

5. Gramáticas de atributos

181

Finalidade

- Pretende-se associar a cada nó de uma árvore de derivação informação de natureza semântica.
- Essa informação assume a forma de atributos dos símbolos não terminais.
- Os atributos de um nó dependem apenas de atributos de nós “vizinhos.” Há dois casos:
 - Atributos sintetizados: só dependem de atributos dos “filhos” ou de si próprio.
 - Atributos herdados: só dependem de atributos do “pai” e dos “irmãos.”
- Os atributos definem-se para cada produção:
 - Sintetizados: atributos da cabeça em função de atributos da produção.
 - Herdados: atributos do corpo em função de atributos da produção.

182

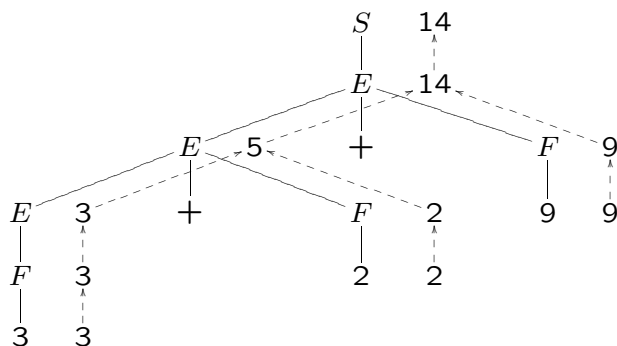
Exemplo

$$S \rightarrow E$$

$$E \rightarrow E + F \mid F$$

$$F \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid \dots \mid 9$$

Objectivo: calcular o valor de cada expressão.



183

Método

- Associar aos não terminais S, E, F o atributo v que representa o valor da respectiva expressão.
- Os atributos (neste caso um só) indicam-se por uma tabela:

N	$Atr.$
S	v
E	v
F	v

- Domínio dos valores de v :

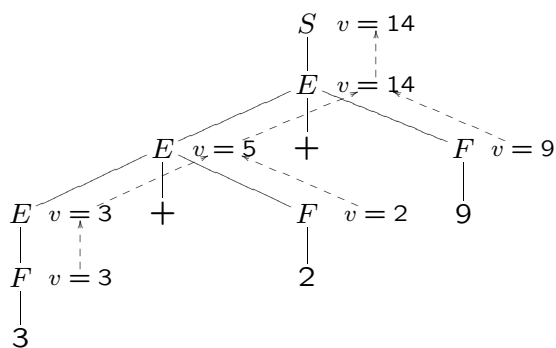
$$\mathcal{V}_v = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}.$$

- Os atributos definem-se em cada produção por meio de equações.

184

Definição dos atributos

Produções	Atributos
$S \rightarrow E$	$v(S) = v(E)$
$E_1 \rightarrow E_2 + F$	$v(E_1) = v(E_2) + v(F)$
$E \rightarrow F$	$v(E) = v(F)$
$F \rightarrow 0$	$v(F) = 0$
\vdots	\vdots
$F \rightarrow 9$	$v(F) = 9$



185

Exemplo: valor decimal de número binário

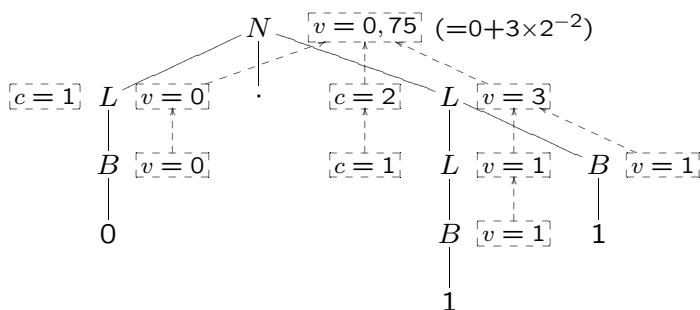
N	$Atr.$		
N	v	v valor	$v_v = Q$
L	v, c	c comprimento	$v_c = N$
B	v		

Produções	Atributos
$N \rightarrow L_1.L_2$	$v(N) = v(L_1) + v(L_2) \times 2^{-c(L_2)}$
$N \rightarrow L$	$v(N) = v(L)$
$L_1 \rightarrow L_2B$	$v(L_1) = 2v(L_2) + v(B)$ $c(L_1) = c(L_2) + 1$
$L \rightarrow B$	$v(L) = v(B)$ $c(L) = 1$
$B \rightarrow 0$	$v(B) = 0$
$B \rightarrow 1$	$v(B) = 1$

186

Cálculo dos atributos

Produções	Atributos
$N \rightarrow L_1.L_2$	$v(N) = v(L_1) + v(L_2) \times 2^{-c(L_2)}$
$N \rightarrow L$	$v(N) = v(L)$
$L_1 \rightarrow L_2B$	$v(L_1) = 2v(L_2) + v(B)$ $c(L_1) = c(L_2) + 1$
$L \rightarrow B$	$v(L) = v(B)$ $c(L) = 1$
$B \rightarrow 0$	$v(B) = 0$
$B \rightarrow 1$	$v(B) = 1$



187

Atributos sintetizados e herdados

Sintetizados: Só dependem de atributos dos “filhos” ou de si próprio.

Herdados: Só dependem de atributos do “pai” e dos “irmãos.”



$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow BC \\ a(A) = f(b(B), c(C)) \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow BC \\ c(C) = f(b(B), a(A)) \end{array} \right\}$$

Para toda a produção definem-se:

- Atributos sintetizados da cabeça.
- Atributos herdados do corpo.

188

Exemplo

$$S \rightarrow E$$

$$E \rightarrow FX$$

$$X \rightarrow +FX \mid \lambda$$

$$F \rightarrow 0 \mid \dots \mid 9$$

S, E, F têm um valor associado (sintetizado)

X recebe um dado (herdado)

produz um resultado (sintetizado)

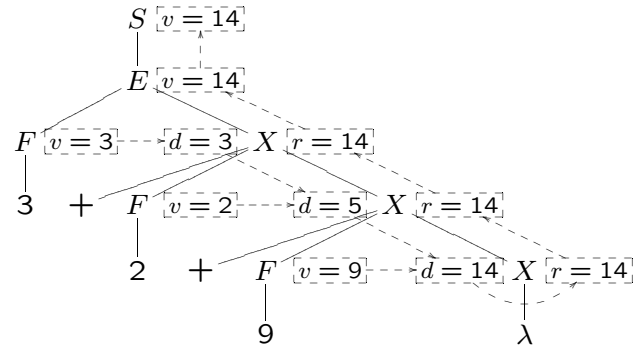
N	$Sint.$	$Herd.$
S	v	—
E	v	—
F	v	—
X	r	d

$$\mathcal{V}_v = \mathcal{V}_r = \mathcal{V}_d = \mathbb{N}$$

189

Definição dos atributos

	Sintetizados	Herdados
$S \rightarrow E$	$v(S) = v(E)$	
$E \rightarrow FX$	$v(E) = r(X)$	$d(X) = v(F)$
$X_1 \rightarrow +FX_2$	$r(X_1) = r(X_2)$	$d(X_2) = d(X_1) + v(F)$
$X \rightarrow \lambda$	$r(X) = d(X)$	
$F \rightarrow 0$	$v(F) = 0$	
\vdots	\vdots	
$F \rightarrow 9$	$v(F) = 9$	



190

Numeração binária – nova versão

A cada bit

- associa-se o seu valor posicional;
- somam-se todos esses valores.

Posições dos bits

$$p = \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & . & 0 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 1 & 0 & & -1 & -2 \end{array}$$

Valor

$$v = 2^2 + 2^0 + 2^{-2} = 5,25$$

191

Atributos

- v valor do número binário.
- c comprimento de uma sequência de bits.
- $p(B)$ posição do bit B .
- $p(L)$ posição do bit menos significativo de L .

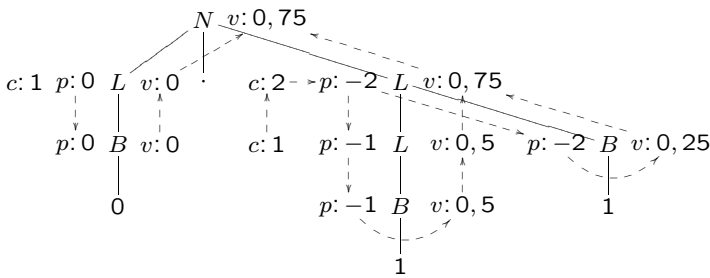
N	$Sint.$	$Herd.$
N	v	—
L	v, c	p
B	v	p

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_v &= \mathbb{Q} \quad (\text{racionais}) \\ \mathcal{V}_c &= \mathbb{N} \\ \mathcal{V}_p &= \mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\} \end{aligned}$$

192

Cálculo dos atributos

	Sintetizados	Herdados
$N \rightarrow L_1.L_2$	$v(N) = v(L_1) + v(L_2)$	$p(L_1) = 0$ $p(L_2) = -c(L_2)$
$N \rightarrow L$	$v(N) = v(L)$	$p(L) = 0$
$L_1 \rightarrow L_2.B$	$v(L_1) = v(L_2) + v(B)$ $c(L_1) = c(L_2) + 1$	$p(B) = p(L_1)$ $p(L_2) = p(L_1) + 1$
$L \rightarrow B$	$v(L) = v(B)$ $c(L) = 1$	$p(B) = p(L)$
$B \rightarrow 0$	$v(B) = 0$	
$B \rightarrow 1$	$v(B) = 2^{p(B)}$	



193

Circularidade na avaliação dos atributos

Consideremos a gramática de atributos:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BA \\ B &\rightarrow BA \mid b \\ A &\rightarrow a \end{aligned}$$

	Sint.	Herd.
S	s, t, u	
B	s, v	z
A		z

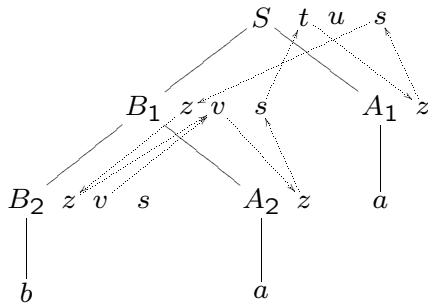
$$\begin{aligned} \mathcal{V}_s &= \mathcal{V}_t = \mathcal{V}_u \\ &= \mathcal{V}_v = \mathcal{V}_z = \mathbb{N}. \end{aligned}$$

	Sintetizados	Herdados
$S \rightarrow BA$	$s(S) = z(A) + 1$ $t(S) = s(B) + 2$ $u(S) = 0$	$z(B) = 2s(S) + 1$ $z(A) = t(S) + 1$
$B_1 \rightarrow B_2A$	$s(B_1) = z(A) + 1$ $v(B_1) = v(B_2) + z(B_2)$	$z(B_2) = z(B_1) + 1$ $z(A) = 2v(B_1) + 3$
$B \rightarrow b$	$s(B) = 0$ $v(B) = 0$	
$A \rightarrow a$		

194

Dependência circular

Árvore de derivação exibindo dependência circular:



Corresponde a resolver um sistema de equações:

$$\begin{aligned} s(S) &= z(A_1) + 1 = 4s(S) + 12 \\ z(A_1) &= t(S) + 1 \\ t(S) &= s(B_1) + 2 \\ s(B_1) &= z(A_2) + 1 \\ z(A_2) &= 2v(B_1) + 3 \\ v(B_1) &= v(B_2) + z(B_2) \\ v(B_2) &= 0 \\ z(B_2) &= z(B_1) + 1 \\ z(B_1) &= 2s(S) + 1. \end{aligned}$$

195

Avaliação da esquerda para a direita

Condições:

Para toda a produção $X_0 \rightarrow X_1X_2 \cdots X_n$:

- Os atributos sintetizados de X_0 só dependem de:
 - atributos herdados de X_0 ;
 - atributos quaisquer de X_1, \dots, X_n .
- Os atributos herdados de X_k com $1 \leq k \leq n$ só dependem de:
 - atributos herdados de X_0 ;
 - atributos quaisquer de X_1, \dots, X_{k-1} .

196

Uma gramática de atributos consiste em:

I. Uma GIC $G = (T, N, S, P)$, onde

- G está na forma reduzida.
- S não ocorre no corpo de nenhuma produção.

II. Um conjunto de atributos \mathcal{A} e para cada:

- $a \in \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{V}_a$ domínio de valores de a .
- $A \in N \rightarrow \mathcal{A}(A) \subseteq \mathcal{A}$ atributos de A :
 - $\mathcal{A}(A) = \mathcal{H}(A) \cup \mathcal{S}(A)$
(herdados, sintetizados).
 - $\mathcal{H}(A) \cap \mathcal{S}(A) = \emptyset$.
 - $\mathcal{H}(S) = \emptyset$ e $\mathcal{A}(S) = \mathcal{S}(S)$.

Cálculo dos atributos

III. Funções de cálculo

- Para cada $X_0 \rightarrow X_1 \cdots X_n$;
- para cada $a \in \mathcal{A}(X_k)$:
 $a \in \mathcal{S}(X_k)$ se $k = 0$, $a \in \mathcal{H}(X_k)$ se $k > 0$;
- para certos
 $a_1 \in \mathcal{A}(X_{k_1}), \dots, a_m \in \mathcal{A}(X_{k_m})$
 $0 \leq k_1 \leq \dots \leq k_m \leq n$;
- É dada uma função
 $f : \mathcal{V}_{a_1} \times \dots \times \mathcal{V}_{a_m} \rightarrow \mathcal{V}_a$
- que calcula $a(X_k)$ pela equação
 $a(X_k) = f(a_1(X_{k_1}), \dots, a_m(X_{k_m}))$.