



Devoir 2

Date de distribution : 1^{er} octobre

Date de remise : 28 octobre

Trajectoire d'une balle au tennis sur table

Ce devoir consiste à programmer une application qui permet de déterminer la trajectoire que suit une balle de ping-pong en vol. La simulation se terminera lorsque la balle touche la table, le filet ou qu'elle sorte du jeu (voir figure 1).

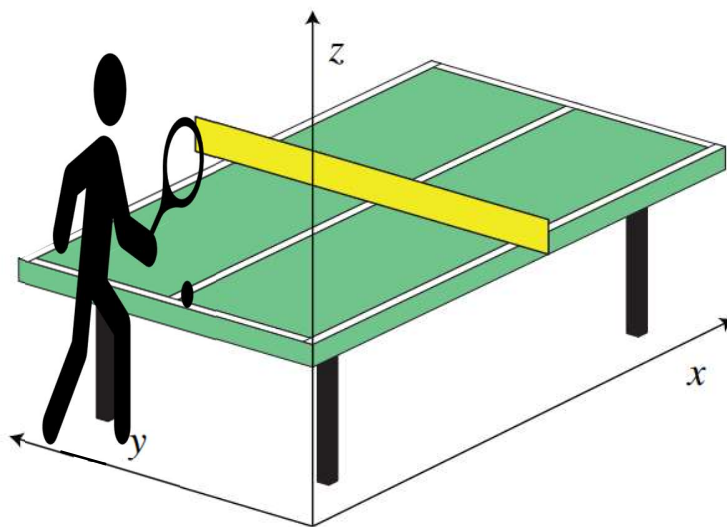


Figure 1: Le jeu de tennis sur table

Les principales caractéristiques du jeu que vous devrez simuler sont les suivantes :

1. Système de coordonnées de référence

Le système de coordonnées pour le jeu est illustré à la figure 1. L'origine est localisée au sol et alignée avec le coin de la table situé à droite d'un joueur placé derrière la table.

2. Surface du jeu.

La surface de la table de ping-pong (épaisseur négligeable) se situe à une hauteur (direction z) de $h_t = 76$ cm. Elle est d'une longueur (direction x) de $L_t = 2,74$ m et une largeur (direction y) de $l_t = 1,525$ m. Vous n'avez pas à simuler les côtés de la table (très faible épaisseur).

3. Filet

La surface de jeu est séparée au centre dans le sens de la longueur par un filet (épaisseur négligeable) qui a une hauteur de $h_f = 15,25$ cm. Ce filet a une largeur de $l_f = 1,83$ m (il débordé la table de chaque côté d'une distance de $d_f = 15,25$ cm).

4. Balle sphérique (sphère creuse)

Elle a une masse $m_b = 2,74$ g et un rayon $R_b = 1,99$ cm. Lorsqu'elle est frappée, son centre de masse est à la position spatiale $\vec{r}_b(0)$. La vitesse initiale du centre de masse de la balle $|\vec{v}_b(0)|$ ne peut jamais excéder 35 m/s (voir référence 1). La vitesse angulaire de la balle autour de son centre de masse ($\vec{\omega}_b(0)$) ne peut excéder 940 rads/s. Cette vitesse demeurera constante dans vos simulations.

Trois différentes options de simulation devront être considérées.

• Option 1

Seule la force gravitationnelle agit sur la balle.

$$\vec{F}_g = m_b(0, 0, -9.8)^T$$

• Option 2

En plus de la force gravitationnelle, la balle subit une force de frottement visqueux $\vec{F}_v(\vec{v}_b)$ donnée par

$$\vec{F}_v(\vec{v}_b(t)) = -\frac{\rho C_v A}{2} |\vec{v}_b(t)| \vec{v}_b(t)$$

Ici, $A = \pi R_b^2$ est l'aire efficace de la balle, $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air et $C_v = 0.5$.

• Option 3

En plus de la force gravitationnelle et de la force de frottement visqueux, la balle subit aussi une force de Magnus \vec{F}_M donnée par

$$\vec{F}_M(\vec{v}_b(t), \vec{\omega}_b(t)) = 4\pi C_M \rho R_b^3 (\vec{\omega}_b(t) \times \vec{v}_b(t))$$

avec $C_M = 0.29$, le coefficient de Magnus.

Le but de ce devoir est de simuler la trajectoire de la balle pour les trois options décrites ci-dessus. Vous terminerez la simulation dès qu'une des conditions suivantes est satisfaite :

- la balle touche le filet ;
- la balle touche la surface de la table ;
- la balle touche le sol.

Pour ce faire, on vous demande de programmer une fonction Matlab ou Octave qui permet de réaliser ces simulations et de l'utiliser pour analyser quatre différents coups pour chaque option de simulation. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit

[coup vbf ti x y z]=Devoir2(option, rbi, vbi, wbi)

où les données d'entrée sont

- option représente le type de simulation considéré avec
 - option=1, seulement la force gravitationnelle est présente ;
 - option=2, la force gravitationnelle et la force visqueuse sont activées ;
 - option=3, les trois forces sont prises en compte.
- rbi est un vecteur de trois éléments contenant les positions initiales en x , en y et en z (en m) du centre de masse de la balle ($\vec{r}_b(0)$).
- vbi est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse initial du centre de masse de la balle $\vec{v}_b(0)$ en m/s.
- wbi est un vecteur contenant les trois composantes de la vitesse angulaire de la balle autour de son centre de masse $\vec{\omega}_b(0)$ en rad/s.

Les résultats produits par cette fonction sont

- coup peut prendre les valeurs suivantes
 - coup=0, si le coup est réussi. La balle frappe la table en premier sur un côté qui est opposé à la position du joueur.
 - coup=1, si le coup est raté et que la balle frappe la table en premier sur le côté correspondant à la position du joueur.
 - coup=2, si le coup est raté, car la balle frappe le filet en premier.
 - coup=3, si le coup est raté, car la balle est frappée à l'extérieur de la table (la balle touche premièrement le sol).
- vbf est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur vitesse linéaire du centre de masse du ballon (en m/s) lorsque la simulation est terminée.
- ti est un vecteur contenant le temps correspondant à chacune des positions enregistrées pour le tracé de la trajectoire. La dernière valeur doit être l'instant d'arrêt de la simulation. Le nombre d'instants utilisés pour tracer la trajectoire doit être compris entre 50 et 500. Cela ne veut pas dire que la durée entre deux instants successifs de la trajectoire doit être Δt utilisé dans le calcul. Ça peut être un multiple entier de Δt .
- x est un vecteur contenant les positions en x du centre de masse de la balle enregistrées pour le tracé de la trajectoire.

- y est un vecteur contenant les positions en y du centre de masse de la balle enregistrées pour le tracé de la trajectoire.
- z est un vecteur contenant les positions en z du centre de masse de la balle enregistrées

Tableau 1: Conditions initiales pour les quatre coups à simuler.

Essai	r_{bi} (m)	v_{bi} (m/s)	w_{bi} (rad/s)
1	(0,00 0,50 1,10)	(4,00 0,00 0,80)	(0,00 -70,00 0,00)
2	(0,00 0,40 1,14)	(10,00 1,00 0,20)	(0,00 100,00 -50,00)
3	(2,74 0,50 1,14)	(-5,00 0,00 0,20)	(0,00 100,00 0,00)
4	(0,00 0,30 1,00)	(10,00 -2,00 0,20)	(0,00 10,00 -100,00)

La position du centre de masse $\vec{r}_b(0)$ et les vitesses linéaires et angulaires initiales de la balle ($\vec{v}_b(0)$ et $\vec{\omega}_b(0)$) pour les quatre essais à simuler et à analyser pour les trois options de simulation (12 simulations au total) sont données au tableau 1. La précision requise pour les résultats des simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions de la balle en x , y et z de ± 1 mm.

La présentation et l'analyse des résultats obtenus doivent inclure au minimum des tableaux donnant pour chacune des 12 simulations, le résultat de la simulation (coup), le temps à l'arrêt t_f ainsi que $\vec{r}_b(t_f)$ et $\vec{v}_b(t_f)$. Des graphiques illustrant la trajectoire de la balle pour différentes simulations sont requis (voir par exemple la figure 2).

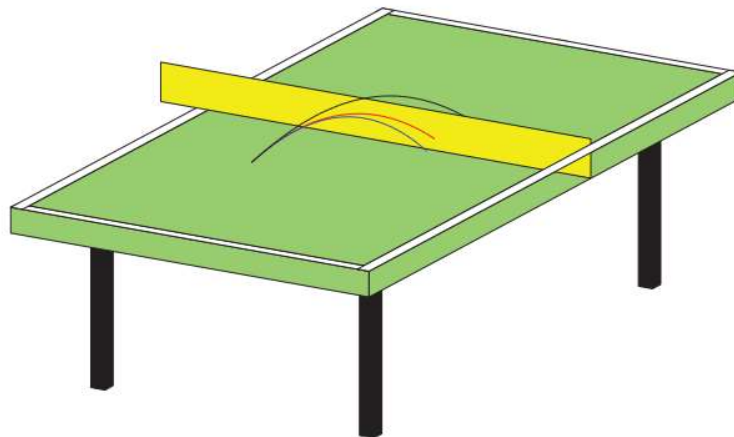


Figure 2: Trajectoire de la balle pour trois simulations différentes. La courbe en rouge correspond à l'option de simulation 1, la courbe en bleu à l'option 2 et la courbe en noir à l'option 3.