问题描述

试题编号：	202006-2
试题名称：	稀疏向量
时间限制：	2.0s
内存限制：	512.0MB

问题描述：

稀疏向量（svector）

【题目描述】

对于一个 n 维整数向量 $\boldsymbol{v} \in \mathbb{Z}^n$，其在第 $index$ 个维度上的取值记作 $\boldsymbol{v}_{index}$。这里我们约定 $index$ 的取值从 1 开始，即 $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \cdots, \boldsymbol{v}_n)$。下面介绍一种向量的稀疏表示方法。

如果 $\boldsymbol{v}$ 仅在少量维度上的取值不为 0，则称其为稀疏向量。

例如当 $n = 10$ 时，$\boldsymbol{v} = (0, 0, 0, 5, 0, 0, -3, 0, 0, 1)$ 就是一个稀疏向量。

由于稀疏向量的非零值较少，我们可以通过仅存储非零值的方式来节省空间。具体来说，每个非零值都可以用一个 $(index, value)$ 对来表示，即该向量在第 $index$ 个维度上的取值 $\boldsymbol{v}_{index} = value \neq 0$。在上面的例子中，$\boldsymbol{v}$ 就可以表示为 $[(4, 5), (7, -3), (10, 1)]$。

接下来给出这种稀疏表示一般化的定义。

- 对于任意一个 n 维整数向量 $\boldsymbol{v} \in \mathbb{Z}^n$，如果其在且仅在 a 个维度上取值不为 0，则可以唯一表示为：

$$[(index_1, value_1), (index_2, value_2), \cdots, (index_a, value_a)]$$

- 其中所有的 $index$ 均为整数且满足：

$$1 \leq index_1 < index_2 < \cdots < index_a \leq n$$

- $value_i$ 表示向量 $\boldsymbol{v}$ 在对应维度 $index_i$ 上的非零值。

给出两个 n 维整数向量 $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in \mathbb{Z}^n$ 的稀疏表示，试计算它们的内积。

$$\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{u}_i \cdot \boldsymbol{v}_i$$

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含用空格分隔的三个正整数 n、a 和 b，其中 n 表示向量 $\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{v}$ 的维数，a 和 b 分别表示两个向量所含非零值的个数。

第二行到第 $a+1$ 行输入向量 $\boldsymbol{u}$ 的稀疏表示。第 $i+1$ 行（$1 \leq i \leq a$）包含用空格分隔的两个整数 $index_i$ 和 $value_i$，表示 $\boldsymbol{u}_{index_i} = value_i \neq 0$。

第 $a+2$ 行到第 $a+b+1$ 行输入向量 $\boldsymbol{v}$ 的稀疏表示。第 $j+a+1$ 行（$1 \leq j \leq b$）包含用空格分隔的两个整数 $index_j$ 和 $value_j$，表示 $\boldsymbol{v}_{index_j} = value_j \neq 0$。

【输出格式】

输出到标准输出。

输出一个整数，表示向量 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 的内积 $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}$。

【样例输入】

```
10 3 4
4 5
7 -3
10 1
1 10
4 20
5 30
7 40
```

【样例输出】

```
-20
```

【样例解释】

$\boldsymbol{u} = (0, 0, 0, 5, 0, 0, -3, 0, 0, 1)$

$\boldsymbol{v} = (10, 0, 0, 20, 30, 0, 40, 0, 0, 0)$

$\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} = 5 \times 20 + (-3) \times 40 = -20$

【子任务】

- 输入数据保证 $0 < a, b < n$；
- 向量 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 在每一维度上取值的绝对值 $|\boldsymbol{u}_i|, |\boldsymbol{v}_i| \leq 10^6$（$1 \leq i \leq n$）。

测试点	n	a, b
1,2,3	$\leq 10^5$	$\leq 10^3$
4,5,6	$\leq 5 \times 10^5$	$\leq 10^5$
7,8,9,10	$\leq 10^9$	$\leq 5 \times 10^5$