1-3 [20 分]

（1）解：该信号为非周期功率信号

$$W=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}f^2(t)dt=\lim_{T\to\infty}\int_{0}^{T}25\cos^2 10\pi t dt=\lim_{T\to\infty}\int_{0}^{T}\frac{25}{2}(1+\cos 20\pi t)dt$$

$$=\frac{25}{2}T+\frac{\frac{25}{2}\sin 20\pi t}{20\pi}\Big|_0^T=\frac{25}{2}T+\frac{5}{8\pi}\sin 20\pi T$$

由于 T 趋于∞，因此 W 不是非零的有限值。

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}f^2(t)dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left(\frac{25}{2}T+\frac{5}{8\pi}\sin 20\pi T\right)=\frac{25}{4}$$

P 是非零的有限值，因此 f(t)是功率信号。

注意，这里也可以按 $P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{0}^{T}f^2(t)dt=\frac{25}{2}$ 计算在 0<t<T 区间上的功率，或是周期函数在一个周期的功率，得到 25/2，也计为正确答案。

在-∞<t<+∞区间上不能满足 f(t)=f(t+T)，因此 f(t)为非周期信号。

（2）解：该信号为非周期能量信号 3

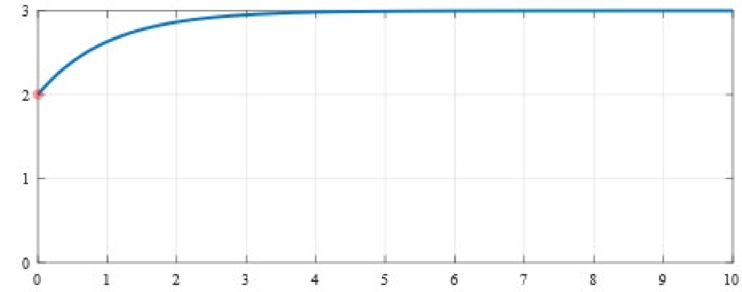
$$W=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}f^2(t)dt=\lim_{T\to\infty}\int_{0}^{T}64e^{-8t}dt=\lim_{T\to\infty}(-8e^{-8t})\Big|_0^T=\lim_{T\to\infty}(8-8e^{-8T})=8$$

W 是非零的有限值，因此 f(t)是能量信号。

在-∞<t<+∞区间上不能满足 f(t)=f(t+T)，因此 f(t)为非周期信号。

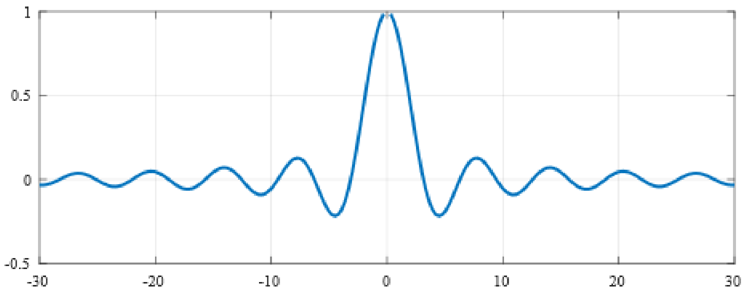
1-5 [30 分]

（1）第一题易错点：t>0，在 y 轴左侧应没有图像。

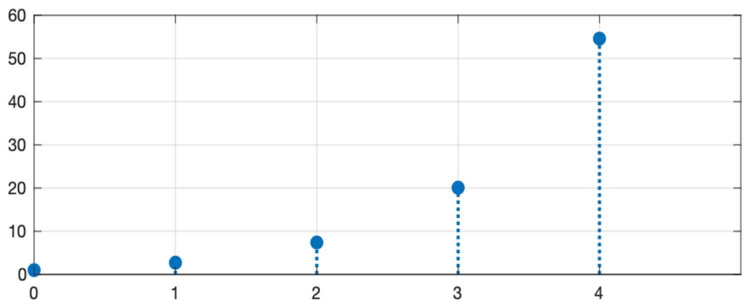


（2）第四题易错点：这里的 a 不能等于 0，否则分母就为 0 了，不需要分开讨论。

(这里取 a=1 绘制的图像） 2



（3）第六题易错点：变量不是 t 而是 k，表示离散信号，易绘制为连续图像。



1-8 [40 分] 8

（1） $$\frac{dr(t)}{dt}+tr(t)+5\int_{-\infty}^{t}r(\tau)d\tau=\frac{de(t)}{dt}+e(t)$$

解：该系统为线性时变系统

不妨设

$e_1(t)\to r_1(t)$， $e_2(t)\to r_2(t)$则：

$$\frac{dr_1(t)}{dt}+tr_1(t)+5\int_{-\infty}^{t}r_1(\tau)d\tau=\frac{de_1(t)}{dt}+e_1(t),$$

$$\frac{dr_2(t)}{dt}+tr_2(t)+5\int_{-\infty}^{t}r_2(\tau)d\tau=\frac{de_2(t)}{dt}+e_2(t)$$

令 $e(t)=ae_1(t)+be_2(t)$，则系统方程右边为：

$$\frac{de(t)}{dt}+e(t)=\frac{d(ae_1(t)+be_2(t))}{dt}+ae_1(t)+be_2(t)=a\left[\frac{de_1(t)}{dt}+e_1(t)\right]+b\left[\frac{de_2(t)}{dt}+e_2(t)\right]$$

令 $r(t)=ar_1(t)+br_2(t)$，则系统方程左边为：

$$\frac{dr(t)}{dt}+tr(t)+5\int_{-\infty}^{t}r(\tau)d\tau=\frac{d(ar_1(t)+br_2(t))}{dt}+tar_1(t)+br_2(t)+5\int_{-\infty}^{t}ar_1(\tau)+br_2(\tau)d\tau$$

$$=\left[\frac{dar_1(t)}{dt}+tar_1(t)+5\int_{-\infty}^{t}ar_1(\tau)d\tau\right]+\left[\frac{dbr_2(t)}{dt}+tbr_2(t)+5\int_{-\infty}^{t}br_2(\tau)d\tau\right]$$

$$=a\left[\frac{de_1(t)}{dt}+e_1(t)\right]+b\left[\frac{de_2(t)}{dt}+e_2(t)\right]。$$

因此当 $e_1(t)\to r_1(t)$， $e_2(t)\to r_2(t)$时，能推导出 $ae_1(t)+be_2(t)\to ar_1(t)+br_2(t)$

该系统为线性系统。

对 $e(t)$进行时移后得到 $e(t-t_0)$，则系统方程的右边为

$$\frac{de(t-t_0)}{dt}+e(t-t_0)$$

对 $r(t)$进行同样的时移后得到 $r(t-t_0)$，则系统方程的左边为

$$\frac{dr(t-t_0)}{dt}+tr(t-t_0)+5\int_{-\infty}^{t}r(\tau-t_0)d\tau$$

对系统方程进行换元操作，令 $t=t-t_0$，可得到：

$$\frac{dr(t-t_0)}{d(t-t_0)}+(t-t_0)r(t-t_0)+5\int_{-\infty}^{t-t_0}r(\tau)d\tau=\frac{de(t-t_0)}{d(t-t_0)}+e(t-t_0)$$

化简后得到：

$$\frac{dr(t-t_0)}{dt}+tr(t-t_0)+5\int_{-\infty}^{t}r(\tau-t_0)d\tau-t_0r(t-t_0)=\frac{de(t-t_0)}{dt}+e(t-t_0)$$

由于 $t_0r(t-t_0)$ 的值不恒等于 0，因此

$\frac{dr(t-t_0)}{dt}+tr(t-t_0)+5\int_{-\infty}^{t}r(\tau-t_0)d\tau$ 和 $\frac{de(t-t_0)}{dt}+e(t-t_0)$ 不相等

因此当 $e(t)\to r(t)$ 时，不能推出 $e(t-t_0)\to r(t-t_0)$

该系统为时变系统。

（4）解：同第一问推导方式，可推出： 10

当 $e_1(t)\to r_1(t)$， $e_2(t)\to r_2(t)$ 时，系统方程的左边和右边不等，

无法推出 $ae_1(t)+be_2(t)\to ar_1(t)+br_2(t)$，该系统为非线性系统。

对 e(t)进行时移后得到 e(t-t₀)，则系统方程的右边为

$10e(t-t_0)$

对 r(t)进行同样的时移后得到 r(t-t₀)，则系统方程的左边为

$$\frac{d^2r(t-t_0)}{dt^2}-r(t-t_0)\frac{dr(t-t_0)}{dt}$$

对系统方程进行换元操作，令 t=t-t₀，化简后可得到：

$$\frac{d^2r(t-t_0)}{dt^2}-r(t-t_0)\frac{dr(t-t_0)}{dt}=10e(t-t_0)$$

因此 $\frac{d^2r(t-t_0)}{dt^2}-r(t-t_0)\frac{dr(t-t_0)}{dt}$ 和 $10e(t-t_0)$ 相等

即当 $e(t)\to r(t)$ 时，能推出 $e(t-t_0)\to r(t-t_0)$

该系统为时不变系统。

1-10　[10 分]

解：激励为 e(t)时有：

$$r_1(t) = r_{zi}(t) + r_{zs}(t) = e^{-t} + 2\cos(\pi t)$$

激励为 2e(t)时有：

$$r_2(t) = r_{zi}(t) + 2r_{zs}(t) = 3\cos(\pi t)$$

联立方程组解得：

$$\begin{cases} r_{zi}(t) = 2e^{-t} + \cos(\pi t) \\ r_{zs}(t) = -e^{-t} + \cos(\pi t) \end{cases}$$

则当激励为 3e(t)时有：

$$r_3(t) = r_{zi}(t) + 3r_{zs}(t) = -e^{-t} + 4\cos(\pi t), t > 0$$