

Devoir 4

Date de remise : 2 décembre

Réflexion et réfraction

Le but de cette simulation est de dessiner l'image qui est perçue par un observateur immergé dans un fluide qui regarde un bloc ellipsoïdal transparent contenant un bloc rectangulaire de métal opaque coloré.

Définition du problème

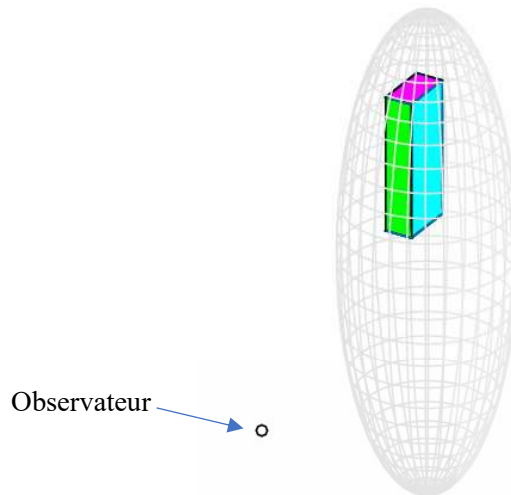


Figure 1: Bloc rectangulaire de métal coloré dans un bloc ellipsoïdal transparent. Le point indique la position de l'observateur.

Le bloc ellipsoïdal transparent centré au point $\vec{r}_E=(4,4,11)$ cm dont les axes sont alignés avec ceux du laboratoire a pour équation

$$\frac{(x-4)^2}{a^2} + \frac{(y-4)^2}{b^2} + \frac{(z-11)^2}{c^2} = 1. \quad (1)$$

et une normale \vec{N} sortante à la surface au point (X, Y, Z) est donnée par

$$\vec{N} = \left(\frac{X-4}{a^2}, \frac{Y-4}{b^2}, \frac{Z-11}{c^2} \right). \quad (2)$$

Ici, $a=b=3$ cm et $c=9$ cm. Ce bloc, d'indice de réfraction n_E , contient un second bloc de métal rectangulaire et opaque de $1 \times 2 \times 5$ cm³ qui est centré au point $\vec{r}_M=(3.5,4,14.5)$ cm. Chaque surface du bloc de métal (numérotées de 1 à 6) est d'une couleur différente (voir figure 1) :

1. la surface dans le plan $y - z$ situé à $x=3$ cm est de couleur rouge ;
2. la surface dans le plan $y - z$ situé à $x=4$ cm est de couleur cyan ;
3. la surface dans le plan $z - x$ situé à $y=3$ cm est de couleur verte ;
4. la surface dans le plan $z - x$ situé à $y=5$ cm est de couleur jaune ;
5. la surface dans le plan $x - y$ situé à $z=12$ cm est de couleur bleue ;
6. la surface dans le plan $x - y$ situé à $z=17$ cm est de couleur magenta.

L'observateur, situé au point \vec{r}_O , est dans un milieu d'indice de réfraction n_O .

Le but de ce travail est de simuler en couleur l'image qui sera vue par l'observateur pour les quatre conditions suivantes :

1. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 5)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1$;
2. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 5)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1.5$;
3. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 0)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1.5$;
4. l'observateur est localisé au point $\vec{r}_O = (0, 0, 5)$ cm dans un milieu d'indice de réfraction $n_O = 1.2$ et le bloc transparent à un indice de réfraction $n_B = 1$.

Vous devrez procéder de la façon suivante pour identifier les surfaces qui pourront être vues par l'observateur et leur position virtuelle dans l'espace. La première étape consiste à choisir la direction

$$\vec{\Omega}_{n,m} = (\sin(\theta_n) \cos(\phi_m), \sin(\theta_n) \sin(\phi_m), \cos(\theta_n))^T \quad (3)$$

d'un rayon de lumière partant du point \vec{r}_O . Ici, θ est l'angle polaire et ϕ l'angle azimutal. En supposant que $\theta_- < \theta < \theta_+$ et que $\phi_- < \phi < \phi_+$, on peut choisir N angles en θ et M en ϕ tels que

$$\theta_n = \theta_- + \frac{(\theta_+ - \theta_-)}{2N}(2n - 1) \quad (4)$$

$$\phi_m = \phi_- + \frac{(\phi_+ - \phi_-)}{2M}(2m - 1) . \quad (5)$$

Vous devrez choisir les angles θ_{\pm} et ϕ_{\pm} de façon à minimiser les calculs tout en vous assurant que toute la surface du bloc ellipsoïdal, que l'observateur voit, soit suffisamment échantillonnée.

La seconde étape consiste à suivre la trajectoire des rayons lumineux de direction $\vec{\Omega}_{n,m}$ partant de l'observateur. Cinq conditions seront utilisées pour terminer la trajectoire des rayons.

1. Le rayon provenant de l'extérieur ne croise pas le bloc ellipsoïdal transparent. Dans ce cas, le rayon est rejeté.
2. Le rayon provenant de l'extérieur est réfléchi par le bloc ellipsoïdal transparent. Dans ce cas, le rayon est rejeté.
3. Le rayon pénètre le bloc ellipsoïdal transparent, le traverse dans différentes directions et en sort sans toucher le bloc de métal. Dans ce cas, le rayon est aussi rejeté.
4. Le rayon pénètre le bloc ellipsoïdal transparent, le traverse dans différentes directions et touche le bloc de métal. Dans ce cas, le point qui correspond à l'image virtuelle est illustré (couleur de la face touchée).
5. Le rayon pénètre le bloc transparent, le traverse dans différentes directions et ne parvient pas à toucher le bloc de métal ou sortir du bloc ellipsoïdal après avoir subi un grand nombre de réflexions internes. Dans ce cas, le rayon est aussi rejeté, car on peut alors supposer que même si le rayon touche le bloc de métal après des centaines de réflexions internes l'observateur percevra difficilement le signal lumineux (il sera trop atténué à cause de la distance qu'il aura parcourue). Ici, vous limiterez vos simulations à un maximum de 100 réflexions internes.

Instructions pour le devoir

Vous devez programmer un script Matlab pour effectuer ces simulations qui pourra être appelé par une fonction externe (RouleDevoir4.m) qui fournira la position de l'observateur et les indices de réfraction. Le format d'appel imposé est le suivant

```
[xi yi zi face]=Devoir4(nout,nin,poso)
```

où les données d'entrée sont

- `nout`
L'indice de réfraction n_O du milieu où se trouve l'observateur,
- `nin`
L'indice de réfraction n_B du bloc ellipsoïdal transparent.
- `poso=[x_O; y_O; z_O]`
Un vecteur de 3 éléments contenant la position initiale en x , y et z de l'observateur (\vec{r}_O).

Les résultats produits par cette fonction Matlab correspondent à

- x_i
Un vecteur contenant la position en x de l'image produite pour un rayon lumineux ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal
- y_i
Un vecteur contenant la position en y de l'image produite pour un rayon lumineux ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal
- z_i
Un vecteur contenant la position en z de l'image produite pour un rayon lumineux ayant touché la surface du bloc rectangulaire de métal
- $face$
Un vecteur contenant le numéro de la surface que le rayon lumineux a touché (voir les numéros associés aux surfaces de bloc décrits ci-dessus).

La partie du rapport où les simulations sont analysées doit contenir des figures illustrant les images virtuelles que l'observateur pourra voir (voir par exemple la figure 2).

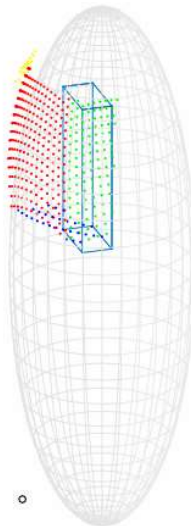


Figure 2: Image virtuelle vue par l'observateur.