

PHS4700 Physique pour les applications multimedia

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

Numéro du groupe : 01

Numéro de l'équipe : 13

Numéro de devoir : 1

Nom: Darveau Signature : Audry Darveau	Prénom : Audry	matricule: 2211388
Nom: Sellami Signature: SellamiMohamedSameh	Prénom : Mohamed Sameh	matricule:1917426
Nom: Maguin Signature: Dimitri Maguin	Prénom : Dimitri	matricule: 1941849
Nom: Li Signature: Bai Wu, Li	Prénom : Bai Wu	matricule: 2179304

Avant-Propos	3
Mise en situation	3
Présentation des cas	3
Travail à effectuer	3
Définition du contexte	4
Présentation de la théorie	4
Analyse du contexte	4
Équations pour trouver le centre de masse	5
Calcul du moment d'inertie	6
Translation de l'inertie par tenseur	7
Moment d'inertie final du système navette-lanceur	8
Trouver l'accélération angulaire	8
Calcul du moment de force	8
Calcul du mouvement cinétique	9
Calcul de l'accélération angulaire	9
Rotation de la vitesse angulaire	9
Transformation des résultats vers le système du laboratoire	9
Présentation des résultats	10
Analyse des résultats	12
Conclusion	14

Avant-Propos

Le devoir numéro 1 du cours PSH4700 intitulé « Physique pour les applications multimédias » est une introduction pratique du chapitre deux du cours portant sur la dynamique des solides. Le devoir porte notamment sur les objets étendus, les équations de la dynamique, le centre de masse et le moment d'inertie. L'objectif général de ce devoir est de simuler en Matlab le comportement général d'un système navette-propulseur dans différentes conditions initiales. Les trois points majeurs de simulation sont le centre de masse, le moment d'inertie et l'accélération angulaire du système. Ce rapport présentera d'abord la mise en situation, la théorie de la simulation et les équations utilisées. Puis, nous présenterons et analyserons les résultats de la simulation. Finalement, nous conclurons le rapport en abordant les difficultés rencontrées.

Mise en situation

Présentation des cas

La simulation que nous faisons sera testée à l'aide de deux cas, mais devra tout de même fonctionner pour d'autres types de cas. Les deux cas seront les suivants :

- La navette et son système de lanceur sont sur la rampe de lancement.
 Tous les moteurs fonctionnent et la vitesse angulaire est nulle.
- 2) La navette est déjà à une hauteur d'environ 50m, elle possède ainsi une vitesse angulaire initiale et son moteur droit ne fonctionne pas engendrant une rotation sur l'axe des X.

Travail à effectuer

Pour répondre à ces deux cas, nous ferons l'implémentation de la fonction Matlab suivante :

function [pcmNL, INL, alphaNL] = Devoir1(AngRot, vangulaire, forces, posNL)

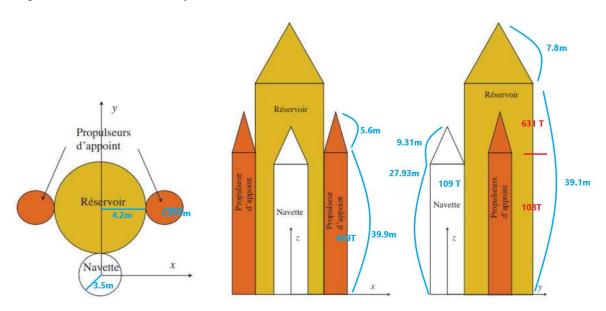
Tel que pcmNL est le centre de masse du système navette-lanceur, INL est le moment d'inertie de la navette-lanceur et alphaNL est l'accélération angulaire autour du centre de masse navette-lanceur.

Les paramètres d'entrées sont l'angle de rotation du système navette-lanceur autour de l'axe des x, la vitesse angulaire du système, un vecteur force décrivant les forces des 3 propulseurs du système et la position initiale navette-lanceur.

Définition du contexte

Le contexte dans lequel nous évoluons est un système euclidien en trois dimensions régies par les principes de la mécanique newtonienne. La figure 1 montre les données du système ainsi que le système d'axe utilisé.

Figure 1 : Contexte du système navette-lanceur



De plus, il est à noter que la position de la navette-lanceur (posNL) se trouve au point d'origine de l'axe local de la navette-lanceur. Les forces sont appliquées au point le plus bas centré des cylindres des propulseurs et de la navette. Toutes les masses sont considérées comme étant uniformes dans leur volume donné. Les masses sont aussi assumées comme constante tout le long de l'expérimentation.

Présentation de la théorie

Analyse du contexte

 Une première conclusion peut facilement être tirée du contexte. Sachant que nous avons un système d'axe global initialement centré avec le système d'axe local de la navette-lanceur. Nous pouvons utiliser les valeurs telles quelles et travailler d'après l'axe local de la fusée pour trouver les centres de masse. Nous allons donc travailler localement avec

- les différentes parties du système, puis nous appliquerons une matrice de rotation et une translation pour revenir dans le système du laboratoire.
- La deuxième conclusion que nous pouvons tirer est que le centre de masse peut être trouvé par une moyenne pondérée des composants de la fusée puisque les masses volumiques sont uniformes. Toutefois, le réservoir doit être brisé en 3 parties, soit le cône, le cylindre contenant l'hydrogène et celui contenant l'oxygène.
- La troisième conclusion que nous pouvons identifier est le lien intrinsèque entre les valeurs que nous voulons trouver. Nos objectifs sont dépendants les uns des autres. De ce fait, nous devons trouver le centre de masse, puis le moment d'inertie et finalement l'accélération angulaire dans cet ordre.

Équations pour trouver le centre de masse

Dans un système à plusieurs composants, le centre de masse est défini comme étant la moyenne pondérée par la masse des centres de masse des composants. Nous allons donc commencer par découper le système composant de polygones réguliers dont les masses volumiques sont constantes dans l'entièreté du volume. D'après les informations du contexte, nous aurons donc deux cônes propulseurs, deux cylindres propulseurs, un cône navette, un cylindre navette, un cône réservoir et deux cylindres réservoirs.

Note techniquement, dû à la symétrie des propulseurs, leur centre de masse par rapport à l'axe de la navette-lanceur en X n'exercera aucune influence puisqu'ils n'annuleront lors de la moyenne pondérée. Toutefois, nous négligerons ce détail et ferons tout de même le calcul.

La première étape est donc de trouver le centre de masse de chaque composant dans son référentiel local. Pour ce faire nous pouvons utiliser cette équation :

$$\vec{r_c} = \frac{1}{m} \int_{m}^{\square} \vec{r} \, dm$$

Le centre de masse d'un objet est donc défini comme l'intégrale sur son volume d'une masse infinitésimal d'après une position en tout point de la masse de l'objet. Ce qui peut être redéfini par le volume donnant l'équation :

$$\vec{r_c} = \frac{1}{m} \int_{V}^{\Box} \vec{r} \rho(\vec{r}) d^3r$$

Dans notre cas, travaillant avec des polygones réguliers, cette intégrale peut être soluble par le volume dans le cas d'un cylindre et d'un cône permettant d'obtenir les deux équations de centre de masse suivante :

$$\vec{r}_{c,cylindre} = (0,0,\frac{h}{2})^T$$

$$\vec{r}_{c,cone} = (0,0,\frac{h}{4})^T$$

Toutefois, les centres de masse trouvés maintenant sont locaux, donc il ne faut pas oublier de les remettre dans le système d'axe local de la navette-lanceur. Comment mentionné dans les observations, nous n'avons pas besoin de matrice de rotation dans ce cas, mais nous devons appliquer une translation correspondant à l'emplacement de du composant par rapport à la position de la navette-lanceur.

Une fois les centres de masse des polygones obtenus dans le système navettelanceur, nous pouvons trouver le centre de masse du système en calculant la proportion de chacun des polygones au centre de masse global. Ce qui correspond à cette équation :

$$\vec{r}_{c,global} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{r}_{c,n}$$

Calcul du moment d'inertie

La matrice de moment d'inertie d'un objet représente sa résistance à la rotation d'un axe.

De façon générale, la matrice de moment d'inertie s'écrit de la façon suivante :

$$I_{c} = \begin{bmatrix} I_{c,xx} & I_{c,xx} & I_{c,xz} \\ I_{c,yx} & I_{c,yy} & I_{c,yz} \\ I_{c,zx} & I_{c,zy} & I_{c,zz} \end{bmatrix}$$

Dans notre cas, puisque nous travaillions avec des cylindres et cônes qui sont symétriques par rapport à l'axe du centre de masse, la matrice de moment d'inertie aura qu'une diagonale non nulle est :

$$I_c = \begin{bmatrix} I_{c,xx} & 0 & 0\\ 0 & I_{c,yy} & 0\\ 0 & 0 & I_{c,zz} \end{bmatrix}$$

Maintenant, l'équation générale de la matrice de moment d'inertie dans le cas du cylindre et du cône sera:

$$I_c = \int_V \begin{bmatrix} y^2 + z^2 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 + z^2 & 0 \\ 0 & 0 & y^2 + x^2 \end{bmatrix} \rho(\vec{r}) d^3r$$

Tel que x, y, z sont les distances par rapport au centre de masse, $\rho(\vec{r})$ la masse volumique et d^3r , un volume infinitésimal.

La résolution de l'intégrale pour un cylindre plein nous donnera l'équation :

$$I_{c,zz} = \frac{m}{2}r^2$$
 $I_{c,xx} = I_{c,yy} = \frac{m}{4}r^2 + \frac{m}{12}l^2$

Tel que m est la masse, r le rayon du cylindre et l la longueur du cylindre.

Dans le cas d'un cône nous aurons :

$$I_{c,zz} = \frac{3}{10}r^2$$

$$I_{c,xx} = I_{c,yy} = \frac{12}{80}r^2 + \frac{3}{80}h^2$$

Tel que r est le rayon et h la hauteur du cône.

Translation de l'inertie par tenseur

Ensuite, pour chaque moment d'inertie, nous effectuons une translation vers le centre de masse du composant. Ce qui signifie que nous prenons le centre de masse du cône et du cylindre et effectuons une translation vers le centre de masse du composant qui les constitue.

Pour effectuer la translation, nous utilisons une matrice définie comme :

$$T(\vec{d}_c) = \begin{bmatrix} d^2_{c,y} + d^2_{c,z} & -d_{c,x}d_{c,y} & -d_{c,x}d_{c,z} \\ -d_{c,y}d_{c,x} & d^2_{c,x} + d^2_{c,z} & -d_{c,y}d_{c,z} \\ -d_{c,z}d_{c,x} & -d_{c,z}d_{c,y} & d^2_{c,x} + d^2_{c,y} \end{bmatrix}$$

Avec ce tenseur, nous pouvons définir la nouvelle matrice de moment d'inertie au point \vec{d} en utilisant l'équation :

$$I_d = I_c + mT(\vec{d}_c)$$

Tel que m est la masse et T le tenseur de translation, \vec{d}_c le vecteur de translation. Dans notre cas, nous utiliserons

$$\vec{d}_c = \vec{d} - \vec{r}_c$$

puisque nous voulons faire des translations du centre de masse \vec{r}_c vers le centre de masse de nos composants qui sera \vec{d} . Toutefois, \vec{d} peut être un point arbitraire. Ensuite, nous utiliserons la même équation pour effectuer une translation de tous les moments d'inertie locaux des composants vers le centre de masse du système navette-lanceur.

Note il n'est pas nécessaire d'effectuer de rotation dans notre cas, puisque les axes sont déjà tous parallèles.

Moment d'inertie final du système navette-lanceur

Finalement, nous pouvons sommer au centre de masse du système tous les moments d'inertie qui ont subi une translation pour obtenir le mouvement d'inertie finale avec :

$$I_c = \sum_{i} I_{i,c}^{RT}$$

Trouver l'accélération angulaire

L'accélération angulaire peut être trouvée avec le moment de force, le moment d'inertie et la vitesse angulaire. Sachant que nous avons déjà le moment d'inertie, nous pouvons calculer le moment de force.

Calcul du moment de force

Le moment de force est défini comme étant :

$$\vec{\tau}_{j,i}(t) = (\vec{r}_j(t) - \vec{r}_i(t)) \times \vec{F}(t)$$

tel que $\vec{r}_{j,i}$ soit le moment de force autour du point de rotation \vec{r}_i résultant d'une force \vec{F} appliquée au point \vec{r}_i .

Une fois tous les moments de force individuels des composants calculés, nous pouvons faire la somme des moments de force au centre de masse du système.

Note le poids n'a pas de moment de force par rapport au centre de masse de la navette-lanceur.

Calcul du mouvement cinétique

En utilisant les informations que nous avons, nous pouvons calculer son mouvement cinétique avec :

$$\vec{L}(t) = I(t)\vec{w}(t)$$

Calcul de l'accélération angulaire

puis calculer son accélération angulaire avec :

$$\vec{\alpha}(t) = (I(t))^{-1} \cdot (\vec{\tau} + (\vec{L}(t) \times \vec{w}(t))$$

Nous avons déjà trouvé la matrice du moment d'inertie I plus haut, nous connaissons le vecteur $\vec{\tau}$ qui est le moment de force, et \vec{w} qui est donnée dans le problème.

Rotation de la vitesse angulaire

Cependant, la vitesse angulaire donnée dans le problème est donnée dans le référentiel du laboratoire.

Nous devons donc préalablement appliquer une matrice de rotation par rapport à l'axe des x sur la vitesse angulaire.

La matrice de rotation sera la suivante :

$$R_{x}(\theta_{x})\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_{x} & -\sin\theta_{x} \\ 0 & \sin\theta_{x} & \cos\theta_{x} \end{bmatrix}$$

Pour mettre dans le référentiel local (de la navette-lanceur), on fera :

$$\vec{w}^L = (Rx^{G < -L})^{-1} \vec{w}^G$$

Transformation des résultats vers le système du laboratoire

Tous les résultats que nous obtenues avec les équations plus haut sont basés sur le centre de masse et doivent être maintenant mis dans le référentiel du laboratoire :

$$\vec{r}_c^G = R_x^{G < -L} \cdot \vec{r}_c^L + \overline{posNL}$$
$$\vec{\alpha}^G = R_x^{G < -L} \cdot \vec{\alpha}^L$$
$$I^G = R_x^{G < -L} I^L (R_x^{G < -L})^{-1}$$

Présentation des résultats

	i	$ec{r}_{c,i}$	$ec{r}_c = rac{1}{m} \sum_i m_i ec{r}_{c,i}$
Navette			(0.000,0.000,15.594)
	Cône	(0.000, 0.000, 30.258)	
	Cylindre	(0.000,0.000,13.965)	
Réservoir			(0.000,7.700,41.050)
	Cône	(0.000, 7.700, 15.594)	
	Cylindre supérieur	(0.000,7.700,35.183)	
	Cylindre	(0.000,7.700,15.633)	
	inférieur		
Propulseur gauche			(-6.055, 7.700, 20.904)
	Cône	(-6.055, 7.700, 41.300)	
	Cylindre	(-6.055,7.700,19.950)	
Propulseur droit			(6.055,7.700,20.904)
	Cône	(6.055,7.700,41.300)	
	Cylindre	(6.055,7.700,19.950)	
Navette-Lanceur			(0.000,7.230,25.823)
	Navette	(0.000, 0.000, 15.594)	
	Réservoir	(0.000,7.700,41.050)	
	Propulseur	(-6.055,7.700,20.904)	
	gauche Propulseur droite	(6.055,7.700,20.904)	

	i	$I_{c,i}^T = I_{c,i} + m_i T_i$	$I_c = \sum_i I_{c,i}^T$
Navette			$\begin{bmatrix} 9.34e6 & 0 & 0 \\ 0 & 9.34e6 & 0 \\ 0 & 0 & 6.40e5 \end{bmatrix}$
	Cône	$\begin{bmatrix} 2.40e6 & 0 & 0 \\ 0 & 2.40e6 & 0 \\ 0 & 0 & 4.01e4 \end{bmatrix}$	
	Cylindre	$\begin{bmatrix} 6.94e6 & 0 & 0 \\ 0 & 6.94e6 & 0 \\ 0 & 0 & 6.00e5 \end{bmatrix}$	
Réservoir			[5.93e7 0 0] 0 5.93e7 0 0 0 5.96e6]
	Cône	[9.56e6 0 0] 0 9.56e6 0 0 0 8.32e5]	

	Cylindre supérieur Cylindre inférieur	$\begin{bmatrix} 5.74e6 & 0 & 0 \\ 0 & 5.74e6 & 0 \\ 0 & 0 & 4.18e6 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 4.40e7 & 0 & 0 \\ 0 & 4.40e7 & 0 \\ 0 & 0 & 9.53e5 \end{bmatrix}$	[6.90 <i>e</i> 7 0 0]
Propulseur gauche			0 6.90e7 0 0 6.90e7 0 0 0 7.92e5
	Cône	$\begin{bmatrix} 8.75e6 & 0 & 0 \\ 0 & 8.75e6 & 0 \\ 0 & 0 & 21.6e4 \end{bmatrix}$	
	Cylindre	$\begin{bmatrix} 6.02e7 & 0 & 0 \\ 0 & 6.02e7 & 0 \\ 0 & 0 & 7.70e5 \end{bmatrix}$	
Propulseur droit			[6.90e7 0 0 0 6.90e7 0 0 0 7.92e5]
	Cône	$\begin{bmatrix} 8.75e6 & 0 & 0 \\ 0 & 8.75e6 & 0 \\ 0 & 0 & 21.6e4 \end{bmatrix}$	
	Cylindre	$\begin{bmatrix} 6.02e7 & 0 & 0 \\ 0 & 6.02e7 & 0 \\ 0 & 0 & 7.70e5 \end{bmatrix}$	
Navette- Lanceur			$\begin{bmatrix} 2.91e8 & 0 & 0 \\ 0 & 3.20e8 & -8.58e6 \\ 0 & -8.58e6 & 4.86e7 \end{bmatrix}$
	Navette	$\begin{bmatrix} 2.64e7 & 0 & 0 \\ 0 & 2.07e7 & -8.06e6 \\ 0 & -8.06e6 & 6.34e6 \end{bmatrix}$	
	Réservoir	$\begin{bmatrix} 1.04e8 & 0 & 0 \\ 0 & 1.04e8 & -2.69e6 \\ 0 & -2.69e6 & 6.13e6 \end{bmatrix}$	
	Propulseur gauche	[8.04e7 1.33e6 -1.40e7 1.33e6 9.75e7 1.08e6 -1.40e7 1.08e6 1.81e7	
	Propulseur droite	$\begin{bmatrix} 8.04e7 & -1.33e6 & 1.40e7 \\ -1.33e6 & 9.75e7 & 1.08e6 \\ 1.40e7 & 1.08e6 & 1.81e7 \end{bmatrix}$	

Paramètre	Formule	Cas 1	Cas 2
$ au_{NL}$	$\sum_i (\vec{r}_{F,i} - \vec{r}_{F,i}) \times \vec{F}_i$	(-7.13e7,0.000,0.000)	(-7.54e7,5.30e7,0.000)
$R_x^{Labo \leftarrow NL}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_x & -\sin\theta_x \\ 0 & \sin\theta_x & \cos\theta_x \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\frac{-\pi}{9} & -\sin\frac{-\pi}{9} \\ 0 & \sin\frac{-\pi}{9} & \cos\frac{-\pi}{9} \end{bmatrix}$
ω_{NL}^{NL}	$(R_{\chi}^{Labo\leftarrow NL})^{-1}\omega_{NL}^{Labo}$	(0.000,0.000,0.000)	(-0.600, -0.034, 0.094)
$ec{lpha}_{NL}^{NL}$	$I_{c,NL}^{-1} \left(\tau_{NL} + I_{c,NL} \omega_{NL}^{NL} \times \omega_{NL}^{NL} \right)$	(-0.245, 0.000, 0.000)	(-0.262, 0.208, 0.015)
$ec{r}_{c,NL}^{Labo}$	$R_x^{Labo\leftarrow NL} \vec{r}_{c,NL}^{NL} + \vec{r}_{NL}^{Labo}$	(0.000,7.230,25.823)	(0.000,15.526,1021.793)
$I_{c,NL}^{Labo}$	$R_x^{Labo\leftarrow NL} I_{c,NL}^{NL} R_x^{NL\leftarrow Labo}$	$\begin{bmatrix} 2.91e8 & 0 & 0 \\ 0 & 3.20e8 & -8.58e6 \\ 0 & -8.58e6 & 4.86e7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.91e8 & 0 & 0 \\ 0 & 2.82e8 & -9.36e7 \\ 0 & -9.36e7 & 8.58e7 \end{bmatrix}$
$ec{lpha}_{NL}^{Labo}$	$R_x^{Labo \leftarrow NL} \vec{\alpha}_{NL}^{NL}$	(-0.245,0.000,0.000)	(-0.262, 0.201, -0.057)

Analyse des résultats

CAS #1

Analyse de la position de centre de masse :

Le centre de masse du système navette-lanceur se situe à (0.000,7.230,25.823). Cela signifie que le système est bien symétrique, car la navette et les propulseurs sont placés de manière symétrique de chaque côté du réservoir. La valeur en Y montre que le centre de masse est légèrement décalé vers le réservoir à 7.2301 m. C'est normal parce que le réservoir et les propulseurs se trouvent dans cette direction. En Z, le centre de masse à 25.823 m est à peu près au milieu de la hauteur totale du système, ce qui est cohérent avec la taille combinée de la navette, du réservoir et des propulseurs.

Analyse du moment d'inertie :

Dans le cas 1, le moment d'inertie du système navette-lanceur est représenté par la matrice suivante

- I_{xx} (2.91 × 10⁸): Correspond au moment d'inertie autour de l'axe X. Cette valeur montre une grande résistance à la rotation autour de cet axe.
- I_{zz} (4.86 × 10[^]7): Correspond au moment d'inertie autour de l'axe Z, ce qui montre une résistance modérée à la rotation autour de cet axe.
- I_{yz} (-8.58 × 10⁶): Indique une interaction entre les axes Y et Z.

Accélération angulaire :

L'accélération angulaire calculée est : (-0.245,0.000,0.000).

Ici, on peut voir que seule la composante autour de l'axe X est non nulle. Cela veut dire que le système navette-lanceur va avoir tendance à pivoter légèrement autour de cet axe. Les composantes autour des axes Y et Z sont nulles, ce qui indique qu'il n'y a pas de rotation autour de ces axes.

CAS #2

Analyse du Centre de Masse :

 Position Y du Centre de Masse (pcmNLCas2(Y) = 15.256): La composante Y est plus grande comparée au Cas 1 (7.2301). Cela indique que, avec l'inclinaison, le centre de masse se déplace davantage vers le

- haut. Cela peut s'expliquer par la position des propulseurs et du réservoir qui restent au-dessus de la navette dans cette configuration inclinée.
- Position Z du Centre de Masse (pcmNLCas2(Z) = 1021.793): Cette valeur est très élevée par rapport au cas 1 (24.7279). Cela indique que la position de départ a été correctement prise en compte dans le calcul.

Analyse du moment d'inertie :

Le moment d'inertie du système navette-lanceur dans le cas 2 est représenté par la matrice suivante :

- I_{xx} (2.91 × 10⁸): Correspond au moment d'inertie autour de l'axe X. Cette valeur indique une forte résistance à toute rotation autour de cet axe, similaire au cas 1.
- Izz (8.58 × 10^7): Correspond au moment d'inertie autour de l'axe Z, ce qui montre une résistance plus élevée par rapport au cas 1.
- I_{yz} (-9.36 × 10^7): Indique une interaction importante entre les axes Y et Z.
 Ce terme montre une asymétrie plus marquée par rapport au cas 1,
 probablement due à une répartition de masse différente liée à l'inclinaison.

Accélération angulaire :

L'accélération angulaire du système est représentée par le vecteur : (-0.262,0.201,-0.057).

- La première composantte, [-0.262], suggère que le système subit une légère rotation autour de l'axe X.
- La composante sur l'axe Y (0.201) suggère que le système subit une rotation plus autour de cet axe, probablement en raison de l'absence de force sur le propulseur droit.
- Enfin, la composante sur l'axe Z (-0.057) reste relativement faible,
 indiquant que l'accélération angulaire autour de cet axe est minime.

Ces valeurs globales montrent que le système subit une perturbation autour de l'axe Y, ce qui est cohérent avec l'inclinaison causée par la panne du propulseur droit.

Conclusion

Un des problèmes rencontrés était l'utilisation des référentiels. Au début, nous ne savions pas vraiment quand appliquer la matrice de rotation avec l'angle de rotation, ni quand effectuer la translation avec posNL. Nous avons appliqué ces transformations de manière un peu aléatoire. Finalement, nous avons décidé de travailler uniquement dans un référentiel local (celui de la navette-lanceur) et de passer au référentiel global une fois tous les calculs terminés.