信号与系统

Lecture 6

第三章 连续信号的正交分解（续）

§3.8 傅里叶变换的性质

§3.9　帕塞瓦尔定理与能量频谱
§3.10 沃尔什函数

复习

- 周期信号的傅里叶级数
- 非周期信号的傅里叶变换
- 周期/非周期信号频谱的特点
- 典型信号的频谱

典型信号的傅里叶变换

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \qquad 1 \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$$

$$u(t) \leftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

$$G(t) = E[u(t+\frac{\tau}{2}) - u(t-\frac{\tau}{2})] \leftrightarrow E\tau \mathrm{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})$$

$$e^{-at}u(t) \leftrightarrow \frac{1}{a+j\omega} \qquad e^{-a|t|} \leftrightarrow \frac{2a}{a^2+\omega^2} \quad (a>0)$$

$$\cos\omega_0 t \leftrightarrow \pi[\delta(\omega+\omega_0) + \delta(\omega-\omega_0)]$$

§3.8 傅里叶变换的性质

傅里叶变换建立了时间函数和频谱函数之间转换关系。

在实际信号分析中，经常需要对信号的时域和频域之间的对应关系及转换规律有一个清楚而深入的理解。

本节讨论傅里叶变换的基本性质，并介绍其应用。

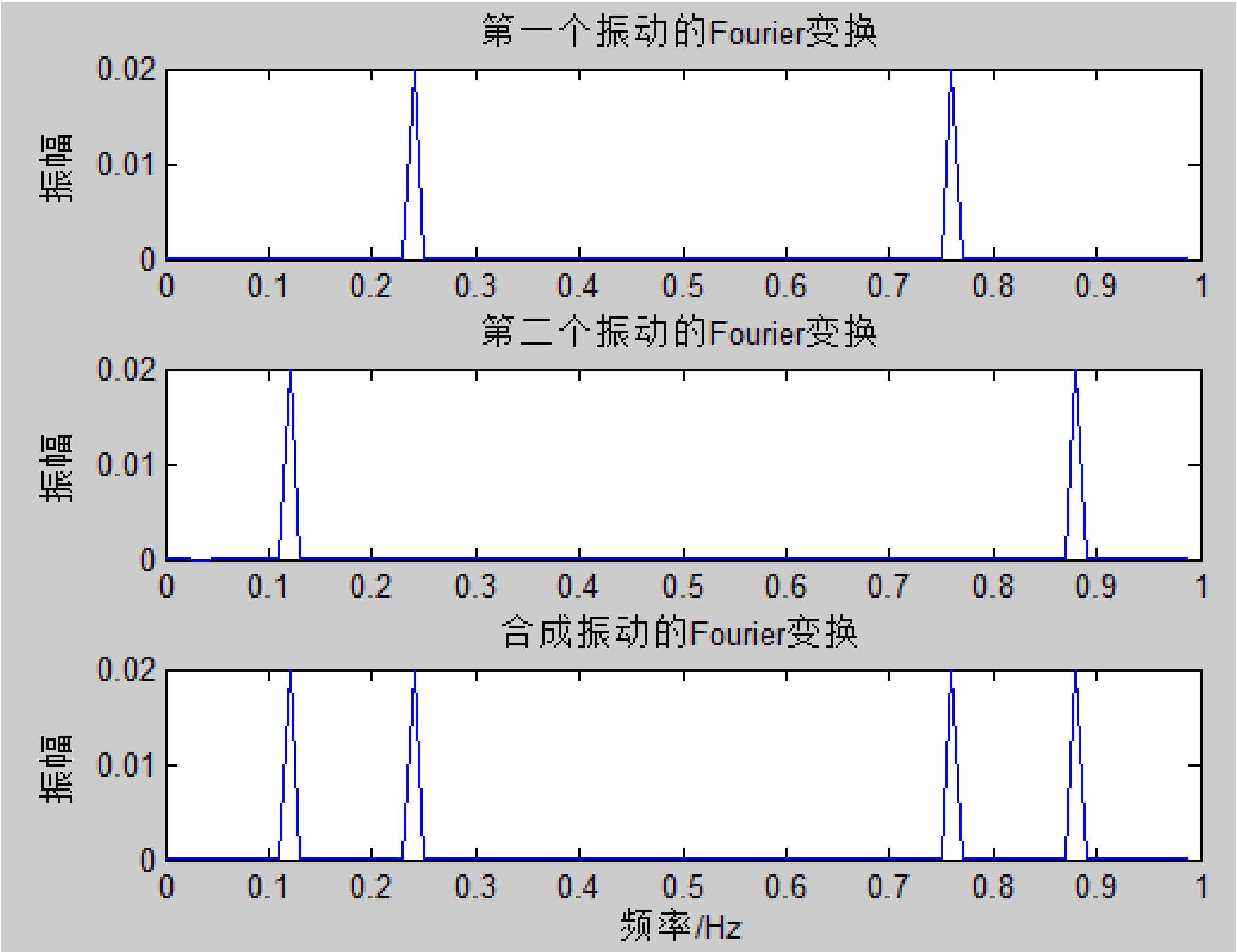
傅里叶变换的基本性质：

- 线性
- 尺度变换特性
- 时移特性和频移特性
- 卷积定理
- 对称性
- 微分和积分特性
- Parseval定理(§3.9)

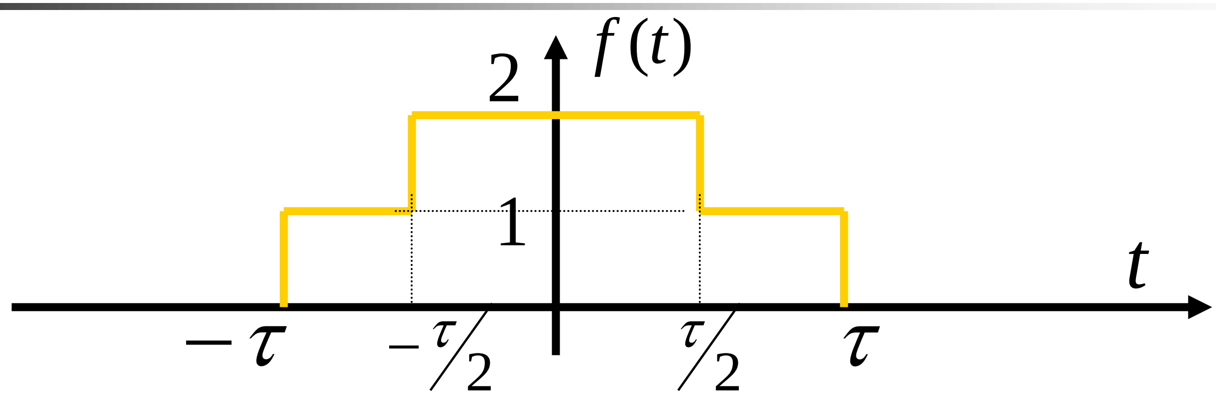
1、线性

$$\text{若：} FT\left[f_i(t)\right]=F_i(j\omega)$$

$$\text{则：} FT\left[\sum_{i=1}^{n} a_i f_i(t)\right]=\sum_{i=1}^{n} a_i F_i(j\omega)$$


第一个振动的Fourier变换
振幅
0.02
0.01
0
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
第二个振动的Fourier变换
振幅
0.02
0.01
0
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
合成振动的Fourier变换
振幅
0.02
0.01
0
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
频率/Hz

例1 求下列信号的傅里叶变换。



若 $g(t)=u(t+\frac{\tau}{2})-u(t-\frac{\tau}{2})$

则 $G(j\omega)=\tau Sa(\omega\tau/2)$

$$f(t)=[u(t+\frac{\tau}{2})-u(t-\frac{\tau}{2})]+[u(t+\tau)-u(t-\tau)]$$

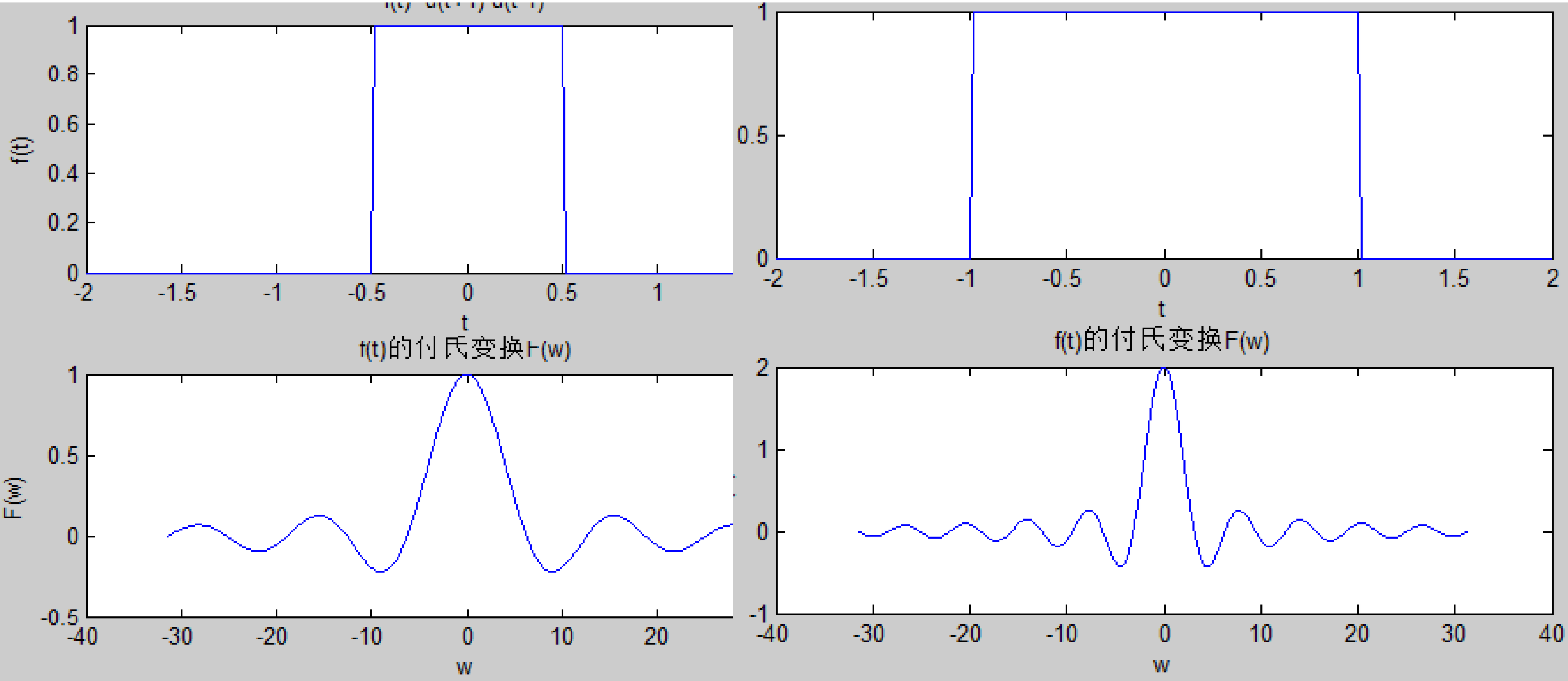
$$\boxed{F(j\omega)=\tau Sa(\omega\tau/2)+2\tau Sa(\omega\tau)}$$

2、尺度变换特性

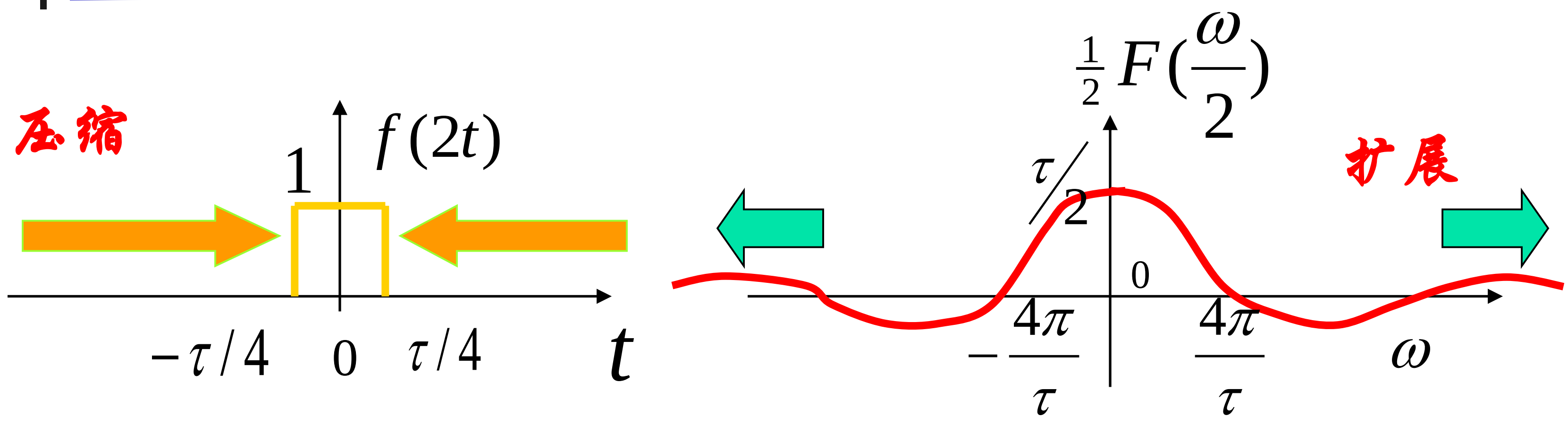
时间波形的扩展和压缩,将影响频谱的波形。对于一个实常数a ,其关系为

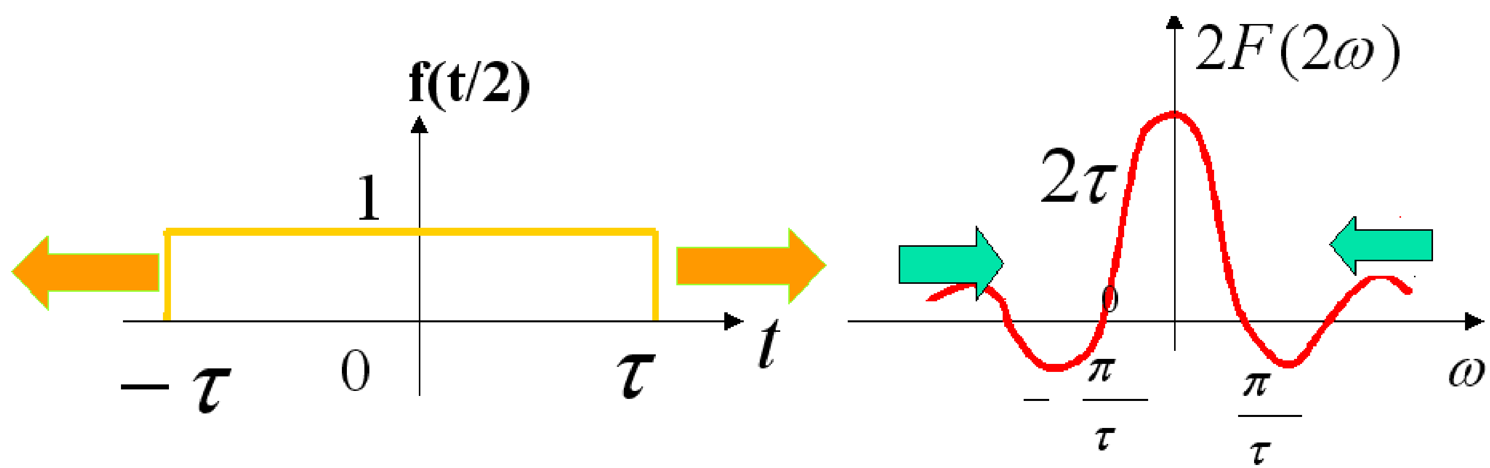
$$f(t) \leftrightarrow F(j\omega) \text{则} f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a})$$

证明见P127.


f(t)
t
f(t)的付氏变换F(w)
F(w)
w
t
f(t)的付氏变换F(w)
w

时域中的压缩（扩展）等于频域中的扩展（压缩）





3、时移特性

$$FT[f(t)] = F(j\omega)$$

$$FT[f(t-t_0)] = F(j\omega)e^{-j\omega t_0}$$

证明：$x = t - t_0$，则$t = x + t_0, dt = dx$

$$FT\left[f(t-t_0)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)e^{-j\omega t}dt$$

$$= e^{-j\omega t_0}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j\omega x}dx = e^{-j\omega t_0}F(j\omega)$$

一个信号在时域中延迟一时间 t_0，对信号的幅度谱不产生影响，但产生相移，即在频域中所有的信号频谱分量都将给予一个与频率成线性关系的滞后相移 ωt_0；反之亦然。

带有尺度变换的时移特性

$$FT[f(at-t_0)] = \frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a})e^{-j\frac{\omega t_0}{a}}$$

$$FT[f(at-t_0)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(at-t_0)e^{-j\omega t}dt \qquad a>0$$

$$x = at - t_0 \qquad = \frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j\omega(x+t_0)/a}dx$$

$$t = (x-t_0)/a \qquad = \frac{1}{a}e^{-j\frac{\omega t_0}{a}}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j(\frac{\omega}{a})x}dx$$

$$= \frac{1}{a}e^{-j\frac{\omega t_0}{a}}F(j\frac{\omega}{a})$$

若a ＜ 0,则有绝对值

例2　单矩形脉冲 $f_0(t)$ 的频谱为 $F_0(j\omega) = E\tau\, Sa(\frac{\omega\tau}{2})$

有如下三脉冲信号:

$$f(t) = f_0(t) + f_0(t+T) + f_0(t-T)$$

求其频谱。

解:

$$F(j\omega) = F_0(j\omega)(1 + e^{j\omega T} + e^{-j\omega T})$$

$$= F_0(j\omega)(1 + 2\cos\omega T)$$

$$= E\tau\, Sa(\frac{\omega\tau}{2})(1 + 2\cos\omega T)$$

4、频移特性

若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$,

则 $\boxed{f(t)e^{j\omega_c t} \leftrightarrow F(j(\omega - \omega_c))}$

频移特性的物理意义:

一个信号在时域中与因子 $e^{j\omega_c t}$ 相乘，等效于在频域中将整个频谱向频率增加方向搬移 ω_c；反之亦然。

$$\cos\omega_0 t = \frac{1}{2}(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$$

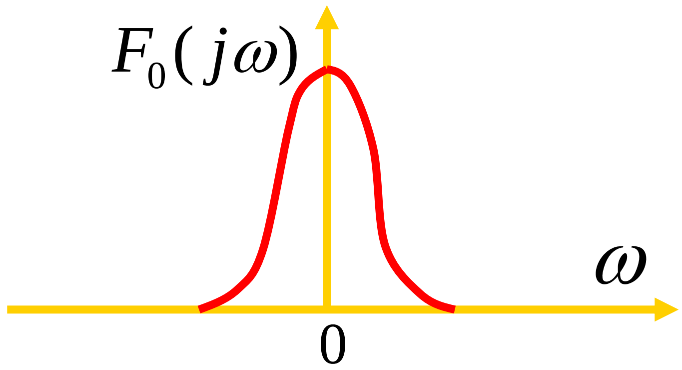
$$f(t) \qquad \frac{1}{2}e^{j\omega_0 t} \qquad \frac{1}{2}e^{-j\omega_0 t} \qquad f(t)$$

$$\frac{1}{2}F(j(\omega-\omega_0)) \qquad \frac{1}{2}F(j(\omega+\omega_0))$$

$$FT[f(t)\cos\omega_0 t] = \frac{1}{2}[F(j(\omega-\omega_0)) + F(j(\omega+\omega_0))]$$

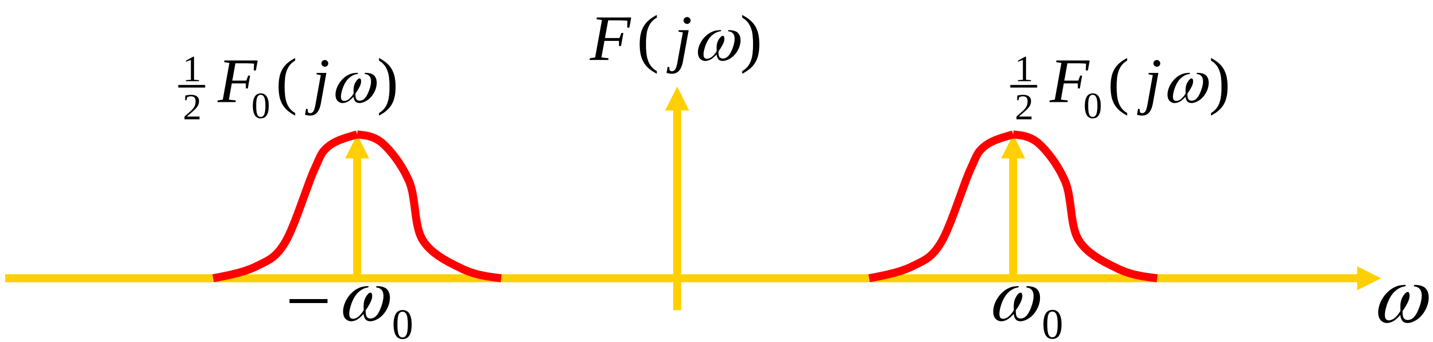
$$FT[f(t)\cos\omega_0 t]$$

$$FT[f(t)] = F_0(j\omega)$$

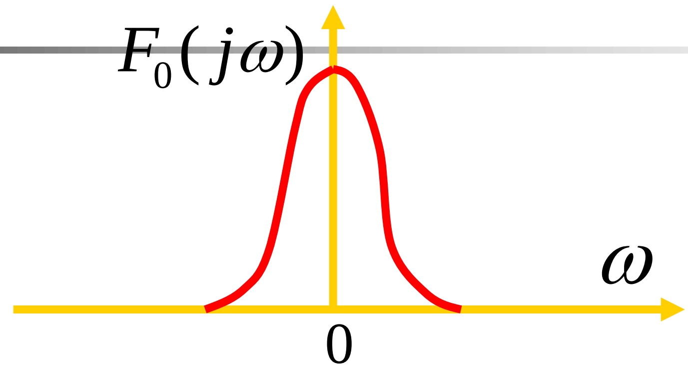


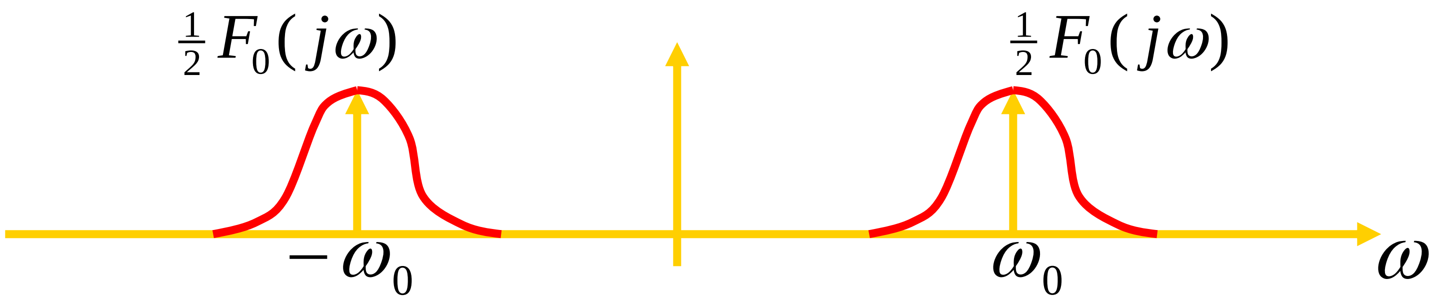
$$\frac{1}{2} f(t)[e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}]$$

频移特性



$$\frac{1}{2}[F_0(j(\omega+\omega_0)) + F_0(j(\omega-\omega_0))]$$





思考：若 $f(t)\times\cos(\omega_0 t)\times\cos(\omega_0 t)$，

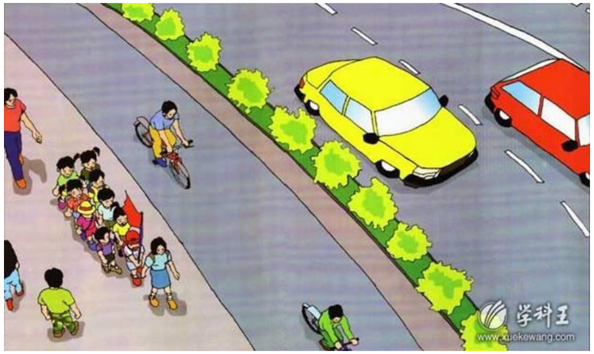
则 $f(t)$ 的频谱会发生什么变化？

应用：调制 解调

- 便于信号的发送

- 便于信号的传输

- 充分利用资源



- **调制与解调:**
  - **所谓调制，就是用一个信号（原信号也称调制信号）去控制另一个信号（载波信号）的某个参量，从而产生已调制信号，**
  - **解调则是相反的过程，即从已调制信号中恢复出原信号。**
  - **根据所控制的信号参量的不同，调制可分为:**
    - 调幅，使载波的幅度随着调制信号的大小变化而变化的调制方式。
    - 调频，使载波的瞬时频率随着调制信号的大小而变，而幅度保持不变的调制方式。
    - 调相，利用原始信号控制载波信号的相位。
  - **这三种调制方式的实质都是对原始信号进行频谱搬移，将信号的频谱搬移到所需要的较高频带上，从而满足信号传输的需要。**

5、卷积定理

（1）时域卷积定理

若 $f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega);\ f_2(t) \leftrightarrow F_2(j\omega)$

则 $FT[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega)$

时域中两函数卷积的傅里叶变换，等效于在频域中它们频谱的乘积。

（2）频域卷积定理

若 $f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega); f_2(t) \leftrightarrow F_2(j\omega)$

则

$$FT[f_1(t) \cdot f_2(t)] = \frac{1}{2\pi} F_1(j\omega) * F_2(j\omega)$$

其中

$$F_1(j\omega) * F_2(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(ju) F_2(j(\omega - u)) du$$

时域中两函数乘积的傅里叶变换，等效于在频域中它们频谱的卷积。

证明:

$$\because FT[f_1(t)f_2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t)e^{-j\omega t}dt$$

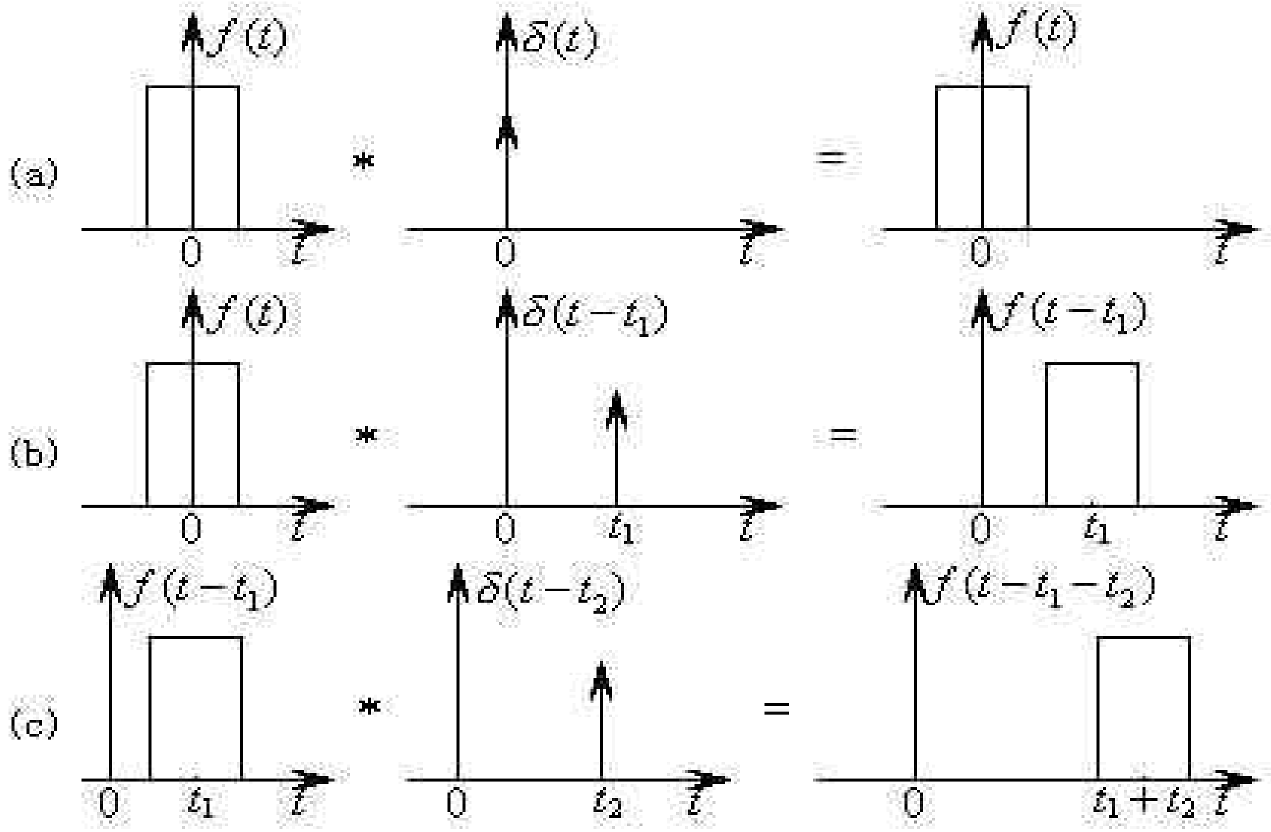
代入 $f_1(t) = \dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$, 得到

$$FT[f_1(t)f_2(t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(ju)du\int_{-\infty}^{\infty} f_2(t)e^{-(j\omega-ju)t}dt$$

交换积分次序，得

$$\therefore FT[f_1(t)f_2(t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(ju)F_2(j(\omega-u))du$$

应用：调制 解调（续）



f(t)与冲激函数的卷积

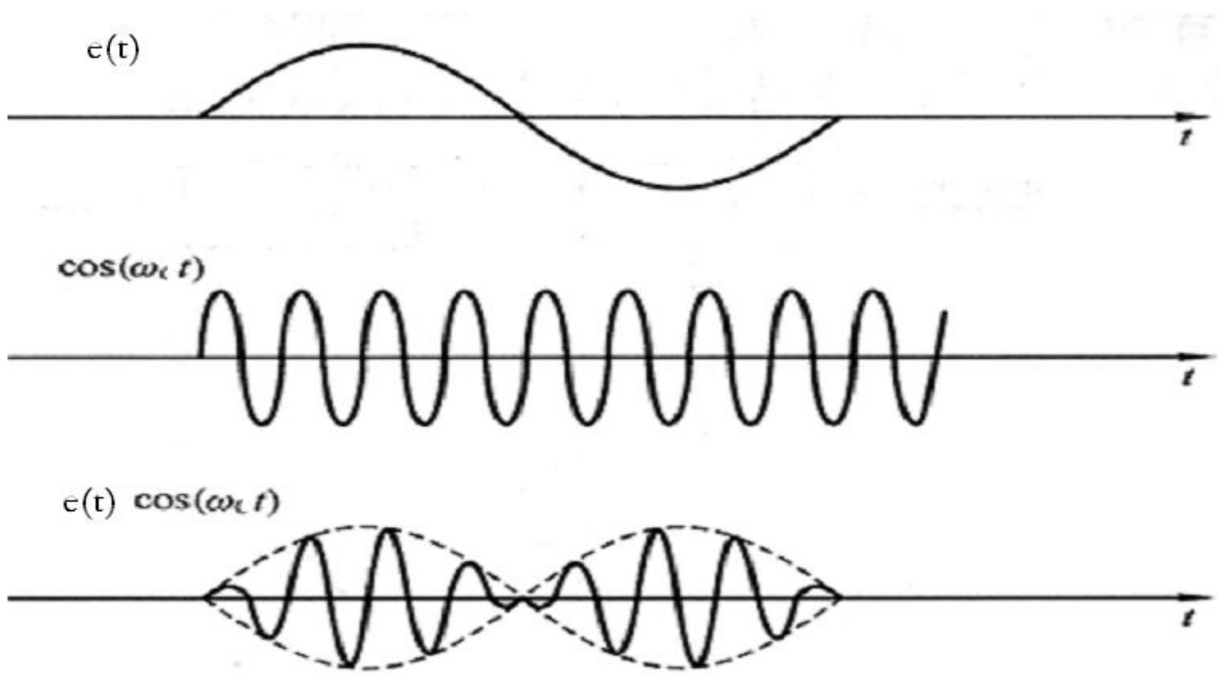
抑制载波调幅

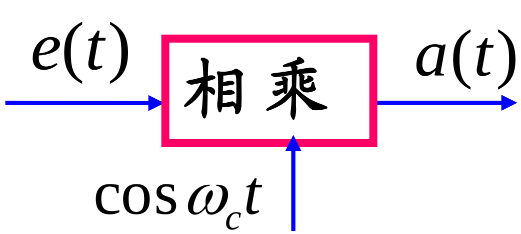
抑制载波的调制：时域

调制信号

载波

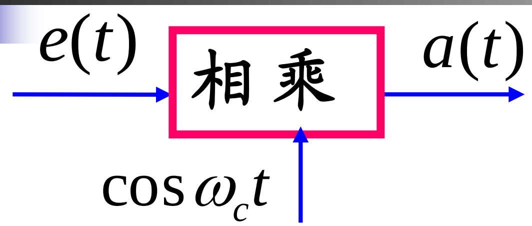
已调信号



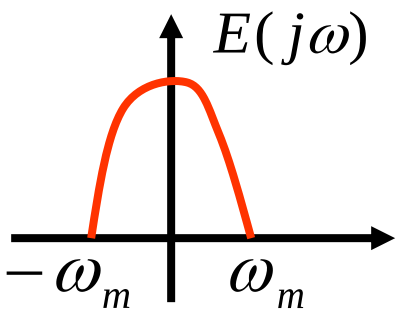


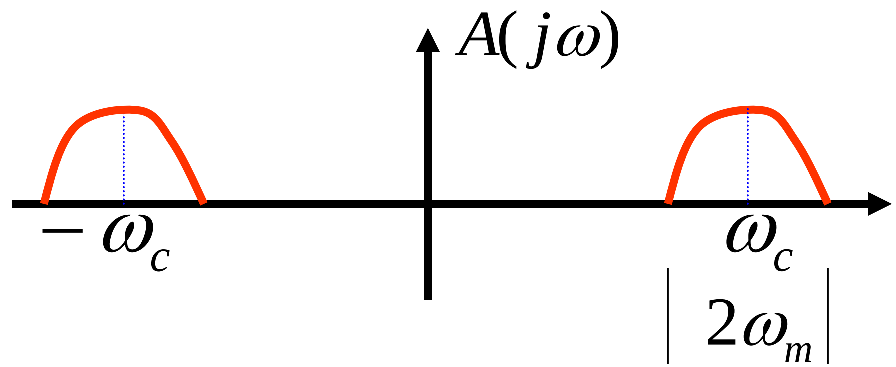
$$\boxed{a(t) = e(t)\cos\omega_c t}$$

抑制载波的调制：频域



$$\boxed{a(t)=e(t)\cos\omega_c t}$$





$$A(j\omega)=\frac{1}{2\pi}E(j\omega)*[\pi\delta(\omega+\omega_c)+\pi\delta(\omega-\omega_c)]$$

$$=\frac{1}{2}[E(j(\omega+\omega_c))+E(j(\omega-\omega_c))]$$

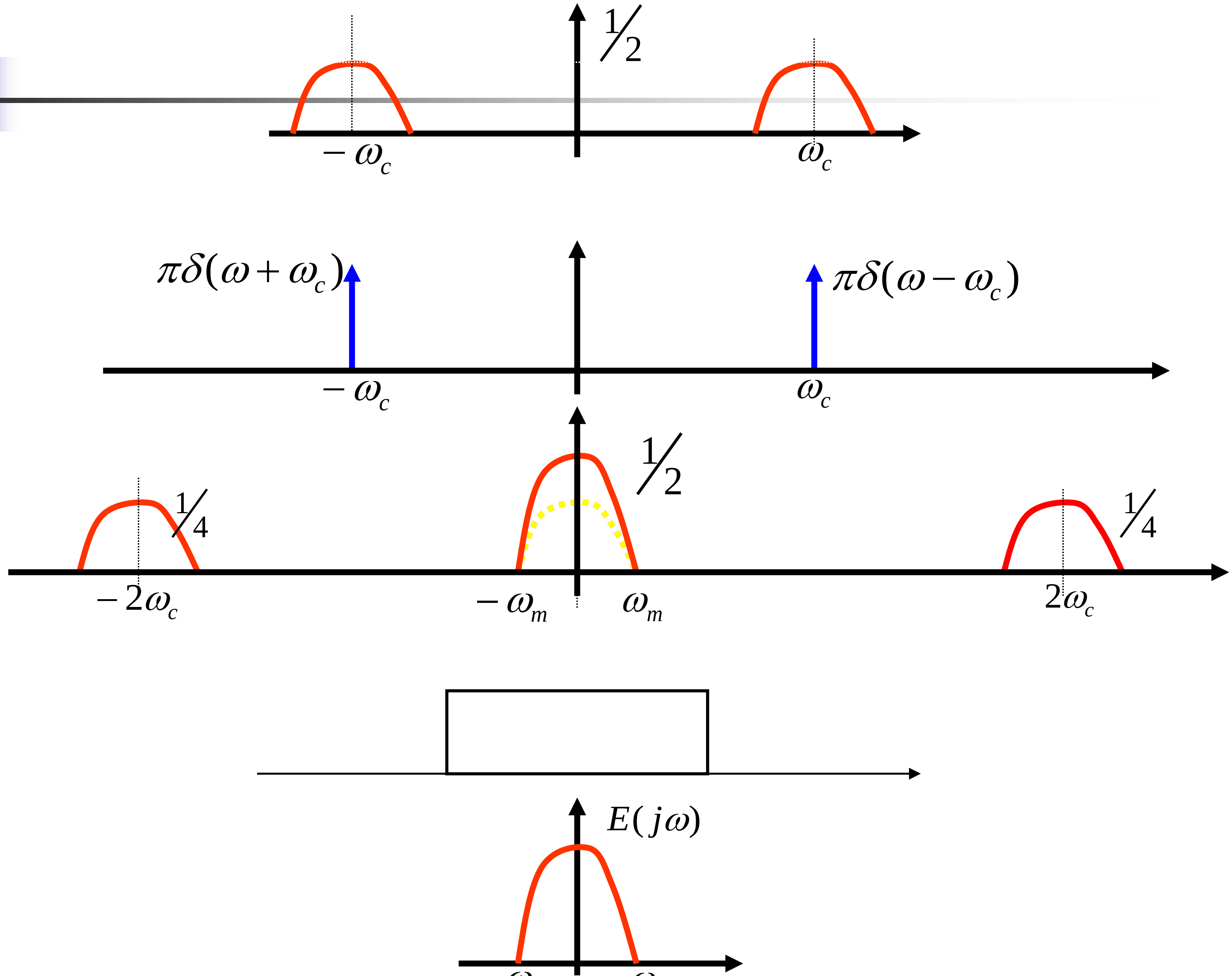
上边带：

$(\omega_c,\omega_c+\omega_m)$

下边带：

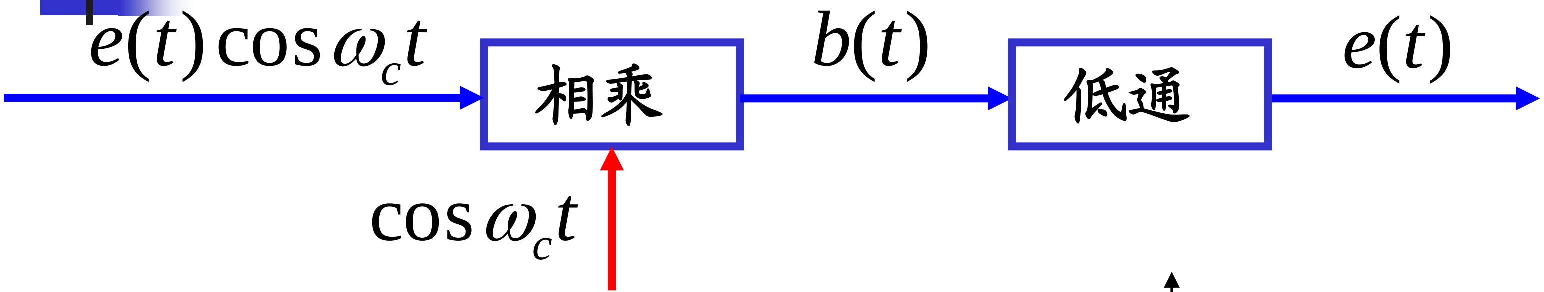
$(\omega_c-\omega_m,\omega_c)$

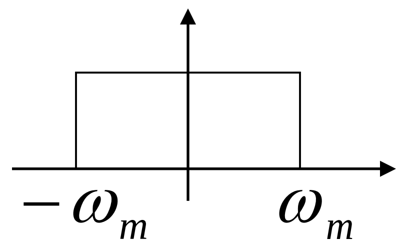
解调过程 频域



$1/2$
$-\omega_c$
ω_c
$\pi\delta(\omega+\omega_c)$
$\pi\delta(\omega-\omega_c)$
$-\omega_c$
ω_c
$1/2$
$1/4$
$1/4$
$-2\omega_c$
$-\omega_m$
ω_m
$2\omega_c$
$E(j\omega)$
$-\omega_m$
ω_m

解调过程：时域

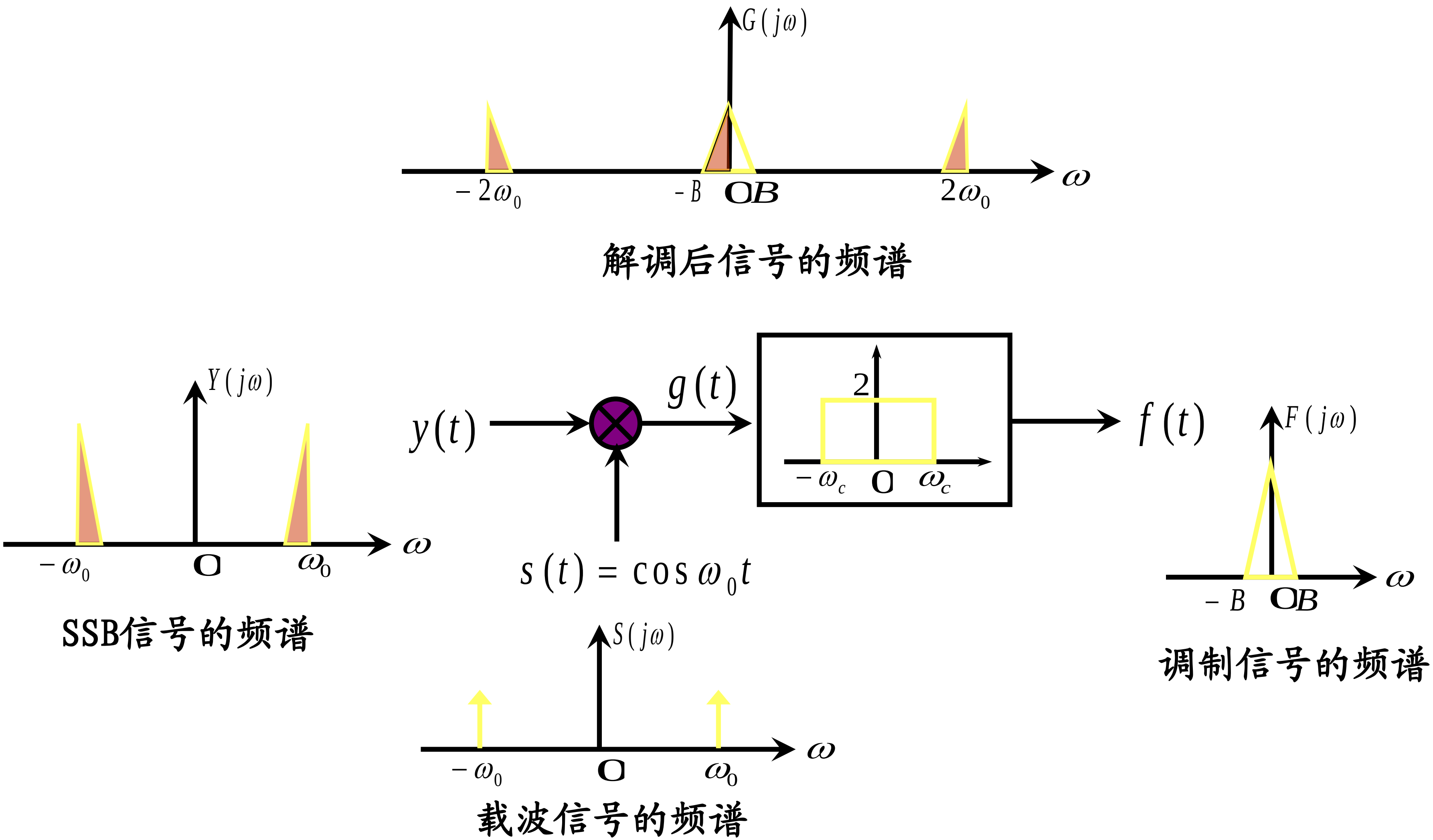




$$b(t)=[e(t)\cos\omega_c t]\cos\omega_c t$$
$$=\frac{1}{2}e(t)(1+\cos 2\omega_c t)$$
$$=\frac{1}{2}e(t)+\frac{1}{2}e(t)\cos 2\omega_c t$$

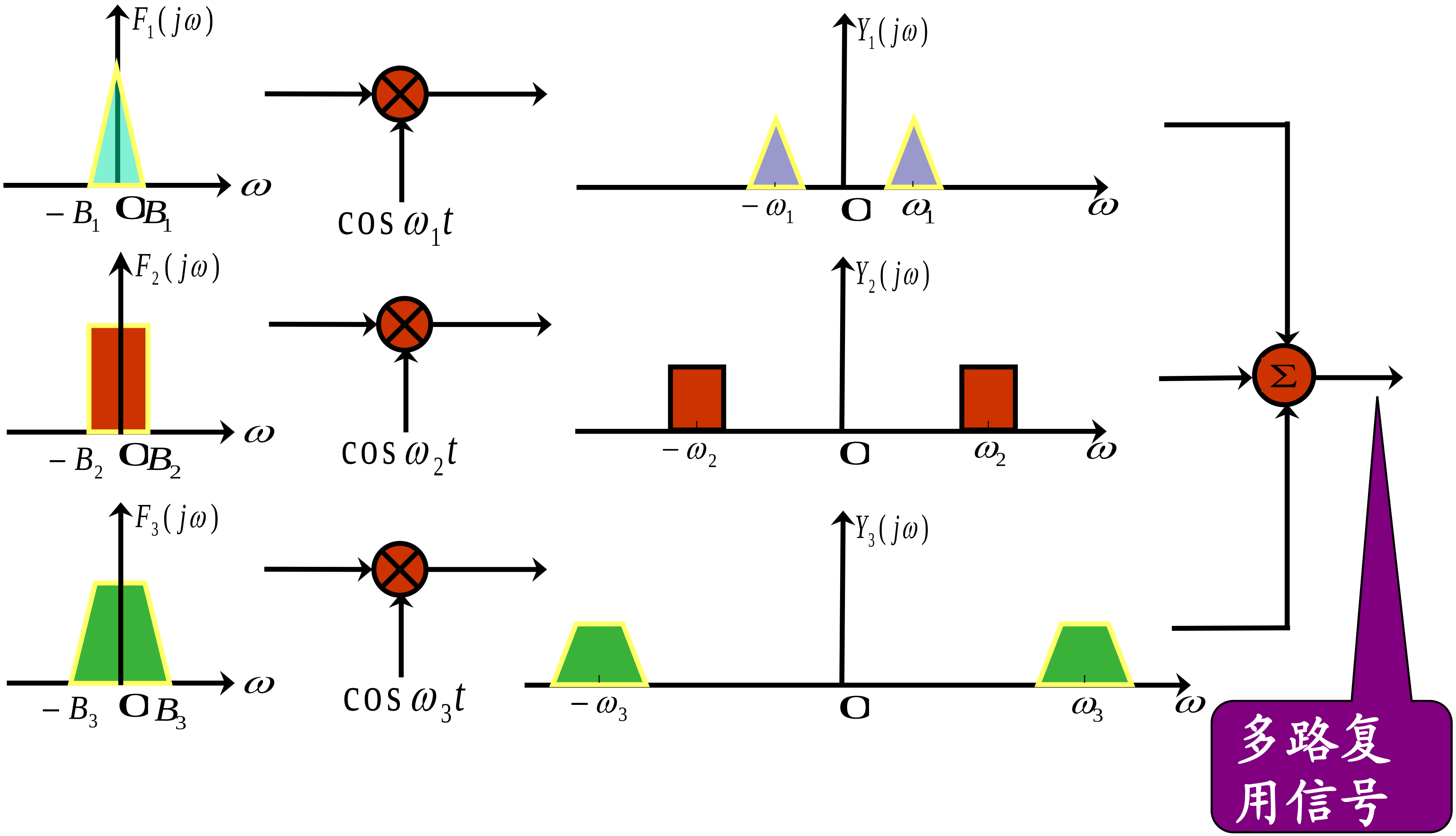
$$B(j\omega)=\frac{1}{2}E(j\omega)+\frac{1}{4}[E(j(\omega+2\omega_c))+E(j(\omega-2\omega_c))]$$

单边带（SSB）AM



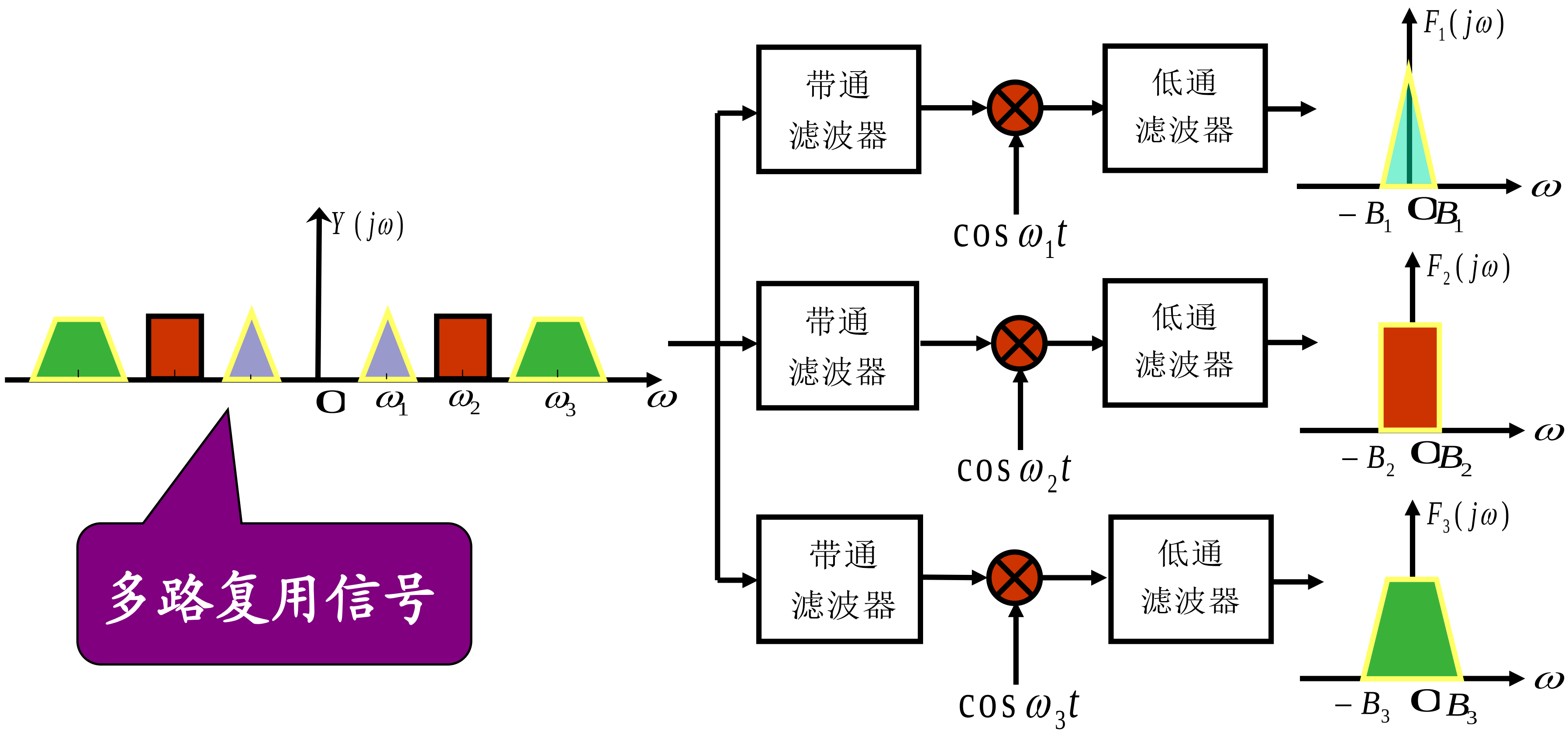
G(jω)
−2ω0
-B
O
B
2ω0
ω
解调后信号的频谱
Y(jω)
−ω0
O
ω0
ω
SSB信号的频谱
y(t)
g(t)
2
−ωc
O
ωc
f(t)
F(jω)
−B
O
B
ω
调制信号的频谱
s(t) = cos ω0t
S(jω)
−ω0
O
ω0
ω
载波信号的频谱

频分复用　　调制



$F_1(j\omega)$
ω
$-B_1$ O B_1
$\cos\omega_1 t$
$Y_1(j\omega)$
$-\omega_1$ O ω_1
ω
$F_2(j\omega)$
ω
$-B_2$ O B_2
$\cos\omega_2 t$
$Y_2(j\omega)$
$-\omega_2$ O ω_2
ω
$F_3(j\omega)$
ω
$-B_3$ O B_3
$\cos\omega_3 t$
$Y_3(j\omega)$
$-\omega_3$ O ω_3
ω
Σ
多路复用信号

频分复用 解调



$Y(j\omega)$
O
ω_1
ω_2
ω_3
ω
多路复用信号
带通滤波器
带通滤波器
带通滤波器
$\cos\omega_1 t$
$\cos\omega_2 t$
$\cos\omega_3 t$
低通滤波器
低通滤波器
低通滤波器
$F_1(j\omega)$
$-B_1$ O B_1
ω
$F_2(j\omega)$
$-B_2$ O B_2
ω
$F_3(j\omega)$
$-B_3$ O B_3
ω

6、对称特性

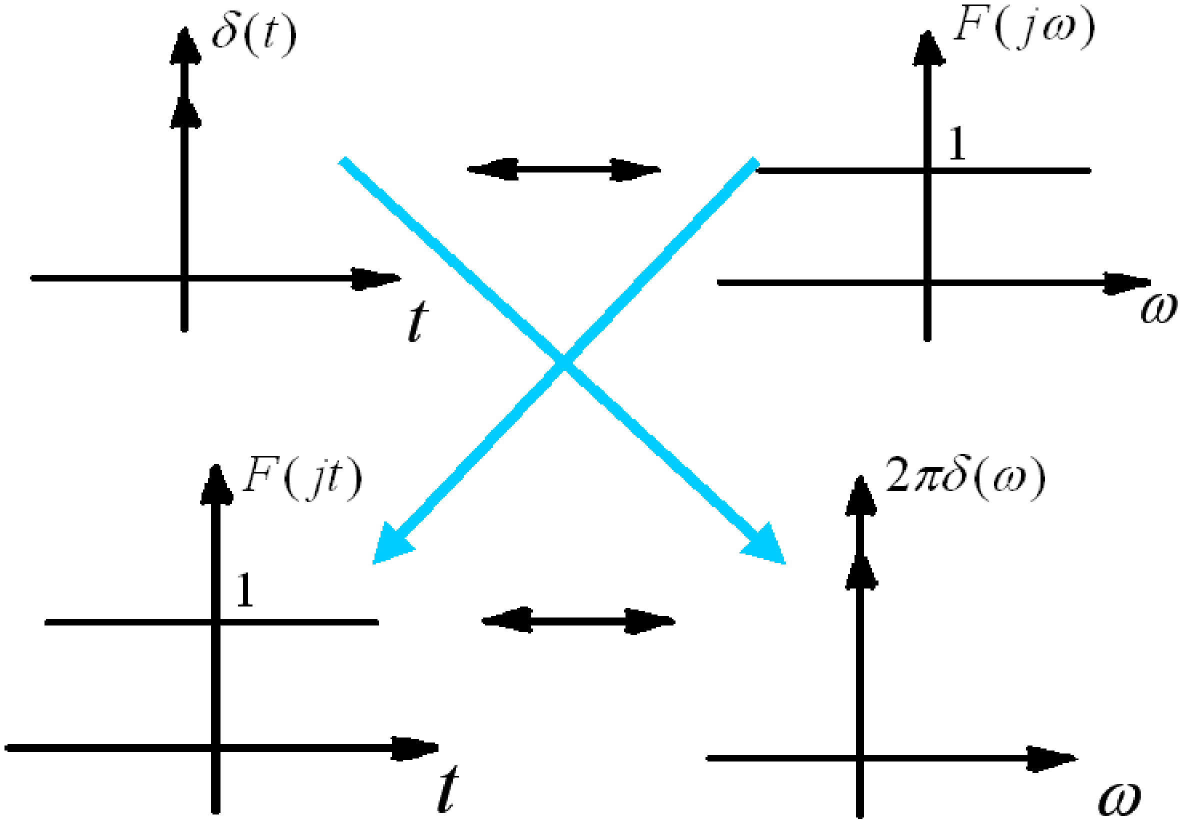
若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$，则 $\boxed{F(jt) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)}$

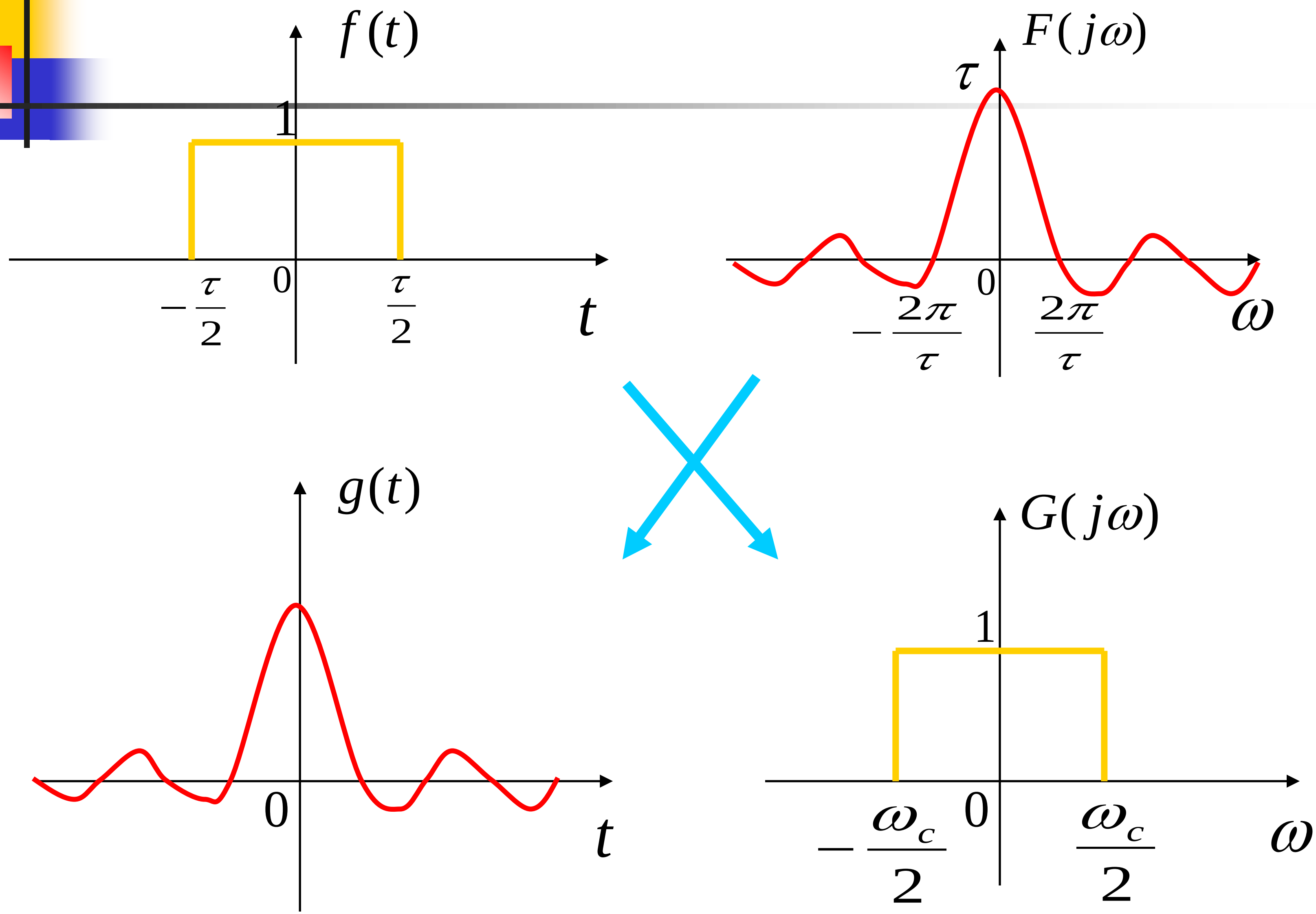
若 $f(t)$ 为实偶函数，则 $F(jt) \leftrightarrow 2\pi f(\omega)$

或 $\dfrac{1}{2\pi}F(jt) \leftrightarrow f(\omega)$

证明见P131.

若f (t) 为偶函数，则时域和频域完全对称。





问题：$g(t) = ?$

$$g(t) = \frac{\omega_c}{2\pi} Sa\left(\frac{\omega_c t}{2}\right)$$

例3 求 $FT\left[\frac{1}{1+t^2}\right]$.

解：前面我们已经知道对双边指数信号，有

$$e^{-a|t|} \leftrightarrow \frac{2a}{a^2+\omega^2}$$

$$\therefore \frac{1}{2}e^{-|t|} \leftrightarrow \frac{1}{1+\omega^2}$$

$$\therefore \frac{1}{1+t^2} \leftrightarrow 2\pi\frac{1}{2}e^{-|\omega|} = \pi e^{-|\omega|}$$

例4 求函数 $\dfrac{\sin t}{t}$ 的傅里叶变换。

分析：若直接用公式

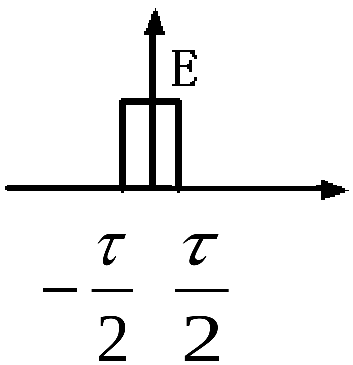
$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin t}{t}e^{-j\omega t}dt$$

来求出 $\dfrac{\sin t}{t}$ 的傅里叶变换是不容易的。

可用对称性来求解。

分析:



$$f(t) \leftrightarrow E\tau \frac{\sin\frac{\omega\tau}{2}}{\frac{\omega\tau}{2}}$$

$$f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$$

此时 $E = 1, \tau = 2$

$$\leftrightarrow F(j\omega) = FT[f(t)] = \frac{2\sin\omega}{\omega}$$

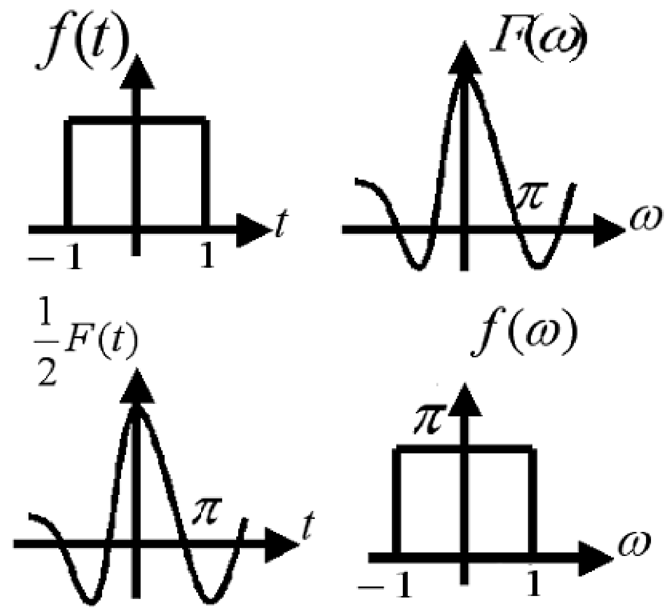
解：根据偶函数对称性可得

$$FT[\frac{2\sin t}{t}] = 2\pi f(\omega) = \begin{cases} 2\pi & |\omega| < 1 \\ 0 & |\omega| > 1 \end{cases}$$

上式两端同乘以1/2得

$$FT[\frac{\sin t}{t}] = \begin{cases} \pi & |\omega| < 1 \\ 0 & |\omega| > 1 \end{cases}$$

$$= \pi[u(\omega+1) - u(\omega-1)]$$



7、微分特性 (1) 时域微分特性

若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$，且 $\lim_{|t|\to\infty} f(t) = 0$

则 $$\frac{df(t)}{dt} \leftrightarrow j\omega F(j\omega)$$

一般地，如果 $\lim_{|t|\to\infty} f^{k}(t) = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$

则 $$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n F(j\omega)$$

(2) 频率微分特性

若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$

则 $(-jt)f(t) \leftrightarrow \dfrac{dF(j\omega)}{d\omega}$

及 $(-jt)^n f(t) \leftrightarrow \dfrac{d^n F(j\omega)}{d\omega^n}$

例5　求 $FT[t]$.

解:

$$1 \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$$

$$(-jt)\cdot 1 \leftrightarrow \frac{d}{d\omega}[2\pi\delta(\omega)]$$

$$\therefore t \leftrightarrow 2\pi j\delta'(\omega)$$

8、积分特性　（1）时域积分特性

1) 若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$，则

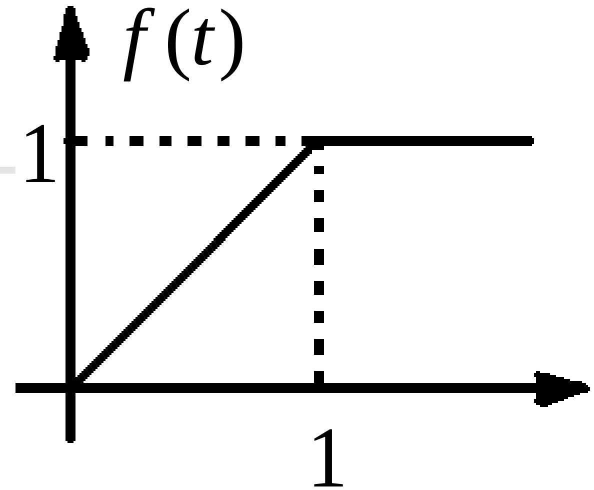
$$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau \leftrightarrow \frac{1}{j\omega}F(j\omega) + \pi F(0)\delta(\omega)$$

若 $F(0) = 0$，则 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau \leftrightarrow \frac{1}{j\omega}F(j\omega)$

2）若 $\frac{dg(t)}{dt} = f(t), f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$，则

$$g(t) \leftrightarrow G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}F(j\omega) + [g(\infty) + g(-\infty)]\pi\delta(\omega)$$

例6 习题3.17(a)

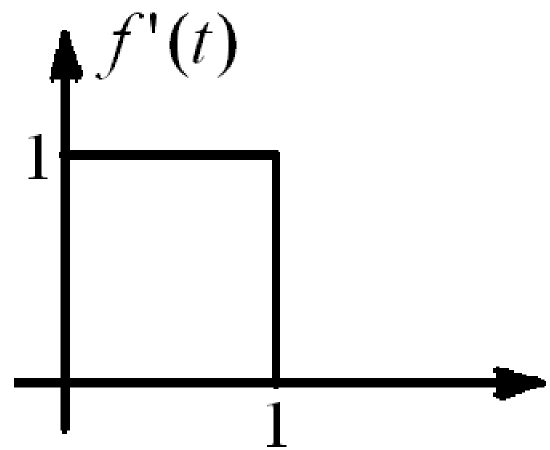


解：$f(t)=t[u(t)-u(t-1)]+u(t-1)$

故 $f'(t)=u(t)-u(t-1)$

$$+t[\delta(t)-\delta(t-1)]+\delta(t-1)$$

$$=u(t)-u(t-1)$$



$$f''(t)=\delta(t)-\delta(t-1)$$

$$\Leftrightarrow 1-e^{-j\omega}$$

设 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega),\ f'(t) \leftrightarrow F_1(j\omega),\ f''(t) \leftrightarrow F_2(j\omega)$

$$f(-\infty)=0,\ \ f(\infty)=1,\ \ f'(-\infty)=f'(\infty)=0$$

则 $$F_1(j\omega)=\frac{1}{j\omega}F_2(j\omega)+[f'(\infty)+f'(-\infty)]\pi\delta(\omega)$$

$$=\frac{1}{j\omega}F_2(j\omega)$$

$$F(j\omega)=\frac{1}{j\omega}F_1(j\omega)+[f(\infty)+f(-\infty)]\pi\delta(\omega)$$

$$=\frac{1}{(j\omega)^2}F_2(j\omega)+\pi\delta(\omega)$$

而 $F_2(j\omega)=1-e^{-j\omega}$

$$\therefore F(j\omega)=\frac{1-e^{-j\omega}}{(j\omega)^2}+\pi\delta(\omega)$$

（2）频率积分定理

若 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$，则

$$\pi f(0)\delta(t)+\frac{f(t)}{-jt} \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\omega} F(j\Omega)d\Omega$$

当 $f(0)=0$ 时，有

$$\frac{f(t)}{-jt} \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\omega} F(j\Omega)d\Omega$$

例9.求 $\frac{1}{t}$ 的傅里叶变换。

方法一

$$\operatorname{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{2}{j\omega}$$

利用对称性

$$\frac{1}{t} \leftrightarrow -j\pi \operatorname{sgn}(\omega)$$

方法二

设 $f(t)=1$，则 $f(0)=1$, $f(t)\leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$

$$\int_{-\infty}^{\omega} F(j\omega)d\omega=\int_{-\infty}^{\omega} 2\pi\delta(\omega)d\omega=2\pi u(\omega)$$

$$\pi f(0)\delta(t)+\frac{f(t)}{-jt}\leftrightarrow 2\pi u(\omega)$$

即 $\pi\delta(t)+\dfrac{1}{-jt}\leftrightarrow 2\pi u(\omega)$

而 $\pi\delta(t)\leftrightarrow\pi$，所以 $\boxed{\dfrac{1}{t}\leftrightarrow -j\pi\,\mathrm{sgn}(\omega)}$

9、Parseval定理（§3.9）

对于周期信号，其功率等于该信号在完备正交函数集中各分量功率之和。即

若 $f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\Omega t} = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t+\varphi_n)$ 则

$$\mathrm{P}=\frac{1}{T}\int_T |f(t)|^2 dt=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|c_n|^2 = A_0{}^2+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}A_n{}^2$$

对于非周期信号，在时域中的能量与在频域中求得的能量相等。即

$$W_{时}=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2 dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(j\omega)|^2 d\omega=\frac{1}{2\pi}W_{频}$$

证明：由傅里叶变换式

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$$

可得

$$W=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)^{2}dt=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)[\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega]dt$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)[\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{j\omega t}dt]d\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)F(-j\omega)d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F(j\omega)\right|^{2}d\omega$$

例7 利用能量定理计算下列积分。

$$(1)\int_{-\infty}^{\infty} Sa^2(ax)dx$$

$$(2)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(a^2+x^2)^2}dx$$

能量频谱

非周期单脉冲信号是无限多个振幅为无穷小的频率分量组成的，各频率分量的能量也是无穷小量。

为了描述信号能量在频率分量中的分布，同样借助于密度的概念，定义能量密度频谱函数（简称能量频谱）$G(\omega)$，表征某角频率 ω 处的单位频带中的信号能量。此时

$$W=\int_{0}^{\infty}G(\omega)d\omega$$

能量频谱与振幅频谱之间有如下关系：

$$G(\omega)=\frac{1}{\pi}|F(j\omega)|^{2}$$

非周期信号的脉冲宽度与频带宽度也可以从能量的角度来定义。

脉冲宽度 τ_0 定义为脉冲中绝大部分能量（一般取90%）所集中的那段时间，即

$$\int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} |f(t)|^2 dt = 90\%W$$

频带宽度 B_s 定义为脉冲中绝大部分能量（一般取90%）所集中的那一频段，即

$$\frac{1}{\pi}\int_{0}^{B_s} |F(j\omega)|^2 dt = 90\%W$$

性质名称	时　　域	频　　域
线性	$a_1f_1(t)+a_2f_2(t)$	$a_1F_1(j\omega)+a_2F_2(j\omega)$
时移	$f(t-t_0)$	$F(j\omega)e^{-j\omega t_0}$
频移	$f(t)e^{j\omega_0 t}$	$F(j(\omega-\omega_0))$
调制	$f(t)\ \cos\ \omega_0 t$	$\frac{1}{2}[F(j(\omega-\omega_0))+F(j(\omega+\omega_0))]$
	$f(t)\ \sin\ \omega_0 t$	$\frac{1}{2j}[F(j(\omega-\omega_0))-F(j(\omega+\omega_0))]$
尺度变换	$f(at)$	$\frac{1}{\|a\|}F\left(j\frac{\omega}{a}\right)$
对称性	$F(jt)$	$2\pi f(-\omega)$
卷积	$f_1(t)*f_2(t)$	$F_1(j\omega)\cdot F_2(j\omega)$
相乘	$f_1(t)\cdot f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi}F_1(j\omega)*F_2(j\omega)$
时域微分	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n F(j\omega)$
时域积分	$\int_{-\infty}^{t} f(x)dx$	$\pi F(0)\delta(\omega)+\frac{F(j\omega)}{j\omega}$
频域微分	$(-jt)^n f(t)$	$\frac{d^n F(j\omega)}{d\omega^n}$
频域积分	$\pi f(0)\delta(t)+\frac{f(t)}{-jt}$	$\int_{-\infty}^{\omega} F(j\eta)\ d\eta$
帕塞瓦尔等式	$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\ dt$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \|F(j\omega)\|^2\ d\omega$

本章要点

1. 利用傅里叶级数的定义式分析周期信号的离散谱
2. 利用傅里叶积分分析非周期信号的连续谱
3. 理解信号的时域与频域间的关系
4. 傅里叶变换的性质，计算

课外作业

阅读：3.8, 3, 9；预习：4.1－4.3

作业：3.14（1）；
3.15（1）（2）；
3.16（a）