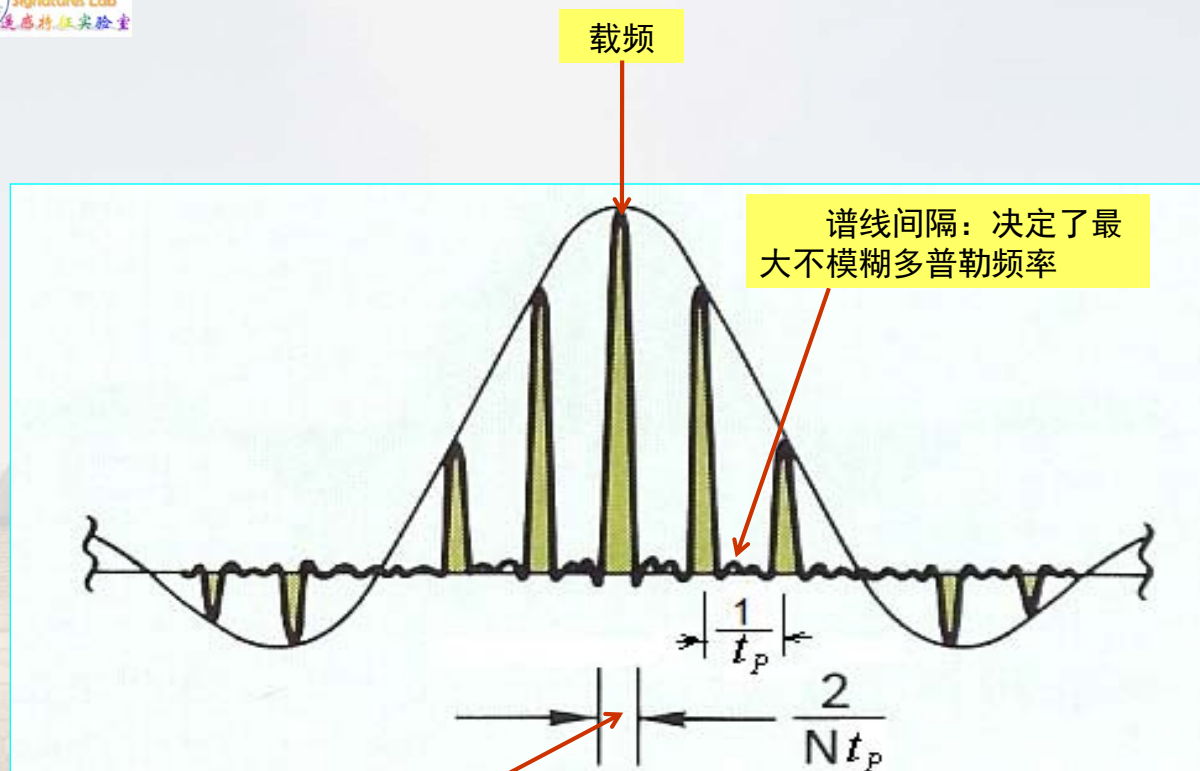
$$f_{d\max} = f_p \quad (\text{不考虑正负多普勒})$$



若雷达需要同时测正、负多普勒频移时，给定PRF，最大不模糊速度/多普勒频率是多少？

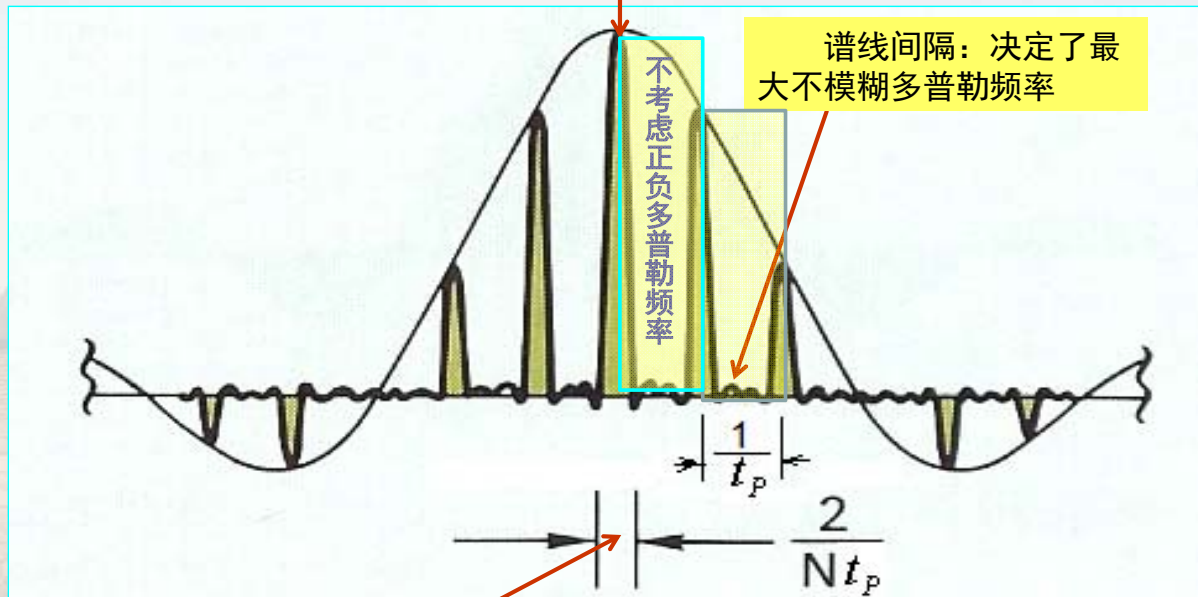


可根据带载波的脉冲串的频谱特性加以分析



单根谱线宽度：决定了多普勒频率分辨率  
(由脉冲串持续时间决定)

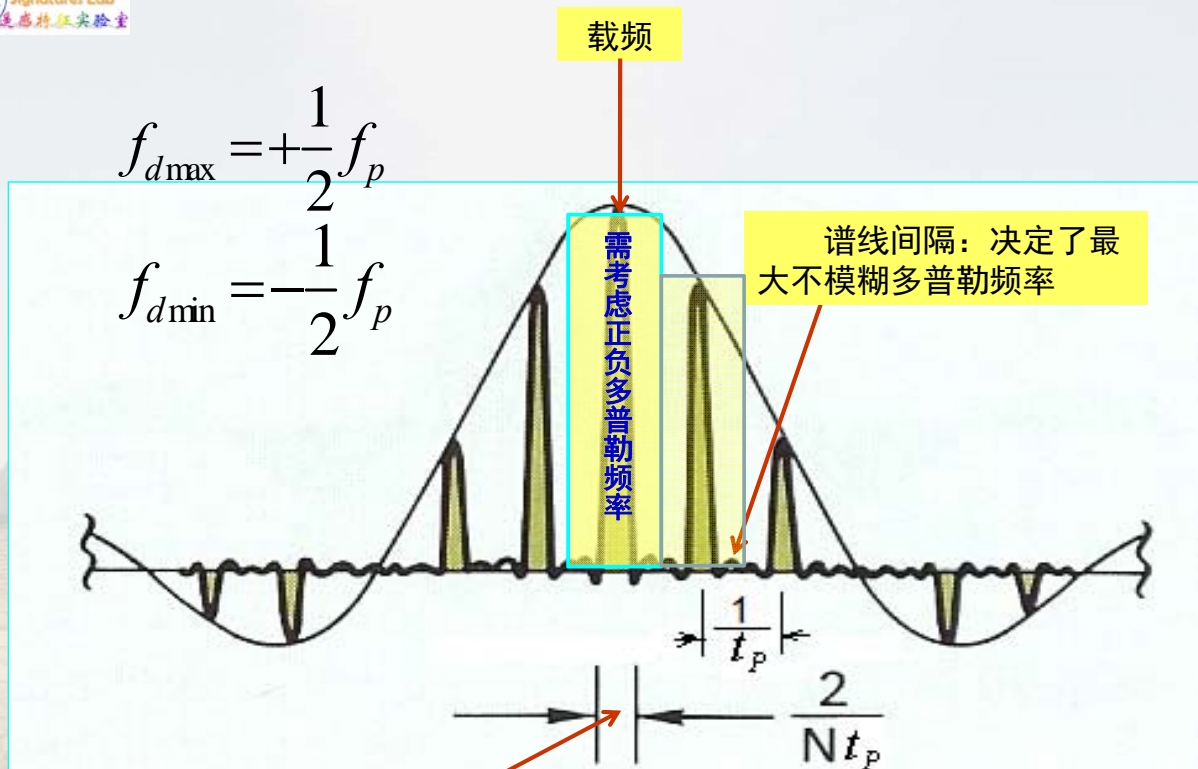
$$f_{d\max} = 1/t_p = f_p$$



单根谱线宽度：决定了多普勒频率分辨率  
(由脉冲串持续时间决定)

$$f_{d\max} = +\frac{1}{2}f_p$$

$$f_{d\min} = -\frac{1}{2}f_p$$



单根谱线宽度：决定了多普勒频率分辨率  
(由脉冲串持续时间决定)

若雷达需要同时测正、负多普勒频移时，给定PRF，最大不模糊速度/多普勒频率是多少？

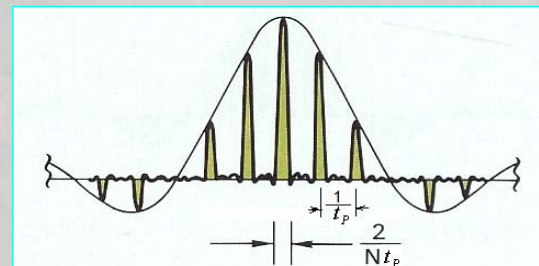
$$v_{u\min} = -\frac{\lambda}{4} \cdot f_p \quad f_d = \frac{2v}{\lambda} \quad f_{d\min} = -\frac{1}{2} f_p$$

$$v_{u\max} = +\frac{\lambda}{4} \cdot f_p \quad f_{d\max} = +\frac{1}{2} f_p$$

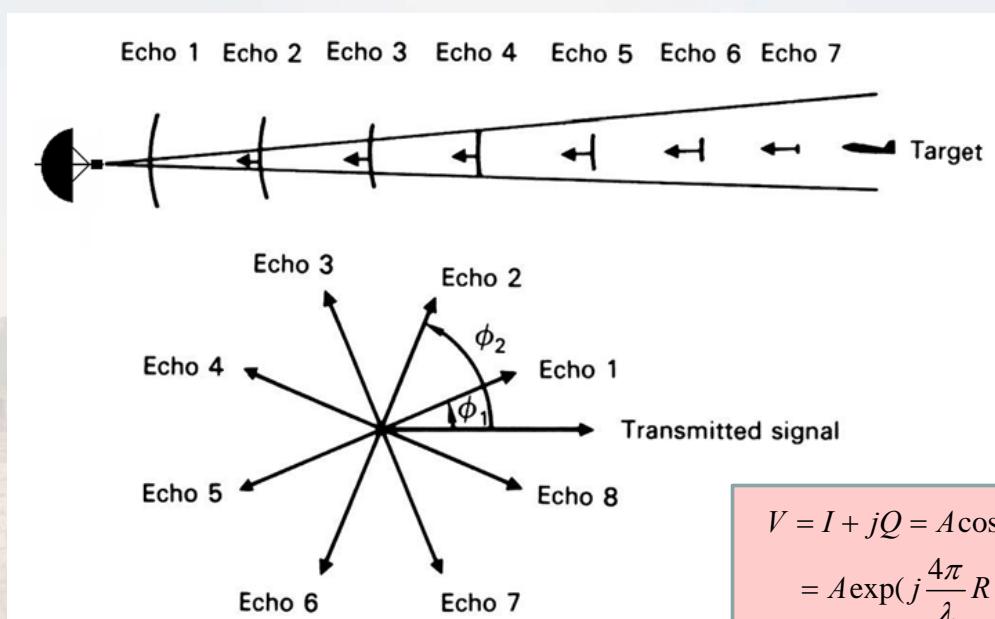
若给定最大可测多普勒频率  $\pm f_{d\max}$

则对雷达PRF要求为

$$f_p \geq 2f_{d\max}$$



雷达如何区分正、负多普勒频移？

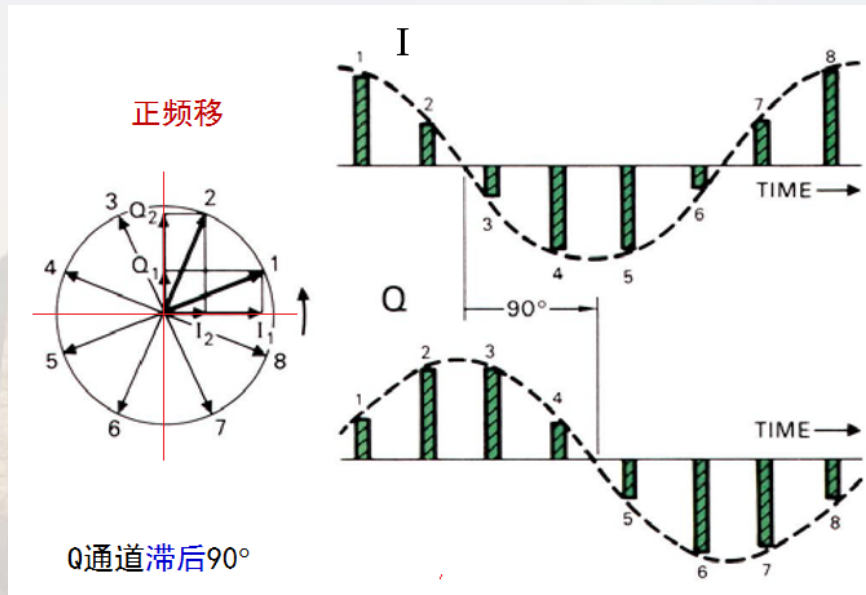
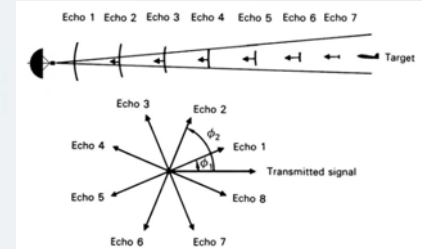


$$V = I + jQ = A \cos \phi + jA \sin \phi$$

$$= A \exp(j \frac{4\pi}{\lambda} R + \phi_0)$$

采用I/Q正交双通道接收，直接对中频信号鉴相，可区分正、负多普勒频移。

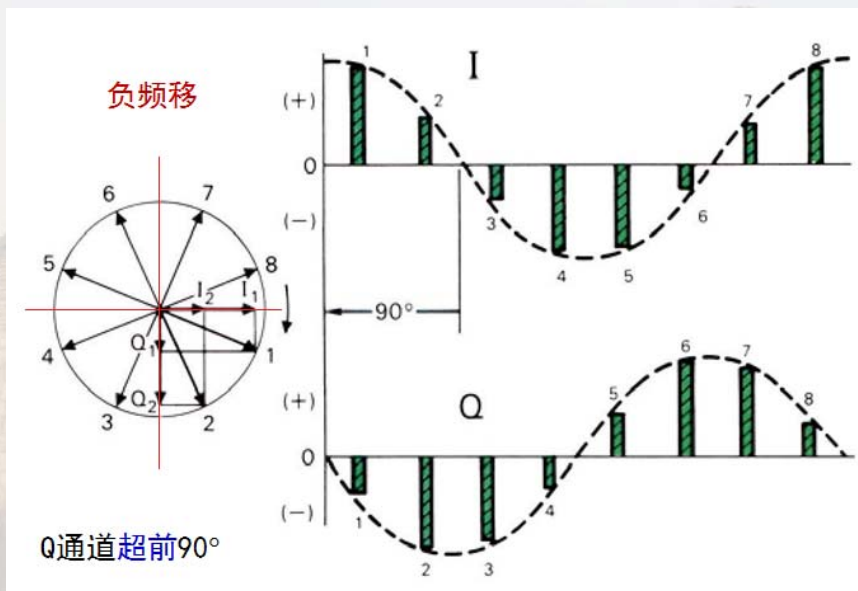
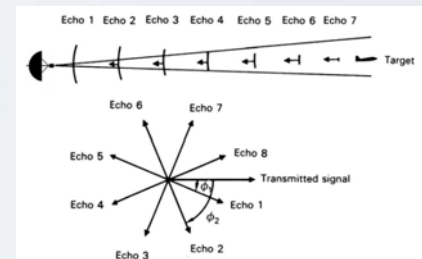
$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} > 0$$



$$\phi_i = \tan^{-1} \left( \frac{Q_i}{I_i} \right)$$

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{t_p} > 0$$

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} < 0$$



$$\phi_i = \tan^{-1} \left( \frac{Q_i}{I_i} \right)$$

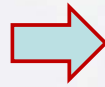
$$\frac{d\phi_i}{dt} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{t_p} < 0$$



## 测距不模糊与测多普勒不模糊之间的矛盾

测距不模糊:

$$R_{\max} \leq \frac{1}{2} c t_p = \frac{c}{2 f_p}$$



$$f_p \leq \frac{c}{2 R_{\max}}$$

脉冲重复频率越低越好!

测多普勒不模糊:

$$f_{d \max} = f_p \text{ (不考虑运动方向)}$$

$$f_{d \max} = \frac{1}{2} f_p \text{ (考虑运动方向)}$$



$$f_p \geq f_{d \max}$$

$$f_p \geq 2 f_{d \max}$$

脉冲重复频率越高越好!

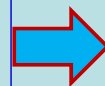
## 目标跟踪雷达测距测速的基本限制

测距不模糊:

$$R_{\max} \leq \frac{1}{2} c t_p = \frac{c}{2 f_p}$$

测多普勒不模糊:

$$f_{d \max} = \frac{1}{2} f_p \text{ (考虑运动方向)}$$



$$V_{\max} = \frac{\lambda}{2} f_{d \max} \leq \frac{\lambda}{4} f_p$$



$$R_{\max} \cdot V_{\max} \leq \frac{\lambda \cdot c}{8}$$

雷达系统设计首先就是必须在这对矛盾中进行折中设计, 并采取其他必要补救措施, 保证同时完成测速和测多普勒!



### 消除距离模糊的方法：

- (1) 采用更低的PRF；
- (2) 参差PRF测距：利用几种不同PRF测量进行距离模糊解算(第九章9.3.1)；。。。

### 消除多普勒速度/频率模糊的方法：

- (1) 使雷达工作在更低的频段（增大波长）；
  - (2) 采用更高的PRF；或
  - (3) 采用速度解模糊的技术，例如：
    - (a) 采用多个不同的PRF；或
    - (b) 采用多个雷达载频
- 。。。

## 第五讲 雷达测距、测速与测角

### 5.1 雷达脉冲与测距

### 5.2 点目标与扩展目标的测距

### 5.3 测距精度

### 5.4 多普勒频移的概念

### 5.5 多普勒频率的测量

### 5.6 测速精度

### 5.7 雷达测量的不确定性

### 5.8 雷达测角与跟踪概念

## 多普勒频率/速度测量精度

可以证明，测频误差为：

$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E / N_0}}$$

时延精度与有效带宽

时延精度:  $\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E / N_0}}$

有效带宽:  $\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$

$|S(f)|^2$  的归一化二阶中心矩;

信号的有效持续时间：

$$\alpha^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt$$

$s(t)$  的能量越朝两端汇聚，信号的有效持续时间越长，其测频精度越高。

测频精度：

$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E / N_0}}$$



测速精度：

$$\delta V = \frac{\lambda}{2} \delta f = \frac{1}{\sqrt{2E / N_0}} \cdot \frac{\lambda}{2\alpha}$$

- 信噪比越高，测速精度就越高；
- 雷达信号的有效持续时间越长，测速精度就越高。

### 例：理想矩形脉冲

$$\alpha^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi)^2 s^2(t) dt$$

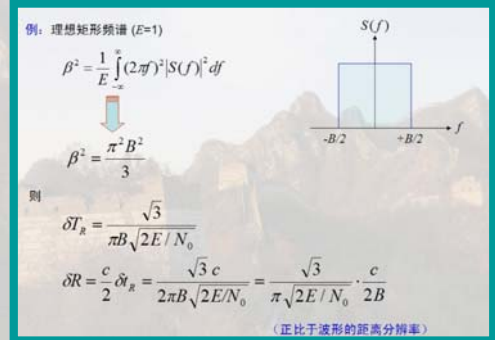
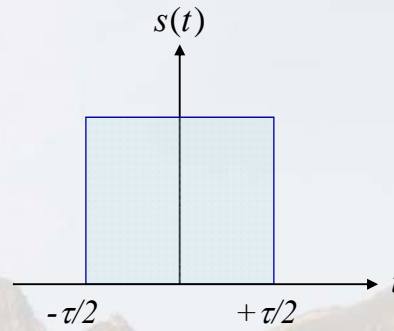


$$\alpha^2 = \frac{\pi^2 \tau^2}{3}$$

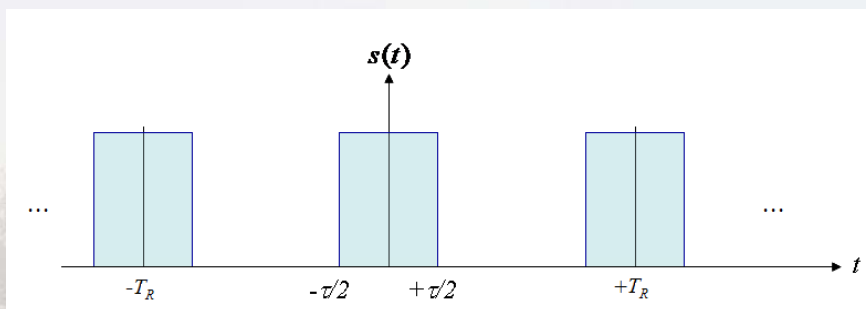
测频误差：  $\delta f = \frac{\sqrt{3}}{\pi \sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{1}{\tau}$

测速误差：  $\delta V = \frac{\lambda}{2} \frac{\sqrt{3}}{\pi \tau \sqrt{2E/N_0}} = \frac{\sqrt{3}}{\pi \sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{\lambda}{2\tau}$

(正比于波形的速度分辨率)



### 提高测多普勒（速度）精度的基本途径：时间积累—脉冲串



$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E/N_0}}$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi)^2 s^2(t) dt$$

## 第五讲 雷达测距、测速与测角

5.1 雷达脉冲与测距

5.2 点目标与扩展目标的测距

5.3 测距精度

5.4 多普勒频移的概念

5.5 多普勒频率的测量

5.6 测速精度

**5.7 雷达测量的不确定性**

5.8 雷达测角与跟踪概念

$$\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E/N_0}}$$



$$\delta R = \frac{c}{2} \delta T_R = \frac{c}{2\beta \sqrt{2E/N_0}}$$

$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E/N_0}}$$



$$\delta V = \frac{\lambda}{2} \delta f = \frac{\lambda}{2\alpha \sqrt{2E/N_0}}$$

联合测距测速精度？

$$\delta T_R \delta f = ? \quad \Rightarrow \quad \delta T_R \delta f = \frac{1}{\alpha \beta} \frac{1}{2E/N_0}$$



## 不确定性原理

**等效带宽：**

$$\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$$

**等效时宽：**

$$\alpha^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt$$

一个雷达波形的持续时间和傅里叶变换带宽成反比。所以，任何波形的  $\alpha\beta$  值（等效时宽带宽积）是不可能无限小的。Gabor已经证明\*：

$$\beta\alpha \geq \pi$$

\* D. Gabor, Theory of communications, J. IEE (London), Vol.93, pp.429-457, 1946.

在量子物理学中，有一个定理叫做Heisenberg测不准原理。该定理指出：一个物体（例如粒子）的位置和速度不可能同时精确测量。

在雷达中，

$$\beta\alpha \geq \pi$$

上式称为“不确定性原理”（早期有时也称为“雷达测不准原理”）。但是，其意义同Heisenberg测不准原理正好相反。所以，实际上是“雷达测得准原理”。



## 雷达测量的不确定度

$$\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$$

$$\alpha^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt$$

$$\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E / N_0}}$$

$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E / N_0}}$$

$$\beta \alpha \geq \pi$$

$$\delta T_R \delta f \leq \frac{1}{\pi(2E / N_0)}$$

$$\delta T_R \delta f = \frac{1}{\beta \alpha (2E / N_0)}$$

$$\delta T_R \delta f \leq \frac{1}{\pi(2E / N_0)}$$

$$\delta T_R \delta f = \frac{1}{\beta \alpha (2E / N_0)}$$

**意义：**当信噪比一定时，理论上可以通过选取  $\beta \alpha$  值尽可能大的信号，以达到对时延和频率测量的任意高的测量精度。这类信号同时具有长的持续时间和大的等效带宽（即具有大的时间带宽积）。

$$\delta R \delta V \leq \frac{c \lambda}{4\pi(2E / N_0)}$$

$$\delta R \delta V = \frac{c \lambda}{4\beta \alpha (2E / N_0)}$$

在同样信噪比条件下，雷达波长越短，可以同时达到的测距和测速精度越高。

在雷达同时测距和测速中，没有任何理论上的“测不准”问题，所以不要同量子物理中的“测不准”原理相混淆。在量子力学中，观测者不能对波形作任何控制。相反，雷达工程师可以通过选择信号的值、信号的能量、以及在某种程度上控制噪声电平来改善测量精度。

**雷达传统上的精度限制其实不是理论上的必然，而是由于受到实际系统复杂性或系统成本等的限制。**

## 第五讲 雷达测距、测速与测角

### 5.1 雷达脉冲与测距

### 5.2 点目标与扩展目标的测距

### 5.3 测距精度

### 5.4 多普勒频移的概念

### 5.5 多普勒频率的测量

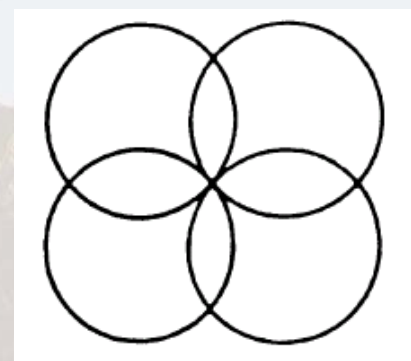
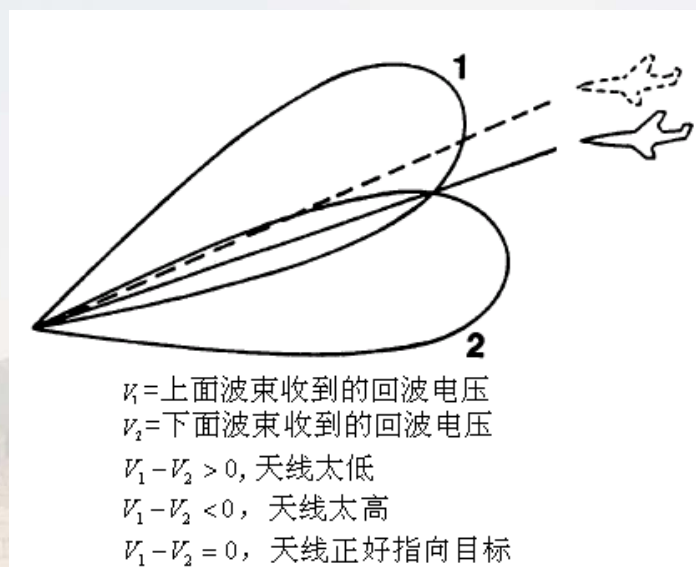
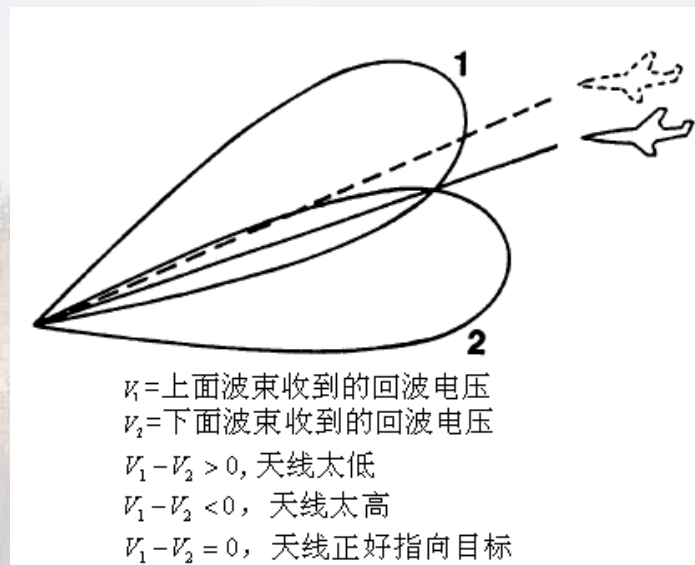
### 5.6 测速精度

### 5.7 雷达测量的不确定性

### **5.8 雷达测角与跟踪概念**

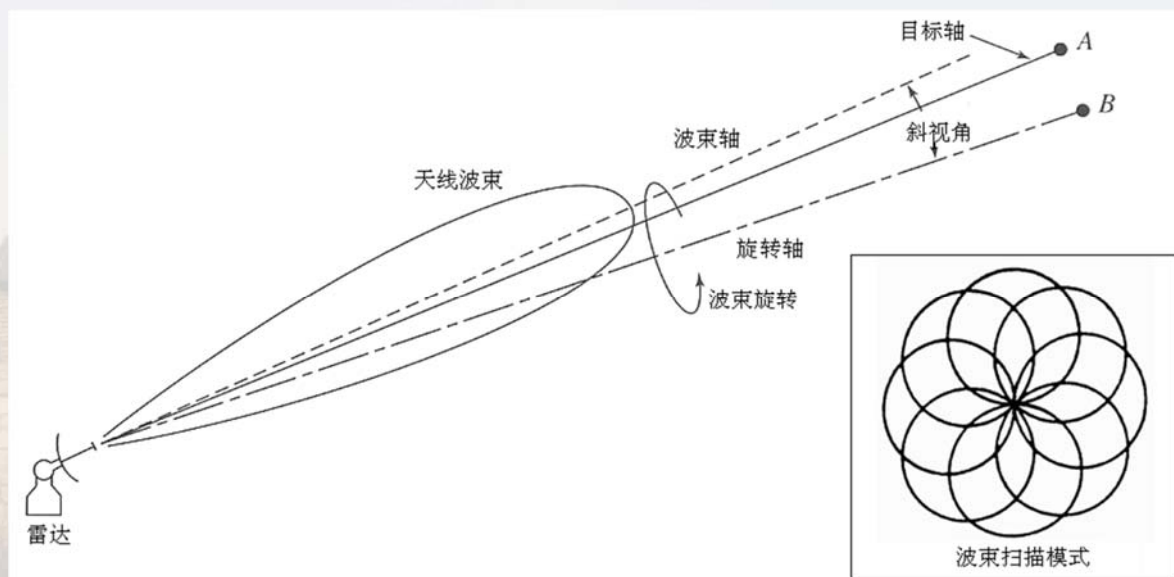
## 雷达测角

### 波束切换技术 (Sequential Lobing) :

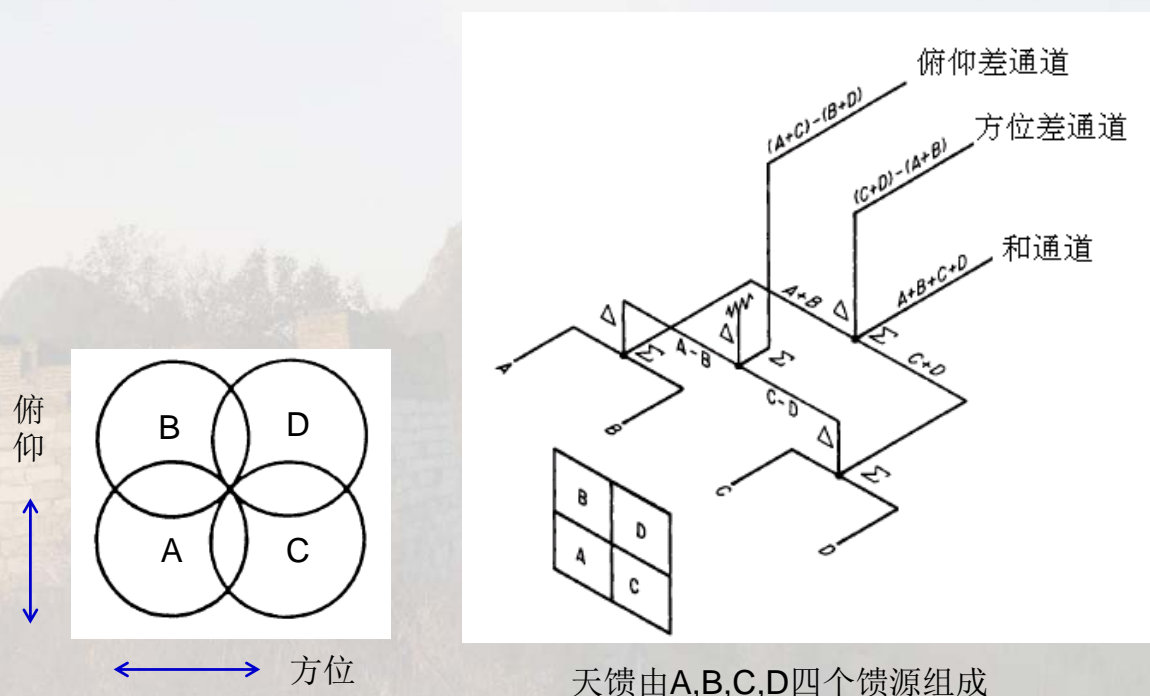


### 两维测角

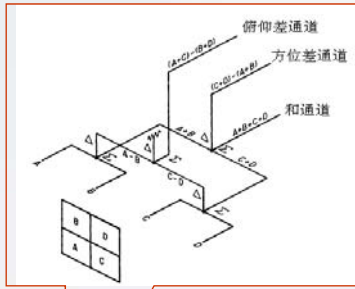
## 圆锥扫描 (Conical Scan):



## 单脉冲 (Monopulse) 雷达:







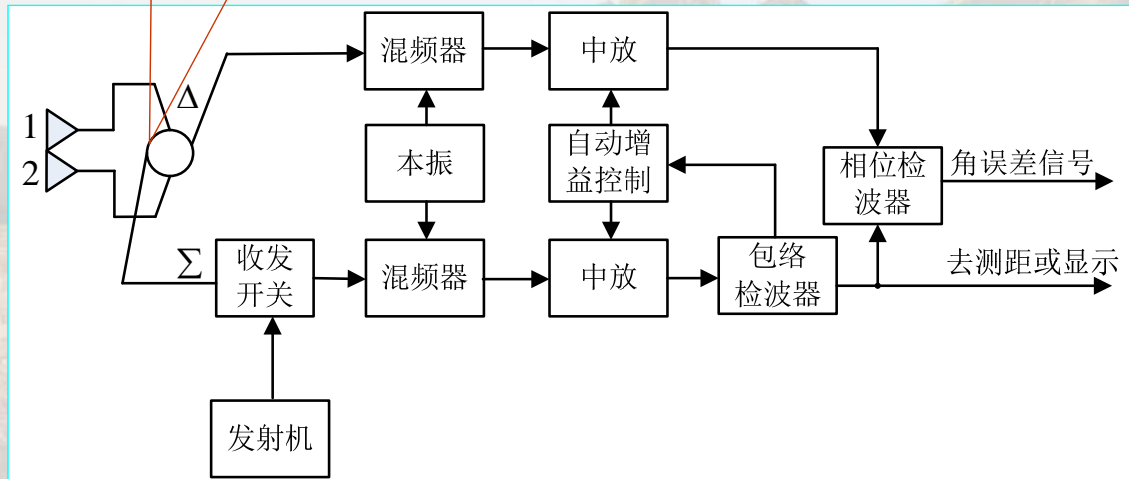
和通道:

$$E_{\Sigma} = As(t)$$

差通道:

$$E_{\Delta} \approx K\theta \cdot s(t)$$

$$\frac{E_{\Delta}}{E_{\Sigma}} = \frac{K}{A} \theta$$



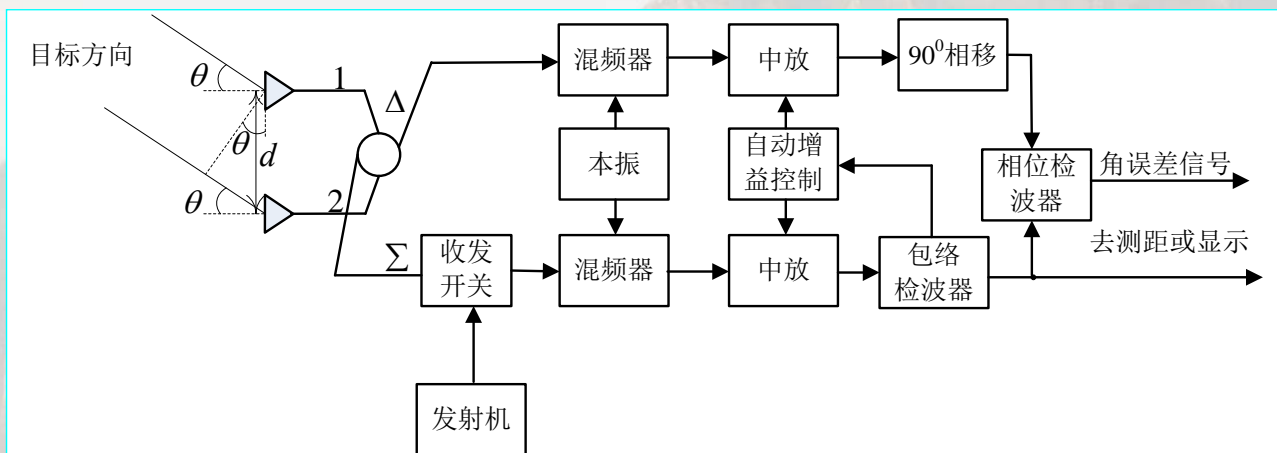
## 振幅和差式单脉冲测角原理

相位差:  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$

和通道:  $E_{\Sigma} = 2s(t) \cos \frac{\varphi}{2}$

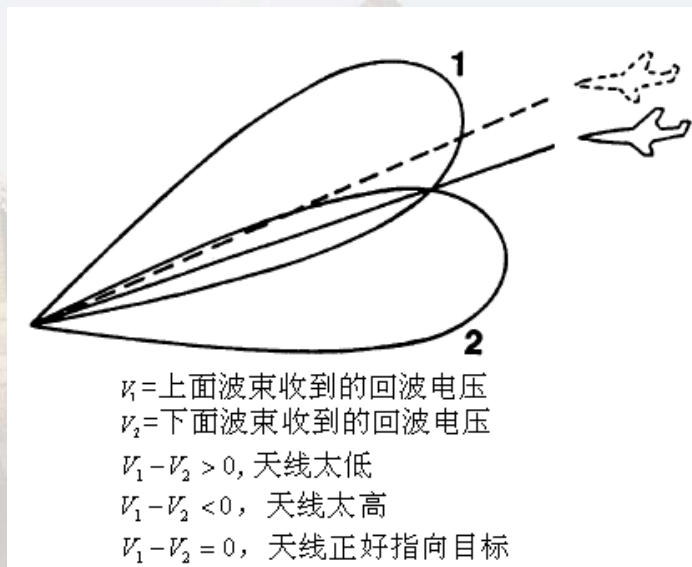
$$\frac{E_{\Delta}}{E_{\Sigma}} = \tan \frac{\varphi}{2} = \tan \left( \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta \right) \approx \frac{\pi}{\lambda} d \theta$$

差通道:  $E_{\Delta} = 2s(t) \sin \frac{\varphi}{2}$



## 相位和差式单脉冲测角原理

很显然，无论是比幅还是比相单脉冲，其测角精度都同单脉冲天线的波束特性有关。



## 测角精度

测时延/距离精度与有效带宽：

$$\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E/N_0}}$$

$$\beta^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$$

测多普勒频率/速度精度与有效带宽：

$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E/N_0}}$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt$$

测角精度与????

是否存在某个量 $\gamma$ ，使得有以下关系？

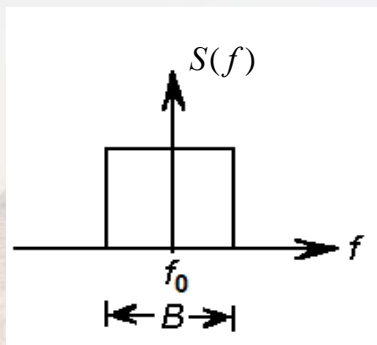
$$\delta \theta = \frac{1}{\gamma \sqrt{2E/N_0}}$$

$$\gamma = ?$$

测时延/距离精度与有效带宽:

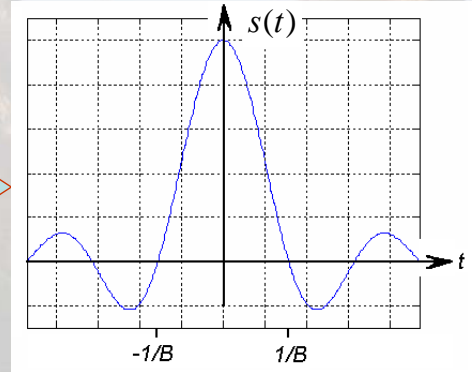
$$\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E/N_0}}$$

$$\beta^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$$



FT

$$\delta_r = \frac{c}{2B}$$



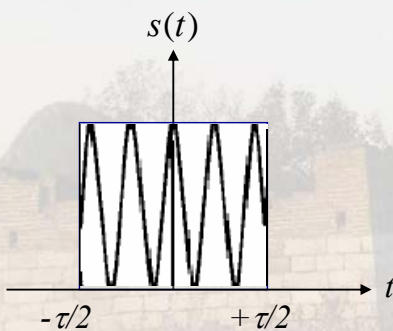
$$\delta R = \frac{c}{2} \delta T_R = \frac{c}{2\beta \sqrt{2E/N_0}}$$

发射宽频带调制信号或极窄脉冲

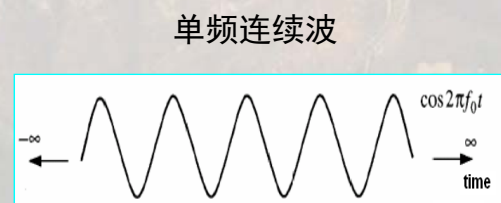
测多普勒频率/速度精度与有效时宽:

$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E/N_0}}$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt$$



$\tau \rightarrow \infty$



$$\delta V = \frac{\lambda}{2} \delta f = \frac{\lambda}{2\alpha \sqrt{2E/N_0}}$$

发射持续时间很长的脉冲、脉冲串或连续波信号

## 测角精度

测时延/距离精度与有效带宽：

$$\delta T_R = \frac{1}{\beta \sqrt{2E/N_0}}$$

发射宽频带信号或极窄脉冲。

测多普勒频率/速度精度与有效带宽：

$$\delta f = \frac{1}{\alpha \sqrt{2E/N_0}}$$

发射持续时间很长的脉冲或连续波信号。

**测角精度：要求天线波束宽度窄，或者天线（电）尺寸大**

天线尺寸与是否存在某个量 $\gamma$ ，使得有以下关系？

$$\delta \theta = \frac{1}{\gamma \sqrt{2E/N_0}} \quad \gamma = ?$$

天线孔径函数

天线方向图：

$$g(\theta) = \int_{-D/2}^{D/2} A(z) e^{j \frac{2\pi}{\lambda} z \sin \theta} dz$$

$$\begin{aligned} \sin \theta &\Leftrightarrow t \\ z/\lambda &\Leftrightarrow f \end{aligned}$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j 2\pi f t} df$$

测角误差：

$$\delta \theta = \frac{1}{\gamma \sqrt{2E/N_0}}$$

**等效孔径宽度：**

$$\gamma^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi z / \lambda)^2 |A(z)|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} |A(z)|^2 dz}$$



### 例：均匀照度线孔径

$$\gamma^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi z / \lambda)^2 |A(z)|^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} |A(z)|^2 dz}$$

$$\gamma^2 = \frac{\pi^2 D^2}{3\lambda^2}$$

$$\delta\theta = \frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{\lambda}{D}$$

天线的波束宽度

天线波束越窄（即雷达天线孔径越大），则其测角精度越高。

雷达测量目标的参数(距离、方位和速度)，随着时间的推移，**观测出**目标的**运动轨迹**，同时**预测出**下一个时间目标会出现在什么位置，这便是是雷达的**目标跟踪功能**。

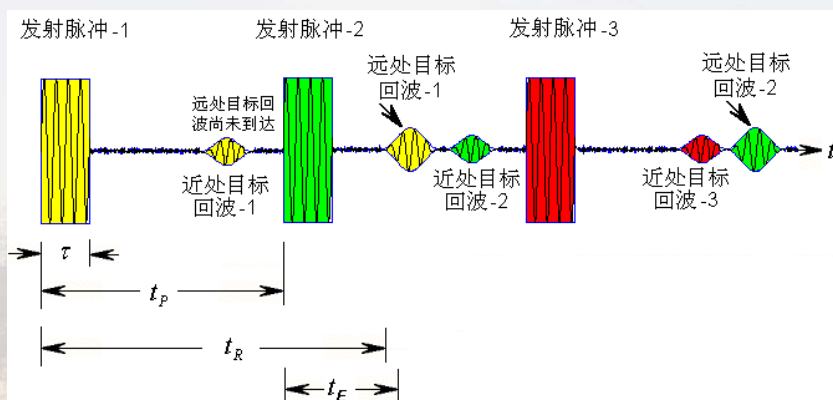
❑ 距离跟踪

❑ 角度跟踪

## 小结

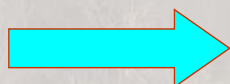
## 距离模糊问题

多目标情况下，当发射下一个脉冲时，最远处的目标回波尚未到达接收机即产生距离模糊多普勒（速度）模糊：



**无距离模糊的条件：**在发射下一个脉冲前，距离最远处目标的回波已经达到接收机。

$$R = \frac{1}{2}ct_R$$



$$R_{\max} = \frac{1}{2}c(t_p - \tau) \approx \frac{1}{2}ct_p$$

## 多普勒模糊问题

两个相邻脉冲回波的相位差超过 $2\pi$ 即产生多普勒（速度）模糊：

$$\Delta\phi = 2\pi n = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot (v \cdot t_p)$$

$$n = \frac{2v}{\lambda} \cdot t_p = \frac{f_d}{f_p}$$

$$v_{u\max} = \frac{\lambda}{2} \cdot f_p$$

最大不模糊速度

$$f_d = \frac{2V_r}{\lambda}$$

$$f_{d\max} = f_p$$

最大不模糊多普勒频率

在雷达PRF的整数倍处出现盲速—目标速度产生的多普勒频率正好为PRF的整数倍，超过PRF的多普勒频率不能正确测出。

## 测距不模糊与测多普勒不模糊之间的矛盾

测距不模糊：

$$R_{\max} \leq \frac{1}{2} c t_p = \frac{c}{2f_p}$$



$$f_p \leq \frac{c}{2R_{\max}}$$

脉冲重复频率越低越好！

测多普勒不模糊：

$$\begin{aligned} f_{d\max} &= f_p \text{ (不考虑运动方向)} \\ f_{d\max} &= \frac{1}{2} f_p \text{ (考虑运动方向)} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f_p &\geq f_{d\max} \\ f_p &\geq 2f_{d\max} \end{aligned}$$

脉冲重复频率越高越好！

## 目标跟踪雷达测距测速的基本限制

测距不模糊:

$$R_{\max} \leq \frac{1}{2} c t_p = \frac{c}{2 f_p}$$

测多普勒不模糊:

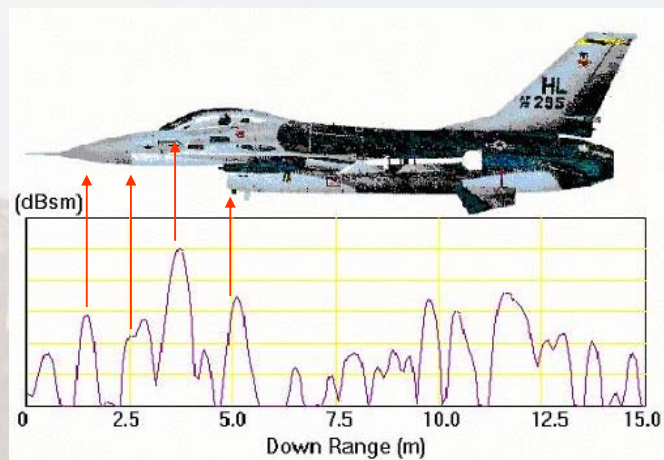
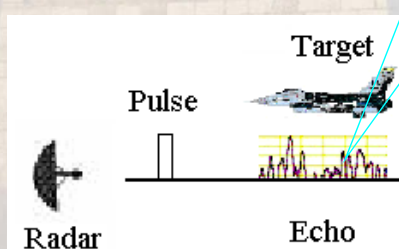
$$f_{d \max} = \frac{1}{2} f_p \text{ (考虑运动方向)} \Rightarrow V_{\max} = \frac{\lambda}{2} f_{d \max} \leq \frac{\lambda}{4} f_p$$

$$R_{\max} \cdot V_{\max} \leq \frac{\lambda \cdot c}{8}$$

雷达系统设计首先就是必须在这一对矛盾中进行折中设计，并采取其他必要补救措施，保证同时完成测速和测多普勒！

## 扩展目标的“测距” – 高分辨距离像

$$\delta R = \frac{1}{\sqrt{2E / N_0}} \cdot \frac{c}{2\beta}$$

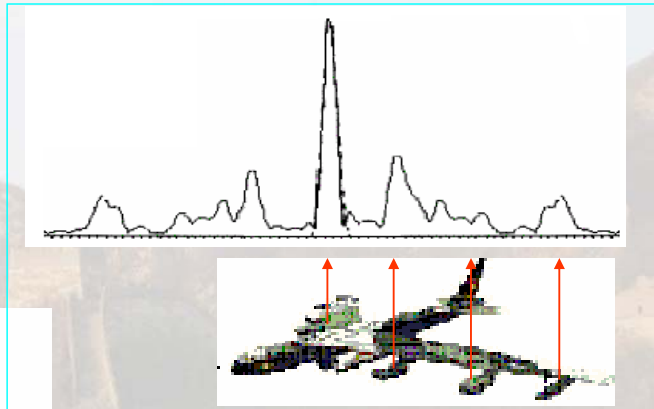
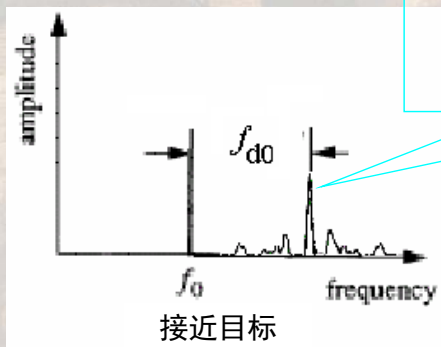


采用等效带宽大的信号：可采用短脉冲、LFM、SFW、NLFM、相位编码等波形。



## 扩展目标测多普勒 --- 高分辨横向距离像

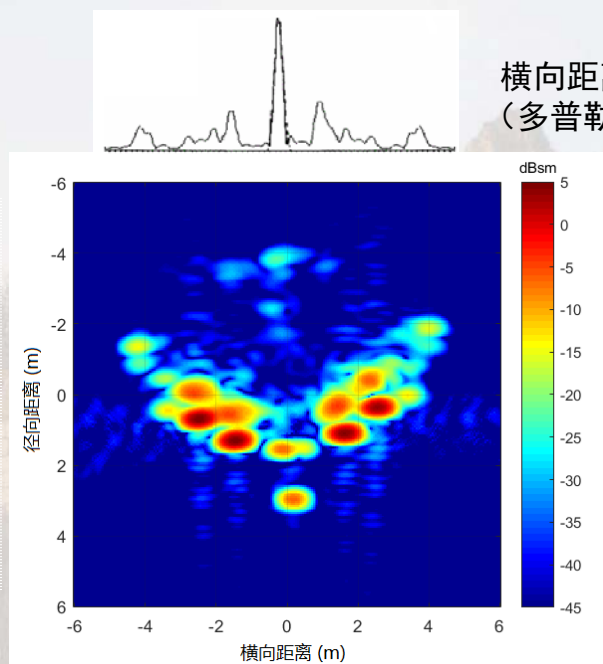
$$\delta V = \frac{1}{\sqrt{2E/N_0}} \cdot \frac{\lambda}{2\alpha}$$



采用持续时间长的信号：可采用宽脉冲、连续波、或者脉冲串相干积累处理。

## 目标距离-多普勒二维高分辨成像

径向距离分辨  
(宽带/窄脉冲)



横向距离分辨  
(多普勒积累)



## 雷达联合测距测速不确定性原理

**等效带宽:**

$$\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 |S(f)|^2 df$$

**等效时宽:**

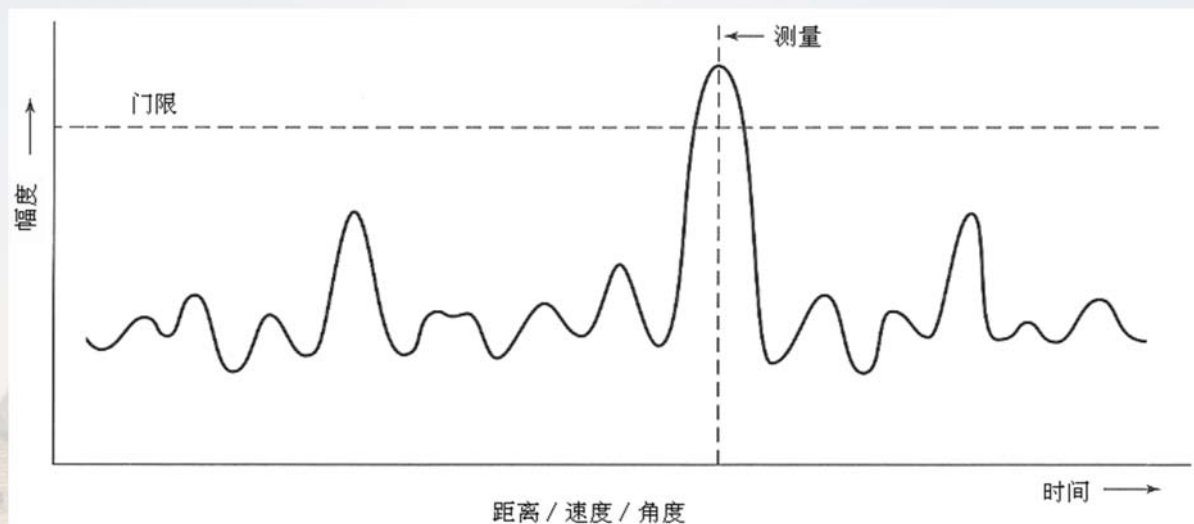
$$\alpha^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi t)^2 s^2(t) dt$$

一个雷达波形的持续时间和傅里叶变换带宽成反比。所以，任何波形的  $\alpha\beta$  值（等效时宽带宽积）是不可能无限小的：

$$\beta\alpha \geq \pi$$

理论上，精度可以无限高！

## 雷达测距、测速与测角的一统性



尽管雷达测距、测速和测角的手段是各不相同的，但是它们都采用相同的概念，即发现一个输出波形的最大值所在位置，它决定了目标的距离、角度、或径向速度：

- 雷达测距(时延) — 目标回波的时域波形输出
- 雷达测角 — 天线方向图的俯仰/方位扫描输出
- 雷达测速(多普勒频率) — 可调谐滤波器的多普勒频率输出信号波形

# 谢谢，请批评指正

许小剑

北京航空航天大学电子信息工程学院

Tel: 010-82316065

Email: [xiaojianxu@buaa.edu.cn](mailto:xiaojianxu@buaa.edu.cn)