



信号与系统

Lecture 4

第三章:连续信号的正交分解

§ 3.1 引言

§ 3.2 正交函数集与信号分解

§ 3.3 周期信号的傅里叶级数



基本要求:

- 掌握周期信号的频谱分析方法，即傅里叶级数； (1)
- 理解非周期信号频谱密度函数的概念，即傅里叶变换； (2)
- 掌握周期信号与非周期信号的频谱特点； (2)
- 掌握典型信号的傅里叶变换；
- 掌握傅里叶变换的性质。 (3)

重点与难点:

- 周期信号的傅里叶级数；
- 非周期信号的傅里叶变换；
- 信号的频谱；
- 傅里叶变换的性质及其应用。



上章回顾

- 零输入响应、零状态响应定义、求解
- 系统的单位冲激响应定义、求解
- 卷积的定义，性质及计算

本讲内容

- 信号的正交分解
- 周期信号的傅里叶级数

让·巴普蒂斯·约瑟夫·傅里叶

(1768–1830) — 法国数学家、物理学家

- 十八世纪中叶是否有用信号都能用复指数的线性组合来表示引发激烈争论
- 1759年拉格朗日反对发表
- 1807年提出“任何周期信号都可用正弦函数级数表示”
- 1822年首次发表“热的分析理论”
- 1829年狄里赫利第一个给出收敛条件





§ 3.1 引言

线性系统分析方法，是将复杂信号分解为简单信号之和（或积分），通过系统对简单信号的响应求解系统对复杂信号的响应。

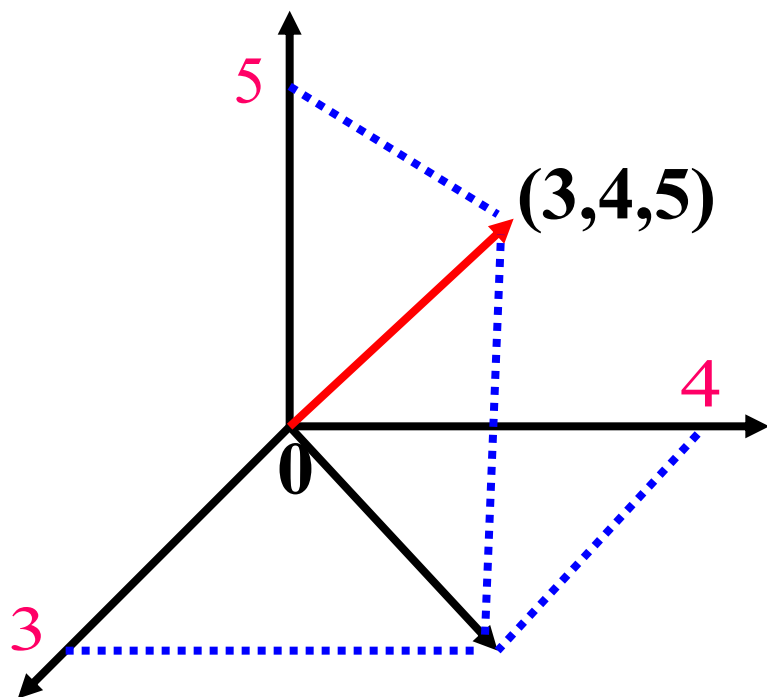
在时域法中，将信号分解为冲激信号的积分，根据系统的冲激响应通过卷积计算出系统对信号的响应。

在本章以及下一章将要介绍的频域法中，将信号分解为一系列正弦函数的和（或积分），通过系统对正弦信号的响应求解系统对信号的响应。

在进行频域法时，首要问题就是如何将信号分解为一系列正弦信号的和（或者积分）。这就是本章要讨论的信号分析问题。

频域在工程中也有很重要的意义。很多信号的特性与频域都有很重要的关系。研究频域可以得到很多具有实用价值的结论。

§ 3.2 正交函数集与信号分解



(1) 基之间是什么关系?

正交

(2) 为什么是三个基?

完备

(3) 在三个基上的坐标是如何得到的?

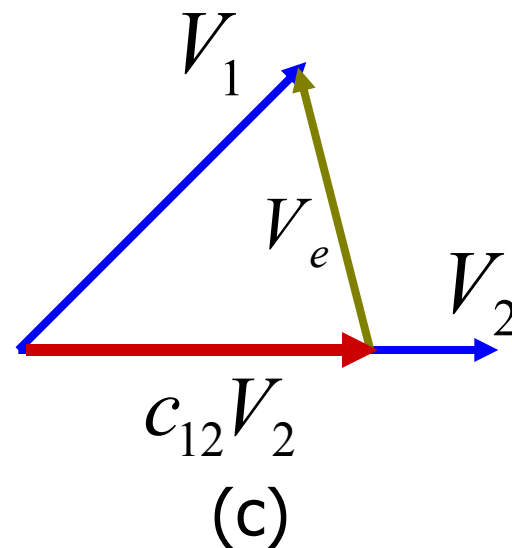
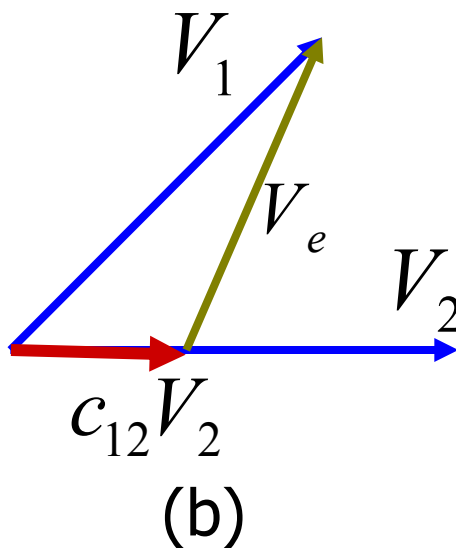
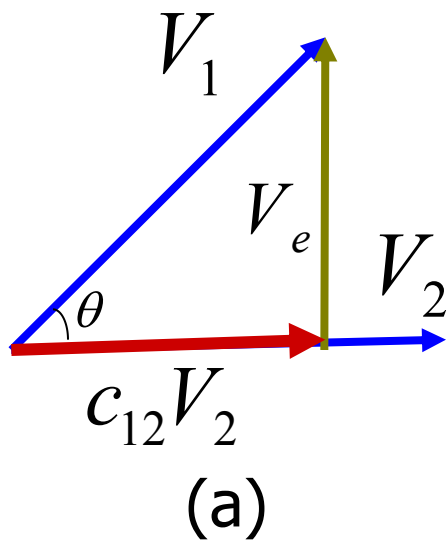
正交
分解

(4) 用这三个基唯一表示的
矢量与基矢量的维数有什么
关系?

$$[3, 4, 5] = 3[1, 0, 0] + 4[0, 1, 0] + 5[0, 0, 1]$$

1、矢量的正交与分解

矢量 V_1 在另一个矢量 V_2 上的分量为 V_1 在 V_2 上的投影。



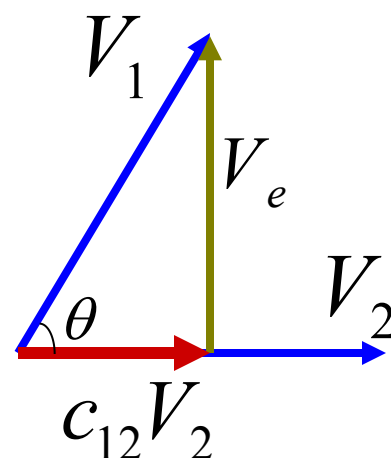
记 V_e 为 V_1 与它在 V_2 上投影的差，称为误差，即

$$V_1 - c_{12}V_2 = V_e$$

现在求误差 V_e 最小的情况下 c_{12} 的值。显然这时有

$$|c_{12}V_2| = |V_1| \cos \theta = \frac{|V_1| |V_2| \cos \theta}{|V_2|} = \frac{V_1 \cdot V_2}{|V_2|}$$

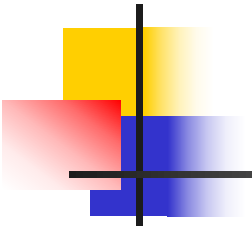
$$c_{12} = \frac{V_1 \cdot V_2}{|V_2|^2} = \frac{V_1 \cdot V_2}{V_2 \cdot V_2}$$



上式还可以通过求误差矢量长度的平方最小来求：

$$|V_e|^2 = |V_1 - c_{12}V_2|^2$$

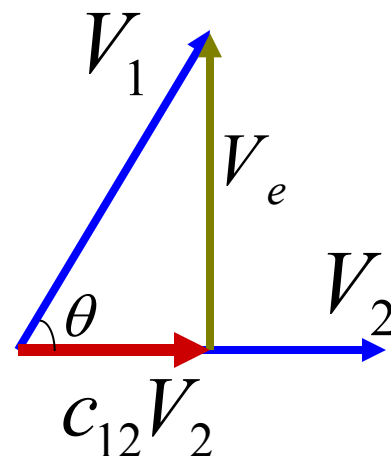
$$\frac{d}{dc_{12}} |V_e|^2 = \frac{d}{dc_{12}} |V_1 - c_{12}V_2|^2 = 0$$



c_{12} 表示 V_1 和 V_2 互相接近的程度。

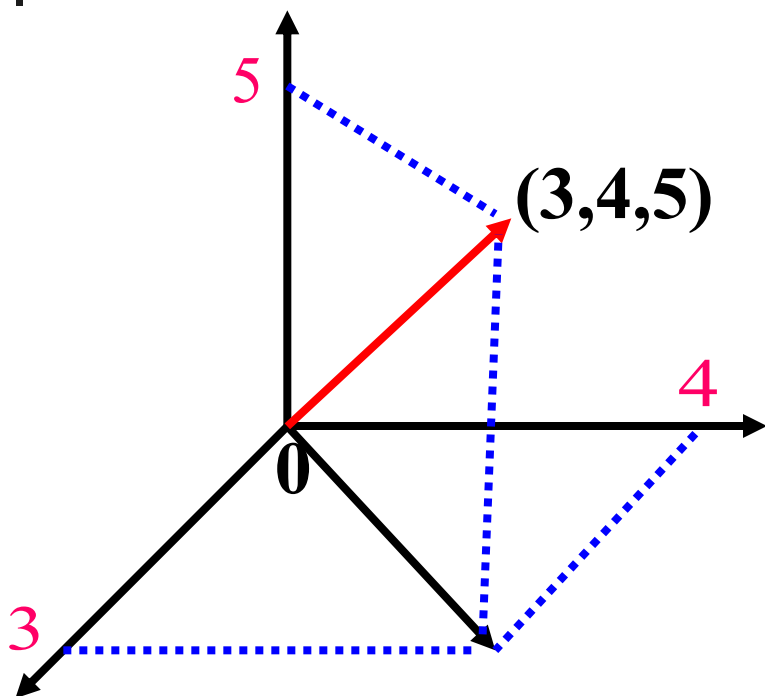
当 $V_1 \cdot V_2 = 0$ 时, $c_{12} = 0$

称 V_1 和 V_2 相互垂直（**正交**）。



正交矢量 \implies 正交矢量集 \implies 完备正交矢量集

矢量在完备正交矢量集上的分解



记：

$$V = [3, 4, 5]$$

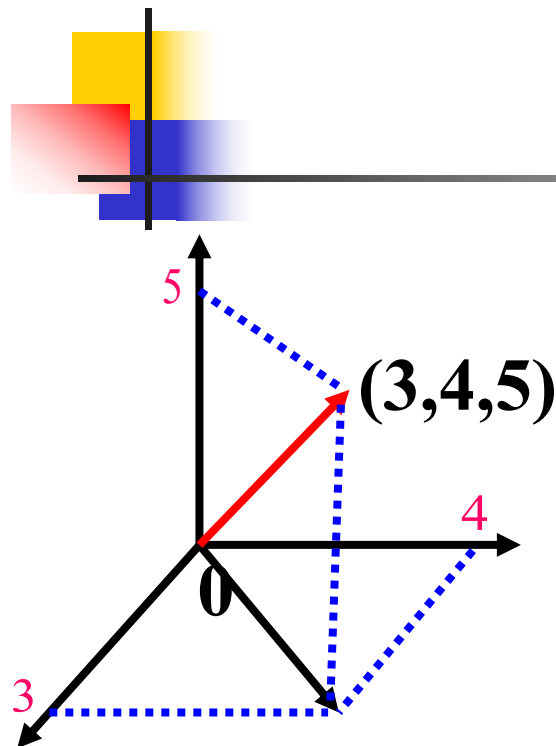
$$V_1 = [1, 0, 0]$$

$$V_2 = [0, 1, 0]$$

$$V_3 = [0, 0, 1]$$

$$[3, 4, 5] = 3[1, 0, 0] + 4[0, 1, 0] + 5[0, 0, 1]$$

$$= \left(\frac{V \cdot V_1}{V_1 \cdot V_1} \right) V_1 + \frac{V \cdot V_2}{V_2 \cdot V_2} V_2 + \frac{V \cdot V_3}{V_3 \cdot V_3} V_3$$



(1) 基之间是什么关系？

(2) 为什么是三个基？

(3) 在三个基上的坐标是如何得到的？

正交



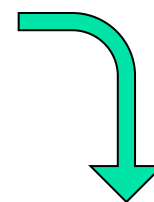
正交函数

完备



完备函数集

正交分解



傅里叶级数

2、实函数的正交与分解

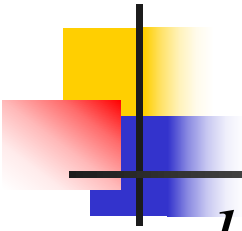
考虑两个定义在 (t_1, t_2) 上的实函数 $f_1(t), f_2(t)$

$$f_1(t) \approx c_{12} f_2(t) \quad (t_1 < t < t_2)$$

$$\varepsilon = f_1(t) - c_{12} f_2(t)$$

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [f_1(t) - c_{12} f_2(t)]^2 dt$$

令 $\frac{d\overline{\varepsilon^2}}{dc_{12}} = 0$, 求得的 c_{12} 可使得均方误差 $\overline{\varepsilon^2}$ 最小。


$$\frac{d}{dc_{12}} \left\{ \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [f_1(t) - c_{12} f_2(t)]^2 dt \right\} = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dc_{12}} [f_1^2(t) - 2c_{12} f_1(t) f_2(t) + c_{12}^2 f_2^2(t)] dt$$

$$= -2 \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt + 2c_{12} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt = 0$$

$$\text{解得 } c_{12} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt} \quad (c_{12} = \frac{V_1 \cdot V_2}{V_2 \cdot V_2})$$



若 $c_{12} = 0$ ，则称实函数 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 在区间 (t_1, t_2) 上**正交**。即两函数正交的条件是：

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt = 0 \quad (V_1 \cdot V_2 = 0)$$

例如sint和cost在区间 $(0, 2\pi)$ 是正交的。

思考：sint和cost在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 是正交的吗？

正交函数 \implies **正交函数集** \implies **完备正交函数集**



用完备正交函数集表示任意信号

任意函数可近似表示为完备正交函数集中的分量之和：

$$f(t) \approx c_1 g_1(t) + c_2 g_2(t) + \dots + c_i g_i(t) + \dots \approx \sum_{i=1}^{+\infty} c_i g_i(t)$$

由均方误差最小准则，系数 c_i 应满足

$$c_i = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) g_i(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} g_i^2(t) dt}$$

$$(c_i = \frac{V \cdot V_i}{V_i \cdot V_i})$$

3、复变函数的正交与分解

上述对实函数的讨论可以扩展到复变函数，只要将方均误差中误差函数的平方改为误差函数的模的平方。这样

$$f_1(t) \approx c_{12} f_2(t) \quad c_{12} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2^*(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} f_2(t) f_2^*(t) dt}$$

两复变函数正交的条件是

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2^*(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} f_1^*(t) f_2(t) dt = 0$$

其他定义和结论可类似得到。见书P99-100。

典型的正交函数集:

■ 三角函数集 $T = \frac{2\pi}{\Omega}$

$$\{1, \sin \Omega t, \cos \Omega t, \sin 2\Omega t, \cos 2\Omega t, \dots, \sin n\Omega t, \cos n\Omega t, \dots\}$$

验证: 正交

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \cos n\Omega t \sin m\Omega t dt = 0 \quad \text{所有 } m, n$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \cos n\Omega t \cos m\Omega t dt = \begin{cases} \frac{T}{2} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \sin n\Omega t \sin m\Omega t dt = \begin{cases} \frac{T}{2} & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$



■ 指数函数集

$$\{e^{jn\Omega t}\}, n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad T = \frac{2\pi}{\Omega}$$

验证：正交

$$\int_{t_0}^{t_0+T} (e^{jn\Omega t})(e^{jm\Omega t})^* dt = \int_{t_0}^{t_0+T} e^{jn\Omega t} e^{-jm\Omega t} dt = \begin{cases} T & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$



§ 3.3 周期信号的傅里叶级数

一. Fourier级数的定义

1. 三角形式（两种）
2. 复指数形式

二. 对称信号的傅里叶级数

1. 全波对称
2. 半波对称

三. Gibbs现象



一. Fourier级数的定义

1. 三角形式

若周期为 T 的信号 $f(t)$ 满足如下的条件（Dirichlet条件）：

- (1) 在一个周期内, 若有间断点存在, 间断点的数目是有限个;
- (2) 在一个周期内, 极大值和极小值数目是有限个;
- (3) 在任何周期内信号绝对可积, 即 $\int_T |f(t)| dt < \infty$

则 $f(t)$ 可表示为如下的形式: 其中 $(\Omega = \frac{2\pi}{T})$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$


$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

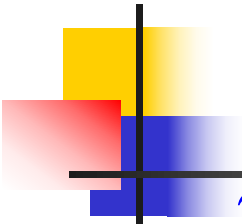
其中

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos n\Omega t dt, n = 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin n\Omega t dt, n = 1, 2, \dots$$

系数 a_n 是频率 $n\Omega$ 的偶函数; b_n 是频率 $n\Omega$ 的奇函数。


$$a_0 = \frac{2}{T} \int_T f(t) dt \quad \frac{a_0}{2} = \frac{\int_T f(t) \cdot 1 dt}{\int_T 1 \cdot 1 dt} = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos n\Omega t dt$$

$$a_n = \frac{\int_T f(t) \cos n\Omega t dt}{\int_T \cos^2 n\Omega t dt} = \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos n\Omega t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin n\Omega t dt$$

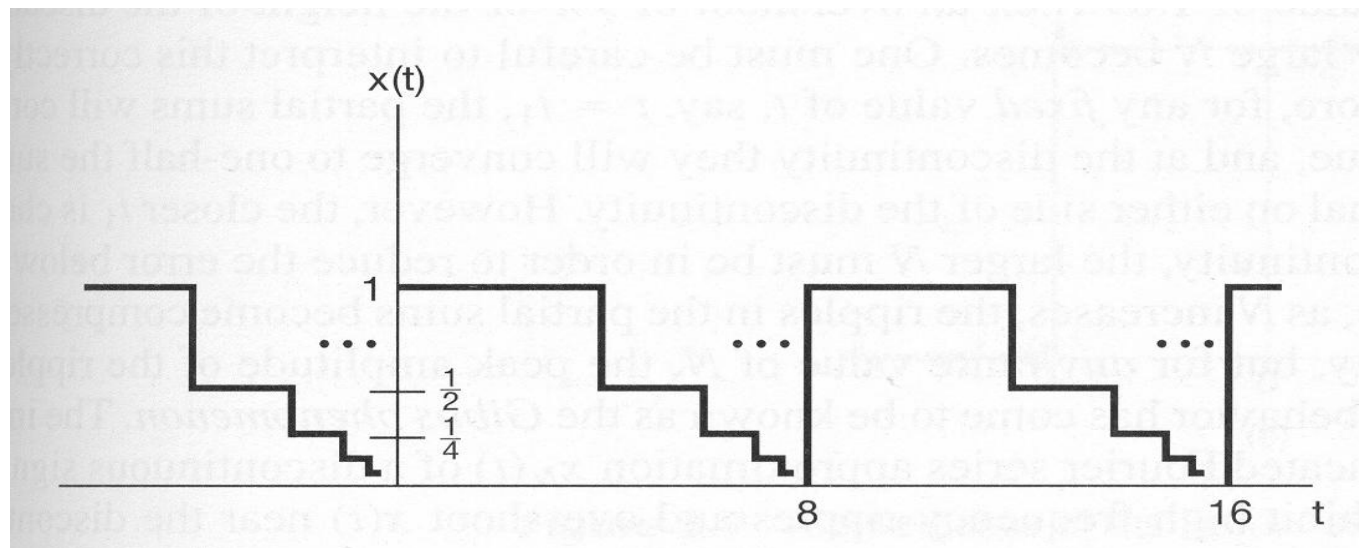
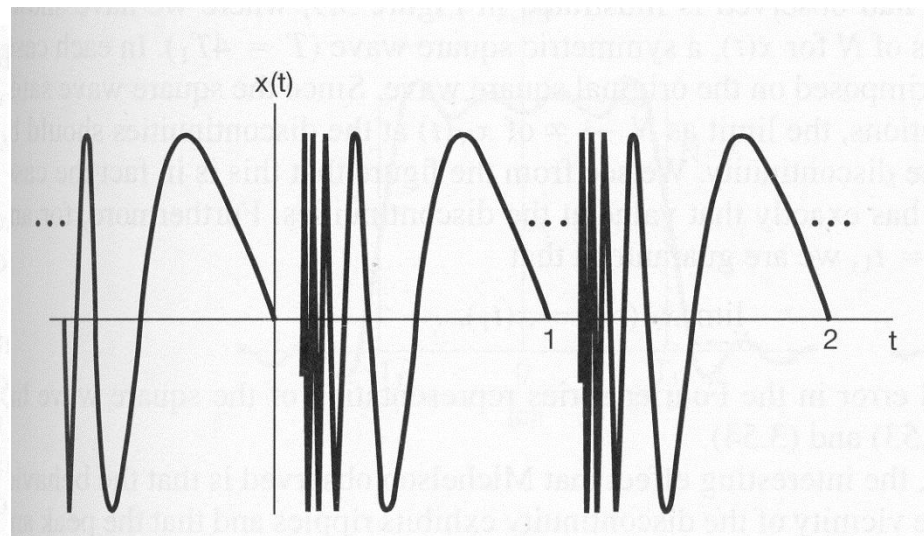
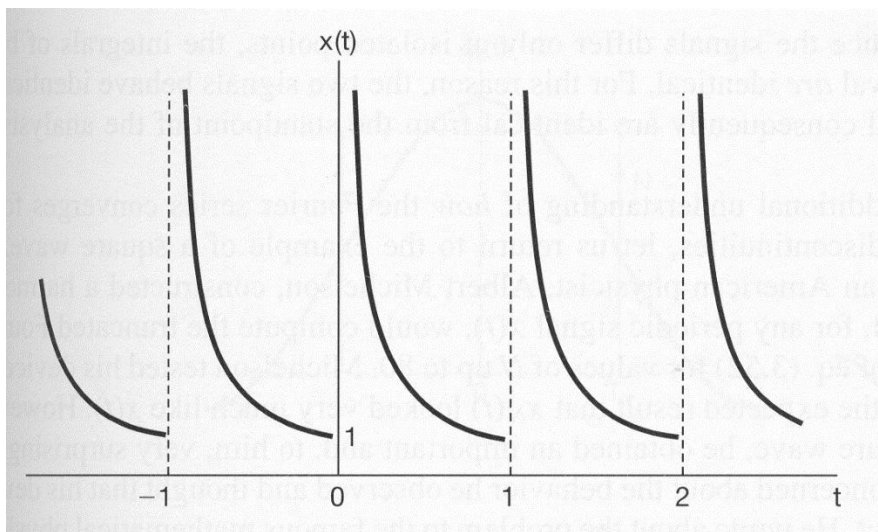
$$b_n = \frac{\int_T f(t) \sin n\Omega t dt}{\int_T \sin^2 n\Omega t dt} = \frac{2}{T} \int_T f(t) \sin n\Omega t dt$$

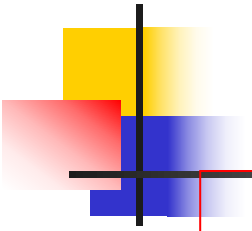


注意：

- 1、Dirichlet条件是充分条件，不是必要条件。
- 2、相当广泛的信号都能满足Dirichlet条件，因而用傅里叶级数表示周期信号具有相当的普遍适用性。
- 3、在均方误差最小的准则下，傅里叶级数是对周期信号的最佳近似。

不满足Dirichlet条件的信号举例：





另一种三角形式：

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \qquad \varphi_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n}$$

$$a_n = A_n \cos \varphi_n \qquad b_n = -A_n \sin \varphi_n$$

奇偶性：

振幅 A_n 是频率 $n\Omega$ 的偶函数；

相位 φ_n 是频率 $n\Omega$ 的奇函数。

基本概念： 直流分量—基波—谐波，**基波频率**—谐波频率

2. 复指数形式

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\Omega t} = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n e^{jn\Omega t}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_T f(t) e^{-jn\Omega t} dt$$

$$\dot{A}_n = 2c_n = \frac{2}{T} \int_T f(t) e^{-jn\Omega t} dt \quad \dot{A}_n = A_n e^{j\varphi_n}$$

- 引入了负频率变量，没有物理意义，只是数学推导；
- c_n 一般是复函数，称为复数振幅；
- 当 c_n 是实函数时，可用 c_n 的正负表示 0 和 π 相位，幅度谱和相位谱合一。

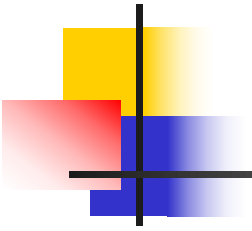


3. 三种傅里叶级数

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n)$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\Omega t}$$


$$c_0 = 2a_0$$

$$c_n = |c_n| e^{j\varphi_n} = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$$

$$c_{-n} = |c_{-n}| e^{-j\varphi_n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

$$|c_n| = |c_{-n}| = \frac{1}{2} A_n = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

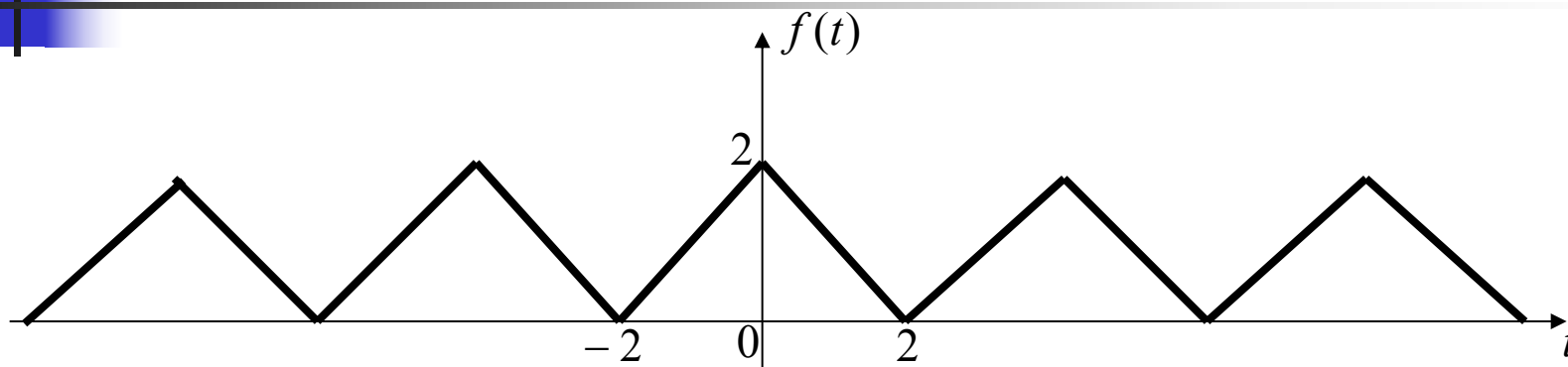
$$|c_n| + |c_{-n}| = A_n$$

$$c_n + c_{-n} = a_n$$

$$j(c_n - c_{-n}) = b_n$$

$$A_n^2 = a_n^2 + b_n^2 = 4c_n c_{-n} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

例1 计算下列周期三角形脉冲的傅里叶级数展开式。

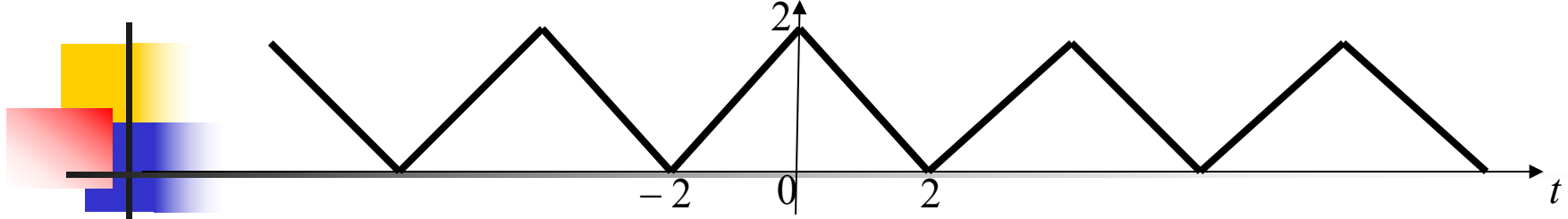


解: $T = 4, \quad \Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_T f(t) dt = \frac{1}{2} \times 2 \int_{-2}^0 (t+2) dt = 2$$

$$b_n = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(t) \sin n\Omega t dt = 0$$



$$a_n = \frac{2}{T} \int_T f(t) \cos n\Omega t dt = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(t) \cos n\Omega t dt$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \int_{-2}^0 (t+2) \cos \frac{n\pi t}{2} dt$$

$$= \frac{2}{n\pi} (t+2) \sin \frac{n\pi t}{2} \Big|_{-2}^0 - \frac{2}{n\pi} \int_{-2}^0 \sin \frac{n\pi t}{2} dt$$

$$= \left(\frac{2}{n\pi}\right)^2 \cos \frac{n\pi t}{2} \Big|_{-2}^0 = \begin{cases} 0 & , n \text{ 为偶数} \\ \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{1}{n^2} & , n \text{ 为奇数} \end{cases}$$

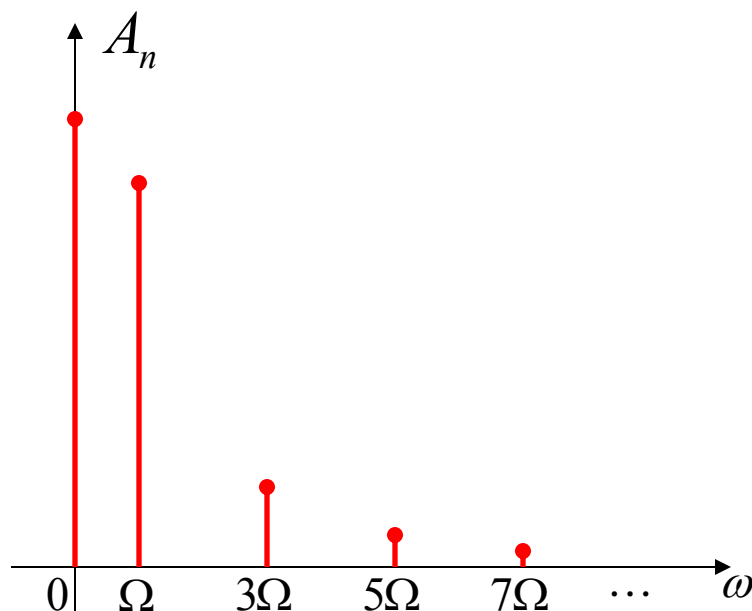
$$f(t) = 1 + \frac{8}{\pi^2} \left(\cos \Omega t + \frac{1}{9} \cos 3\Omega t + \frac{1}{25} \cos 5\Omega t + \dots \right) \quad \left(\Omega = \frac{\pi}{2} \right)$$

频谱

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n)$$

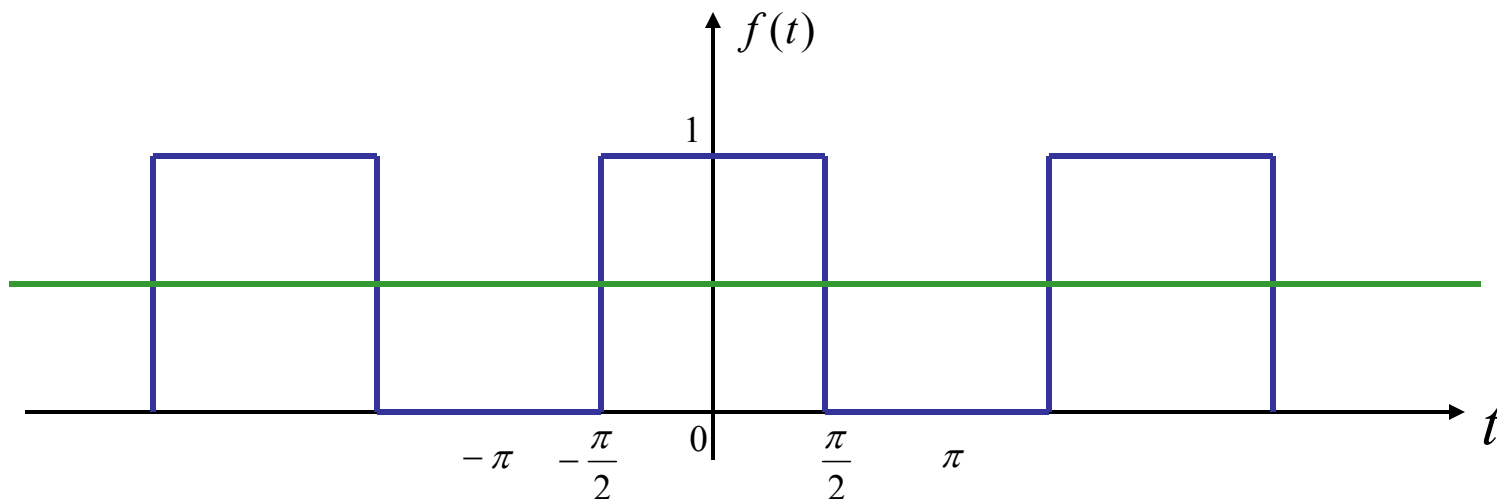
$A_n \sim \omega$ — 幅度谱 $\varphi_n \sim \omega$ — 相位谱

$$f(t) = 1 + \frac{8}{\pi^2} (\cos\Omega t + \frac{1}{9} \cos 3\Omega t + \frac{1}{25} \cos 5\Omega t + \dots)$$



可以看到，三角脉冲波的幅度以 $\frac{1}{n^2}$ 的速率快速衰减。

例2 计算下列周期对称方波的傅里叶级数展开式。

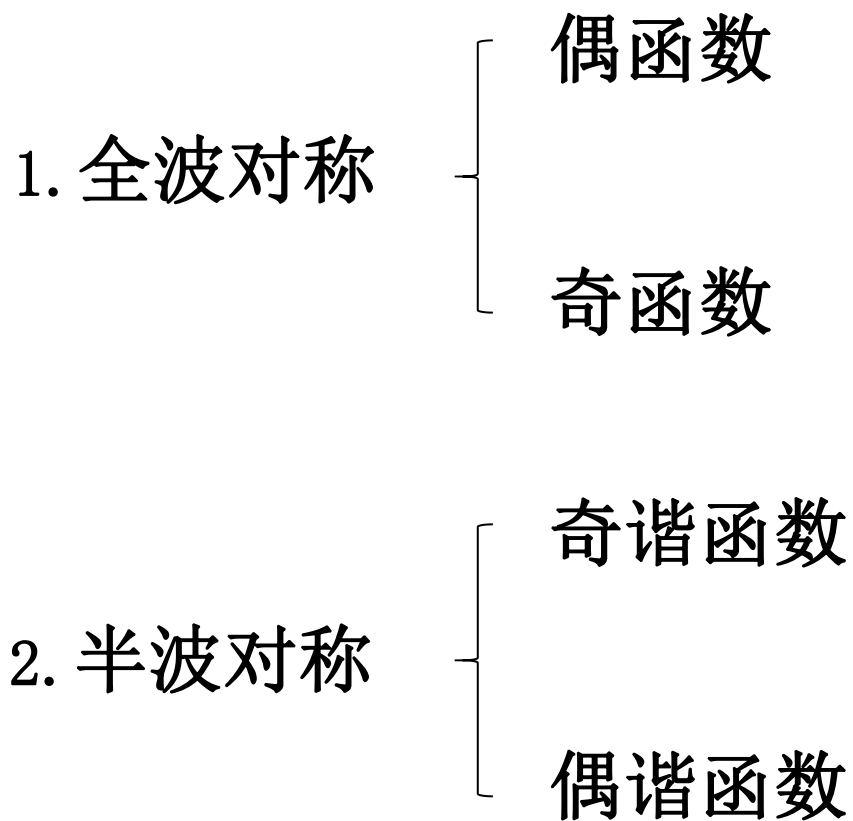


$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left(\cos t - \frac{1}{3} \cos 3t + \frac{1}{5} \cos 5t - \dots \right)$$

可以看到，矩形脉冲波的幅度以 $\frac{1}{n}$ 的速率衰减。



二、对称信号的傅里叶级数





对于任意信号，都可分解成奇分量和偶分量的叠加：

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

$$f_e(t) = \frac{f(t) + f(-t)}{2} \quad f_o(t) = \frac{f(t) - f(-t)}{2}$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$



偶函数项



奇函数项



周期偶函数 $f(-t) = f(t)$

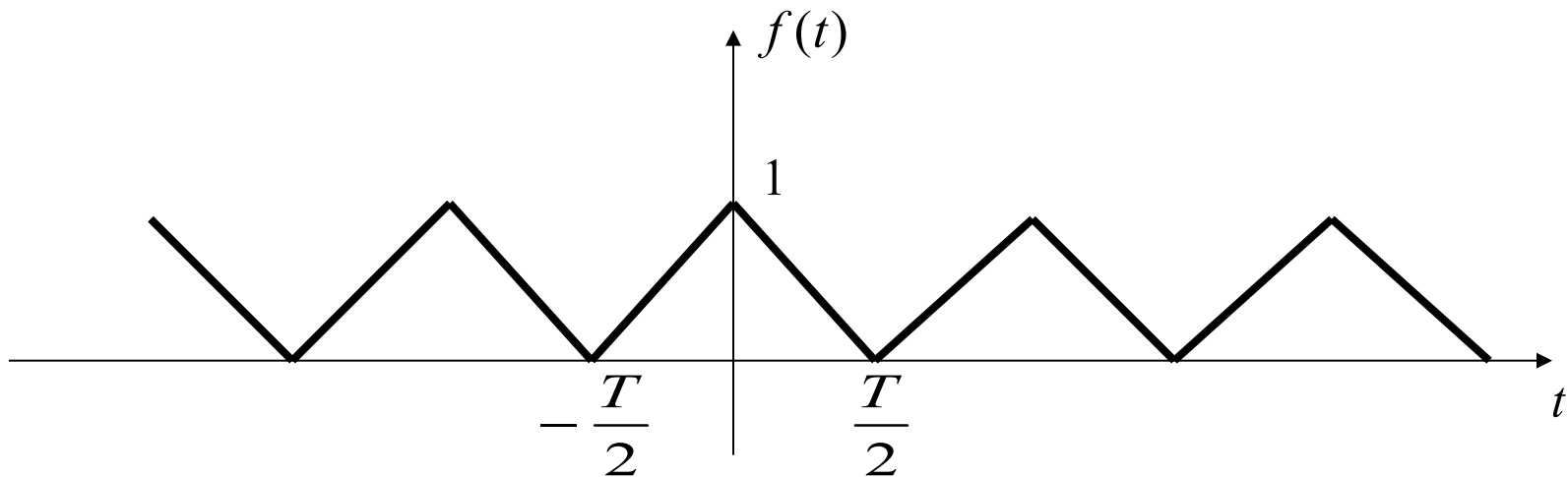
$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\Omega t dt = 0$$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Omega t$$

$$c_n = c_{-n} = \frac{1}{2} a_n = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\Omega t dt \quad (\text{实偶})$$

$$\varphi_n = \arctan \frac{b_n}{a_n} = \operatorname{arctg} 0 = 0 \pm \pi$$

例如周期三角函数



$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \left(\cos \Omega t + \frac{1}{9} \cos 3\Omega t + \frac{1}{25} \cos 5\Omega t + \dots \right)$$

$$\left(\Omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$



周期奇函数 $f(-t) = -f(t)$

$$a_0 = a_n = 0$$

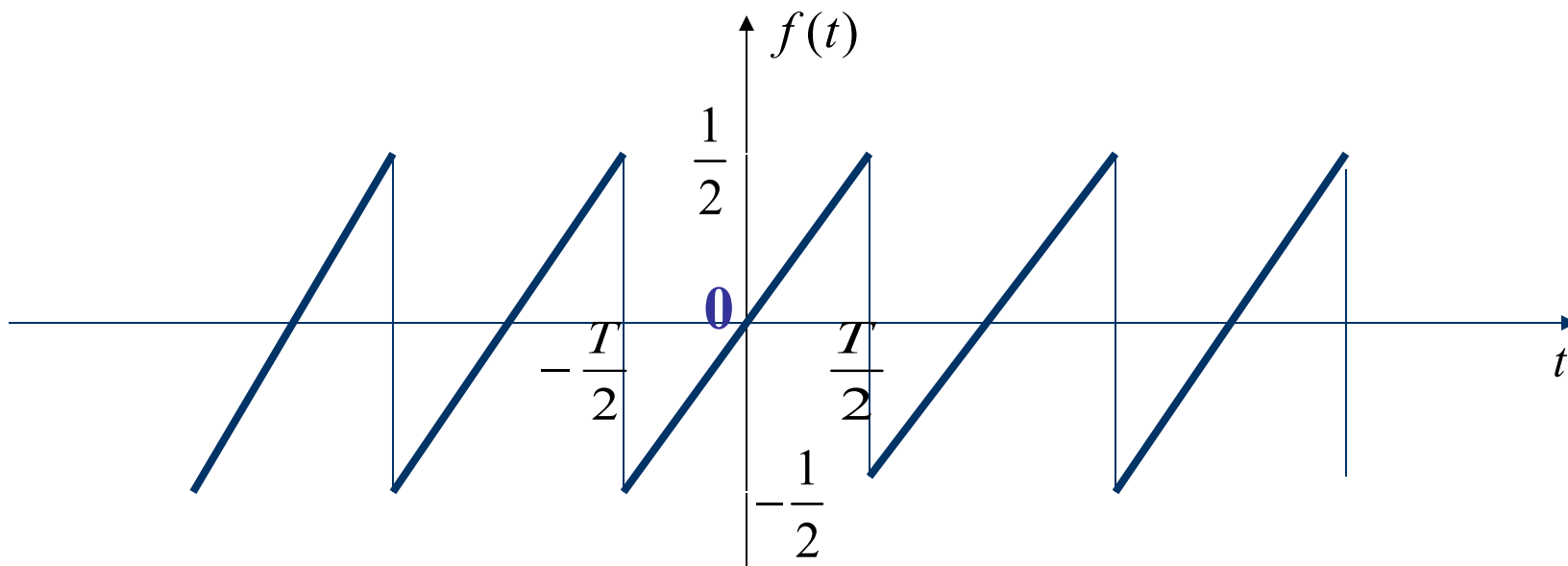
$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\Omega t$$

$$c_{\pm n} = \pm j \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\Omega t dt = \pm \frac{jb_n}{2}$$

实奇 \longrightarrow 虚奇

$$\varphi_n = \arctan \frac{b_n}{a_n} = \arctan \infty = \pm \frac{\pi}{2}$$

例如周期锯齿波



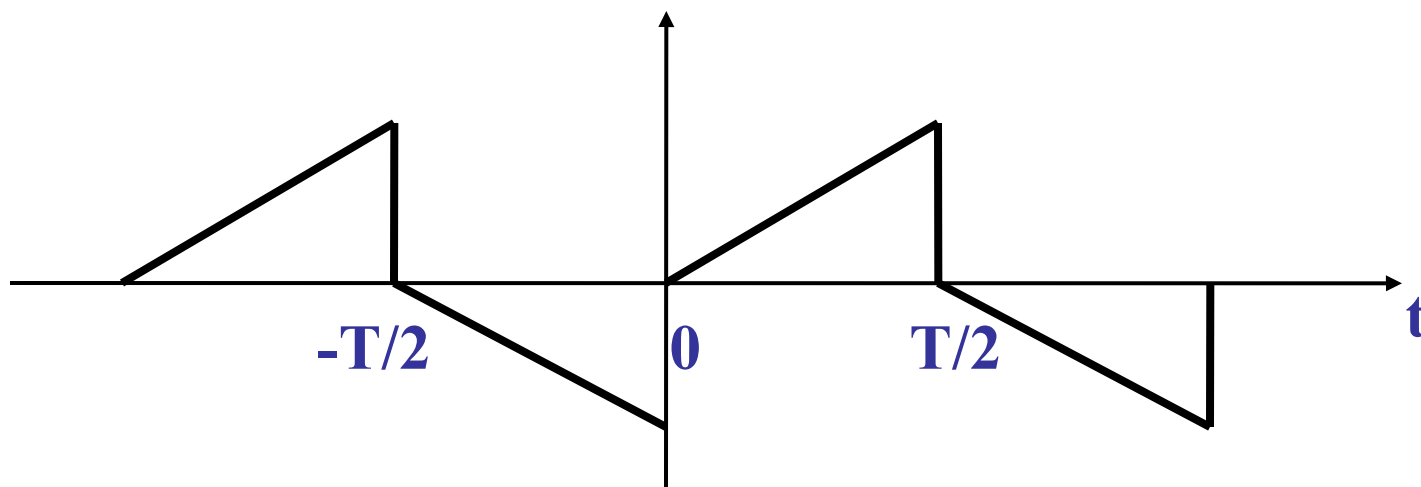
$$f(t) = \frac{1}{\pi} \left(\sin \Omega t - \frac{1}{2} \sin 2\Omega t + \frac{1}{3} \sin 3\Omega t - \dots \right)$$

$$\left(\Omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$

奇谐函数

$$f\left(t + \frac{T}{2}\right) = -f(t)$$

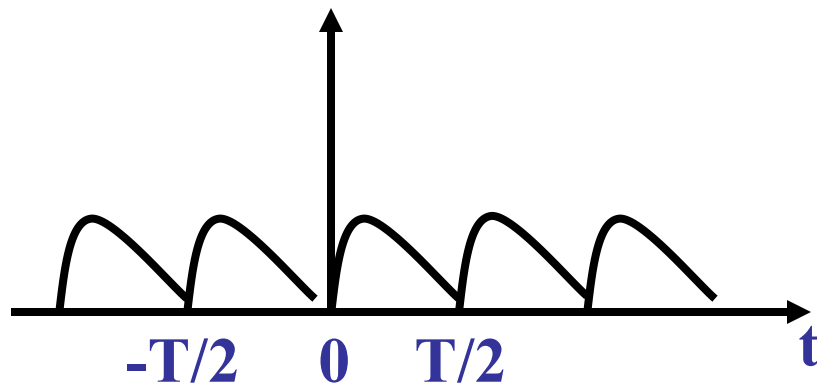
- 奇谐函数一定是周期函数，其周期为 T ；
- 其任意半个周期的波形可由前半个周期波形沿横轴反褶后得到；
- 这类函数常常有半周期是正值，半周期是负值，且正负两半周期的波形相同；
- 奇谐函数不包含直流分量和偶次谐波，只包含奇次谐波。



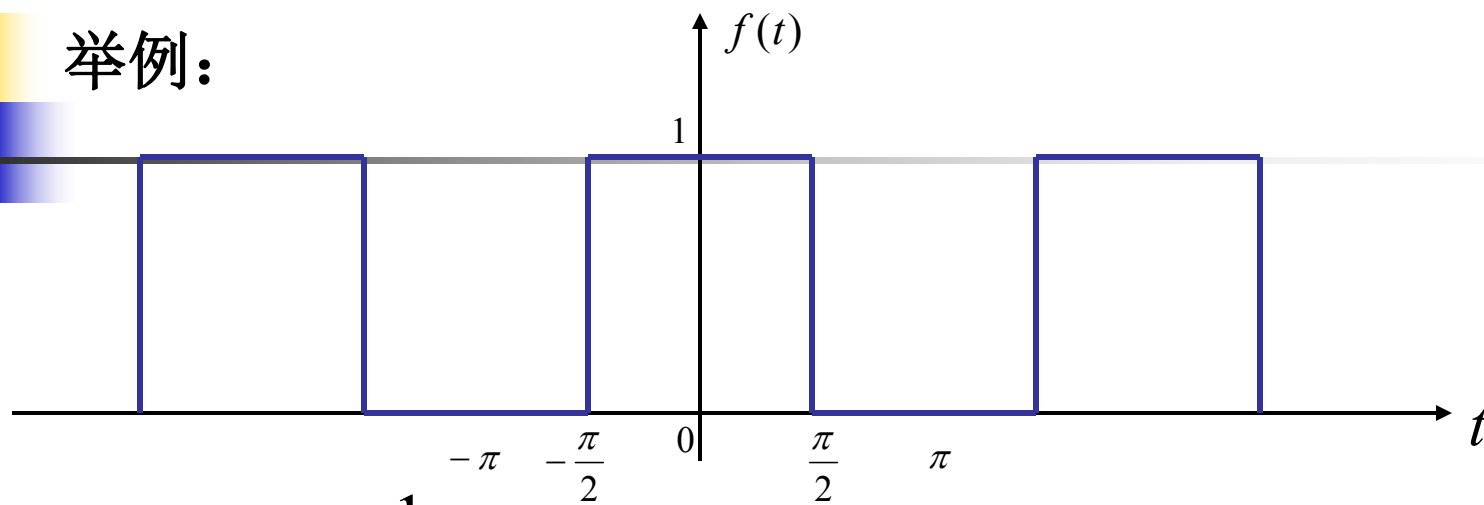
偶谐函数

$$f(t + \frac{T}{2}) = f(t)$$

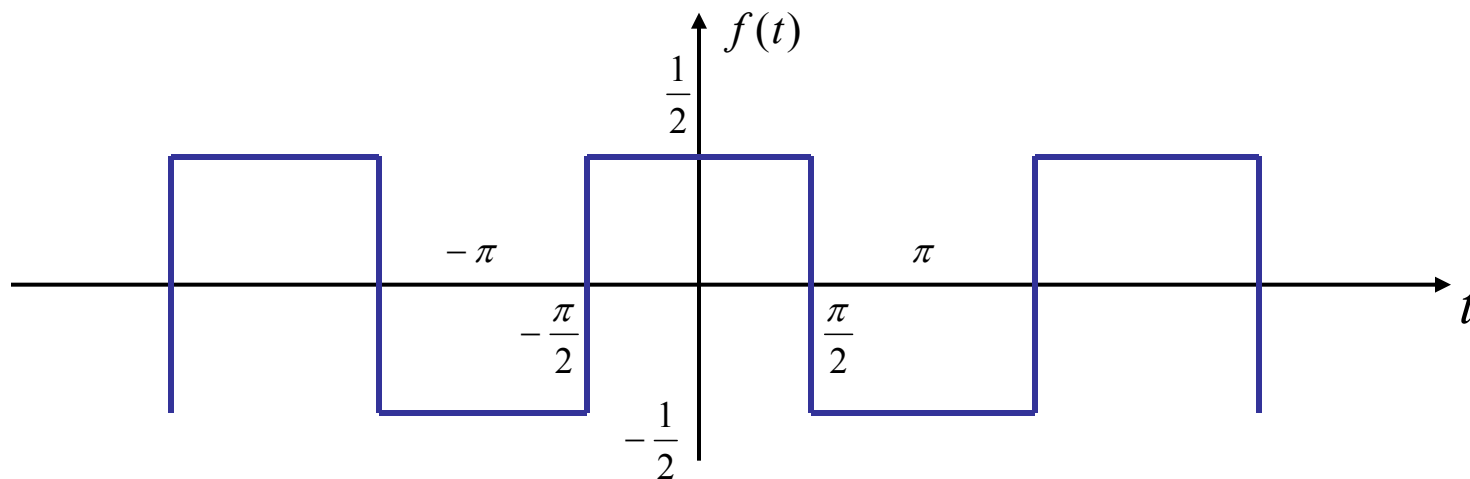
- 偶谐函数一定是周期函数，其周期为 $T/2$ ；
- 其任意半个周期的波形与前半个周期波形完全相同；
- 偶谐函数只包含偶次谐波分量。



举例：

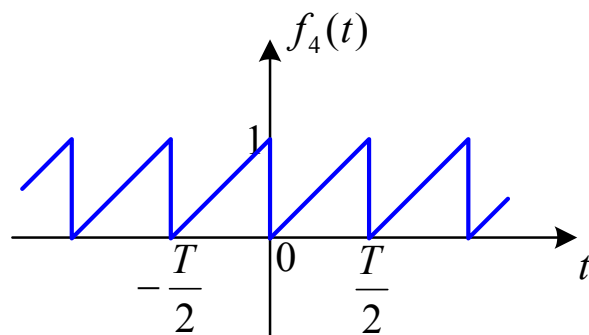
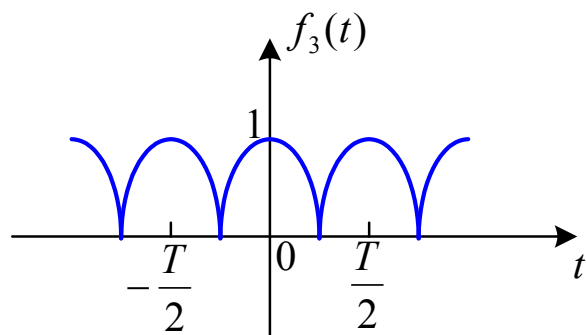
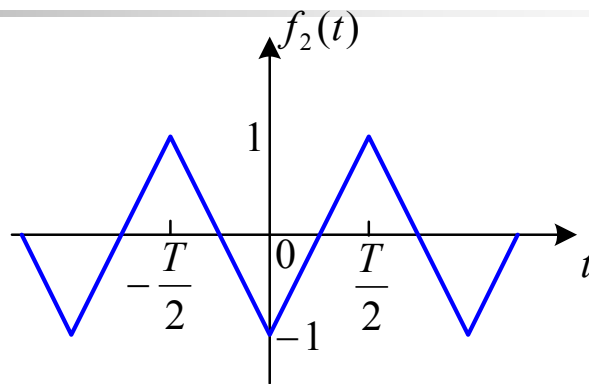
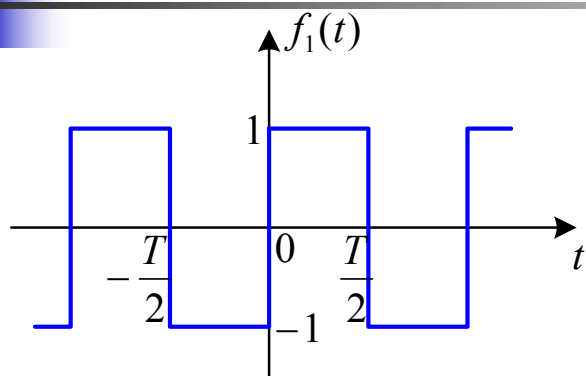


$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left(\cos t - \frac{1}{3} \cos 3t + \frac{1}{5} \cos 5t - \dots \right)$$

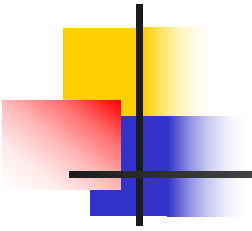


$$f(t) = \frac{2}{\pi} \left(\cos t - \frac{1}{3} \cos 3t + \frac{1}{5} \cos 5t - \dots \right)$$

练习：利用信号的对称性，定性判断下列周期信号的FS中所含的频率分量。



- 答案：**
- (1) 奇函数+奇谐：只含基波和奇次谐波的正弦分量
 - (2) 偶函数+奇谐：只含基波和奇次谐波的余弦分量
 - (3) 偶函数+偶谐：只含直流和偶次谐波的余弦分量
 - (4) 偶谐：含直流和偶次谐波的分量



小结：波形的对称性与傅里叶系数的关系

全波对称：(奇—正弦，偶—余弦)

半波对称：(奇次谐波，偶次谐波)

当全波对称条件和半波对称条件都满足时，只要知道四分之一周期波形就能画出整个波形。

习题：P163 3-8



三、Gibbs现象

- 如果完全逼近，则 $n=\infty$ ；
- 实际中， $n=N$ ， N 是有限整数。
- N 愈大，其均方误差愈小
- 若用 $2N+1$ 项逼近，则

$$S_N(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

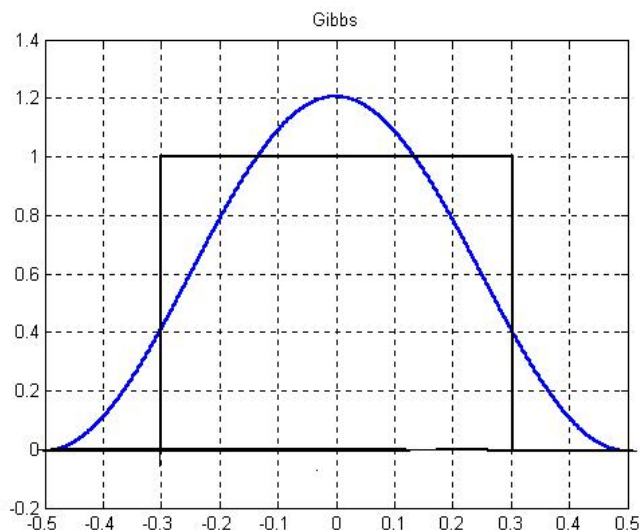
误差函数和均方误差

$$\varepsilon_N(t) = f(t) - S_N(t)$$

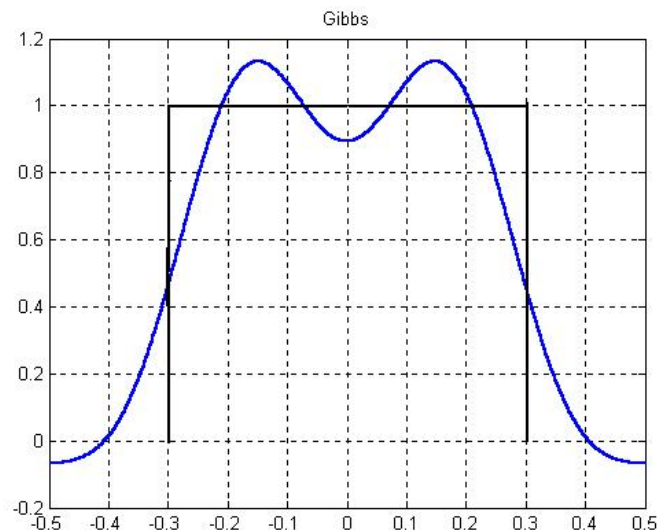
$$E_N = \overline{\varepsilon_N^2(t)} = \overline{f^2(t)} - [a_0^2 + \frac{1}{2} \sum (a_n^2 + b_n^2)]$$

对称方波有限项的傅里叶级数

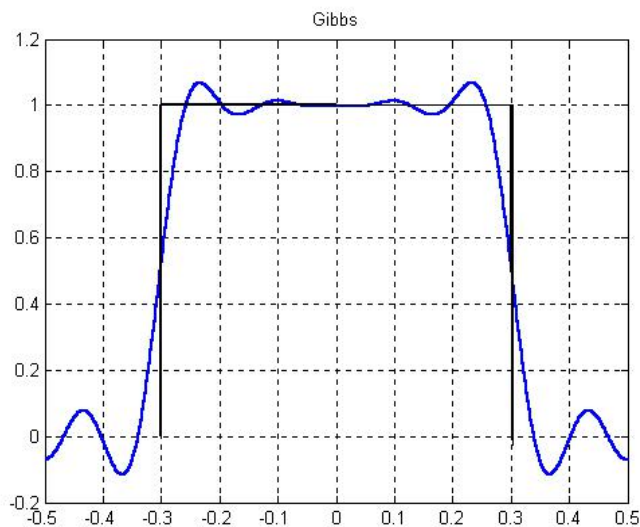
$N = 1$



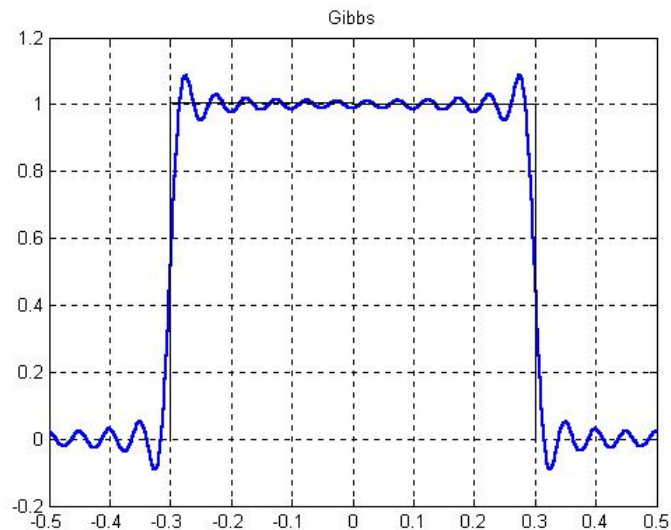
$N = 3$

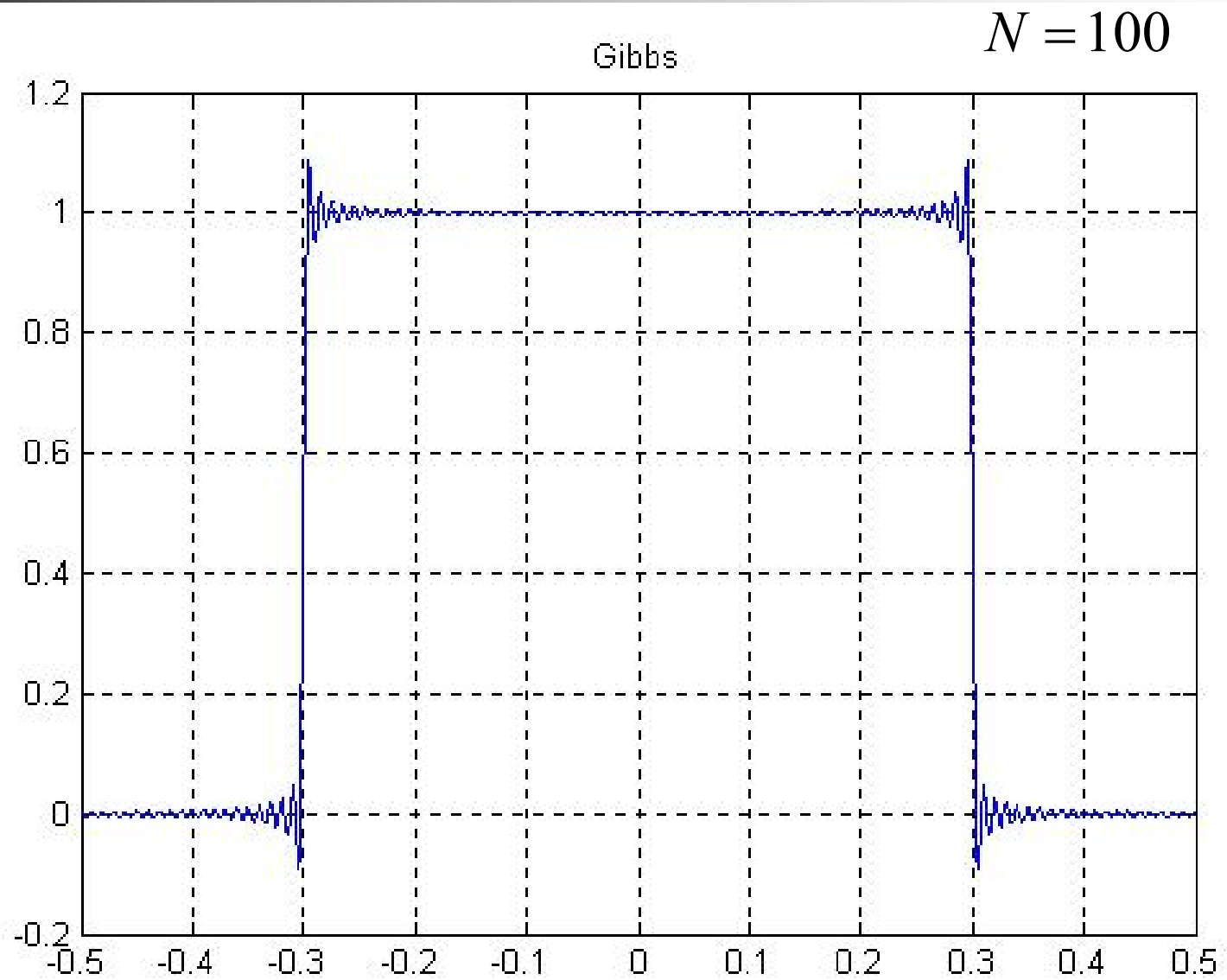
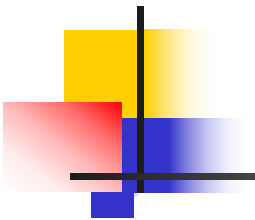


$N = 7$



$N = 19$





■ N=1

$$S_1 = \frac{2E}{\pi}(\cos \Omega t)$$

$$E_1 \approx 0.05 E^2$$

■ N=2

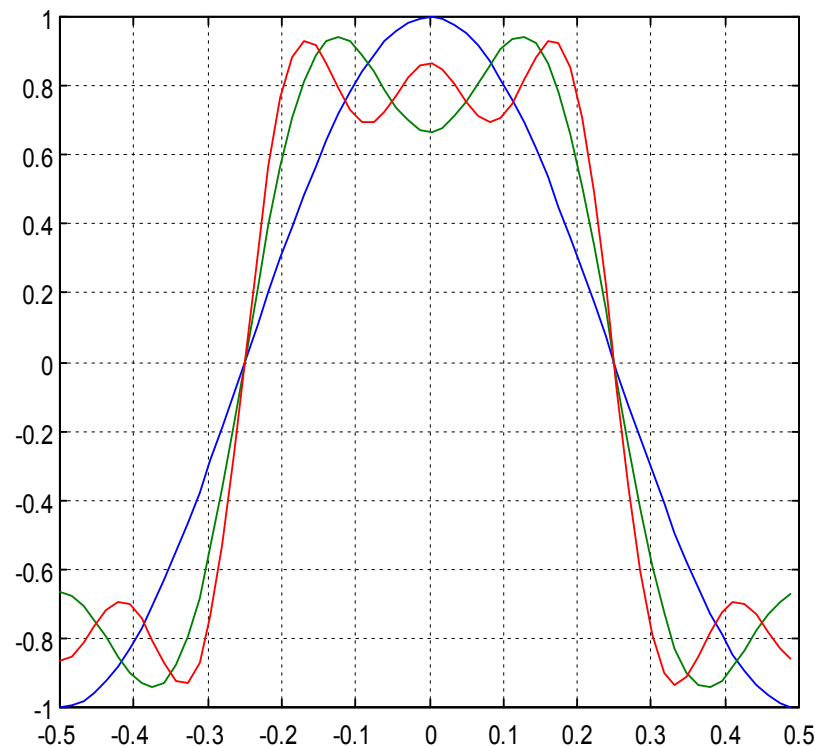
$$S_2 = \frac{2E}{\pi}(\cos \Omega t - \frac{1}{3}\cos 3\Omega t)$$

$$E_2 = 0.02 E^2$$

■ N=3

$$S_3 = \frac{2E}{\pi}(\cos \Omega t - \frac{1}{3}\cos 3\Omega t + \frac{1}{5}\cos 5\Omega t)$$

$$E_3 = 0.01 E^2$$





分析:

- N越大，越接近方波， $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N = f(t)$
- 快变信号，高频分量，主要影响跳变沿；
- 慢变信号，低频分量，主要影响顶部；
- 任一分量的幅度或相位发生相对变化时，波形将会失真；
- 有吉布斯(Gibbs)现象发生。



Gibbs现象:

用有限项傅里叶级数表示有间断点的信号时，在间断点附近不可避免的会出现振荡和超量。超量的幅度不会随所取项数的增加而减小。只是随着项数的增多，振荡频率变高，并向间断点处压缩，从而使它所占有的能量减少。



傅里叶级数:

从**分析**角度看, 它是用简单函数去逼近
(或代替) 复杂函数;

从**几何**观点看, 它是以一族正交函数为
基向量, 将函数空间进行正交分解, 相
应的系数即为坐标;

从**物理**意义上看, 它将信号分解为一系
列简谐波的复合, 从而建立了频谱理论。



小结

- 信号的正交分解 —— 秉承的是西方哲学的思想
 - 对于连续的周期信号，可以用离散的级数表示 —— 傅里叶级数
- 比公式更重要的是。。。

课外作业

阅读：3.1—3.3 预习：3.4, 3.5

作业：全波整流的正弦波形 $f(t) = |\sin(t)|$ ，求其复指数形式的傅里叶级数。