

# Questão VCG

October 2014

Os power rangers Vermelho (V), Azul (A) e Rosa (R) estão apreensivos pois seus demais colegas estão perdendo uma luta neste momento. Possivelmente, um novo Megazord seria capaz de reverter a atual situação, porém, ele está custando 300 megaforças.

Você acaba de assumir o papel de **Zordon** e sua função é ajudar os rangers a decidir pelo investimento num novo Megazord ou não. É seu papel impor um mecanismo no qual os power rangers Vermelho, Azul e Rosa irão declarar um número (já cientes das regras que você desenhou) e, a partir das declarações, suas regras decidirão se o Megazord será adquirido ou não, assim como quanto cada um pagará por isso.

Perceba que você ainda tem muitos graus de liberdade, um mecanismo possível, por exemplo, é: independente das declarações, todos os rangers pagam 100 reais para você e o Megazord não é comprado.

Ressalto também que você não conhece as preferências dos rangers, ou seja, você não sabe o valor máximo que cada ranger está disposto a gastar que é o preço reserva de cada um (esse valor deixa o ranger na dúvida entre comprar o Megazord ou ficar com o dinheiro, mas com 1 centavo a mais ou a menos ele tomaria a decisão). A única coisa que você sabe é o número que o ranger te disse.

Considere ainda que os rangers tem dinheiro suficiente para pagar qualquer quantia determinada pelo seu mecanismo.

Agora vamos exigir alguns critérios desejáveis ao seu mecanismo:

- i Você perguntará por mais que um número, você perguntará ‘qual o seu preço reserva?’ e não saberá se o ranger mente ou não. A resposta do ranger será chamada de ‘preço revelado’.
- ii Os rangers são abordados isoladamente e não há possibilidade alguma de coordenação.
- iii É necessário que o dinheiro recolhido seja igual ou maior que o preço do Megazord em caso de compra.
- iv Se a soma dos preços reservas (que você não conhece) for maior que o preço do Megazord, o mecanismo deve ser tal que o Megazord é adquirido. Se a soma for menor, ele não é adquirido.

- v Todos sempre pagam a mesma coisa.
- vi Falar a verdade (preço reserva = preço revelado) deve ser uma estratégia fracamente dominante para cada ranger.
- vii Não há desperdício de dinheiro. Ou seja, a soma dos pagamentos menos o preço do Megazord deverá ser 0.

Agora considere as seguintes mecanismos que já seguem os critérios (i), (ii) e (iii):

1. Dado: você joga um dado, se cair par você compra o megazord, caso contrário não compra. O pagamento de cada ranger será igual, ou seja, todos pagarão 100 ou 0 independentemente dos preços revelados.
2. Soma 1: você soma todas as declarações, se ultrapassarem o preço, você compra o megazord, caso contrário não compra. O pagamento de cada ranger será igual ao preço declarado menos o dinheiro que sobrou dividido pelo número de participantes (3).
3. Soma 2: você soma todas as declarações, se ultrapassarem o preço, você compra o megazord, caso contrário não compra. O pagamento de cada ranger será igual, ou seja, todos pagarão 100 ou 0.
4. Mediana: você ordena as declarações, se a declaração mediana for maior que o preço dividido pelo número de participantes (no caso  $300/3 = 100$ ), o Megazord é adquirido e todos pagam 100, caso contrário ninguém paga nada.
5. Média: você tira a média das declarações e compara com 100. Se maior, todos pagam 100, se menor ninguém paga nada e também ninguém tem Megazord.
6. VCG: mecanismo Vickrey-Clarke-Groves como já explicado em aula.

Em cada item desse exercício eu te darei uma situação e as hipóteses que eu exijo, a partir daí você deverá dizer quais mecanismo eu posso usar e quais eu não posso. Quando não puder utilizar um mecanismo, forneça um contra-exemplo mostrando a hipótese que ele feriu. Quando puder utilizar, não precisa explicar o porquê.

Obs: um mecanismo que cumpra a hipótese 'X' é tal que, para quaisquer preços reservas a hipótese não é violada. Ou seja, se o mecanismo cumprir 'X' dado os preços reservas 30, 80 e 90, ainda não posso garantir que o mecanismo cumpre a hipótese, preciso checar para todos as possibilidades de vetores de preços reservas.

**letra a** Você tem em estoque o gás da verdade e acaba de espalhá-lo pela sala de modo que os rangers falarão a verdade em qualquer caso. O requisito (vi) é trivialmente atendido.

Quais mecanismos cumprem os requisitos (iv) e (vii)?

**letra b** O estoque de gás acabou. Quais mecanismos garantem o requisito (vi)?

**letra c** Dados os preços reservas 10, 250 e 60, para os rangers V, A e R, descreva o resultado do mecanismo VCG.

**letra d** Dados os mesmos preços reservas da letra anterior, sabendo que a hipótese (ii) foi quebrada e os rangers V e A conluíram, analise o que pode mudar em termos de resultados do mecanismo VCG.

**letra e** Dados os mesmos preços reservas da letra anterior, sabendo que a hipótese (ii) foi quebrada e os rangers V e R conluíram, analise o que pode mudar em termos de resultados do mecanismo VCG.

**letra f** Dados os mesmos preços reservas da letra anterior, Zordon teve um enfarte enquanto você lia essa questão. Agora não há mais ninguém capaz de impor algum mecanismo, mas o power ranger V, conclama uma votação para decidir pela implementação do mecanismo VCG ou não. Como não há mais imposição, o mecanismo só será aceito caso seja unânime.

Faça 1 minuto de silêncio pela morte de Zordon. ~ 1 min. ~ Agora responda, o mecanismo foi aceito?