

# 第三问

X

15/8/2025

## 1 工件 2 每次测量倾斜角度的建模

### 1.1 数学模型

#### 1.1.1 选择的参考线：工艺基准面

最长的那根直线，即为“第三段”部分。是直线而且长度长，比较稳定。

#### 1.1.2 单次测量倾斜角计算

设第  $i$  次测量得到的第 3 段点集为

$$\mathcal{P}_i = \{(x_{ij}, z_{ij})\}_{j=1}^{N_i}.$$

用最小二乘拟合直线

$$z = k_i x + b_i,$$

其中

$$k_i = \frac{N_i \sum_j x_{ij} z_{ij} - \sum_j x_{ij} \sum_j z_{ij}}{N_i \sum_j x_{ij}^2 - (\sum_j x_{ij})^2}, \quad b_i = \frac{\sum_j z_{ij} - k_i \sum_j x_{ij}}{N_i}. \quad (1)$$

第  $i$  次倾斜角定义为

$$\alpha_i = \arctan(k_i) \quad (\text{结果以度为单位}). \quad (2)$$

#### 1.1.3 标准角度与偏差

标准角度  $\alpha_{\text{ref}}$  取 10 次测量的算术平均：

$$\alpha_{\text{ref}} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \alpha_i. \quad (3)$$

第  $i$  次相对偏差

$$\Delta\alpha_i = \alpha_{\text{ref}} - \alpha_i. \quad (4)$$

**原因** 每次测量时，工件放在测量台上，测量台本身可能就不是水平的。说是这样，而直接用水平线，可以消除系统误差。

#### 1.1.4 结果

1. 向量  $\alpha$ : 10 个  $\alpha_i$  ( $^{\circ}$ )。即每次的倾斜角度。
2. 标量  $\alpha_{\text{ref}}$ :  $\alpha_{\text{ref}}$  ( $^{\circ}$ )。
3. 向量  $\Delta_{\alpha}$ : 10 个  $\Delta\alpha_i$  ( $^{\circ}$ )。相对倾斜角度。

然后知道相对倾斜角度, 转回问题二。我们可以通过相对倾斜角, 把每条轮廓图转到同一坐标系。

## 1.2 亮点

我们算出来倾斜角度, 即为每次的倾斜角。但是画原图时, 我们采取了相对倾斜角, 这样可以避免系统误差, 更精确。