

# 轮廓仪检测的系统误差分析

程子清 耿安兵 杨长城

(华中光电技术研究所 武汉 430073)

**摘要** 从轮廓仪的工作原理出发,分析了影响轮廓仪检测精度的主要系统误差,并以二次旋转非球面为例计算了系统误差对面形检测精度的影响,得出 Talysurf 轮廓仪在测量时,系统误差对面形误差的影响随顶点曲率的绝对值、口径以及偏心率函数的增大而增大,随定位误差和不重合误差的增大而增大的结论。最后的实验结果证明了该结论的正确性。

**关键词** 轮廓仪; 非球面检测; 系统误差

**中图分类号** TH741.3 **文献标识码** A

近年来,非球面光学元件的设计和加工技术及其应用得到了很大的发展,与此同时,对光学非球面样板和工件的面形及其参数的检测提出了很高的要求。在已有高精度检测仪器的条件下,要获取准确的高精度的非球面检测结果,就必须尽可能地分析并降低检测仪器的误差。

本文的讨论是基于英国 TalySurf Series 2 PGI 高精度轮廓仪。TalySurf 轮廓仪可以检测平面、球面和非球面工件的表面粗糙度、面形精度等参数。该轮廓仪是利用金刚石探针接触工件表面,通过相位光栅干涉 (PGI) 传感器检测探针纵向位移,经数/模与模/数转换后传输到计算机进行数据处理,拟合出实际加工的面形,再与理想的非球面面形相比较,从而求出被测面的面形误差。

## 1 轮廓仪的工作原理

### 1.1 非球面的表达公式

设坐标系  $(x, y, z)$  的原点与轴对称旋转非球面顶点重合,旋转轴与光轴 ( $y$  轴) 重合,则非球面方程可表示为

$$y = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2r^2}} + H(r^2) \quad (1)$$

式中,  $r^2 = x^2 + z^2$  ( $-R \leq r \leq R$ ),  $R$  为工件口径,  $K = -e^2$  为二次曲面偏心率函数,  $c = 1/R_0$  为

顶点曲率,  $H(r^2)$  为高次项部分,常记为

$$H(r^2) = a_4r^4 + a_6r^6 + a_8r^8 + a_{10}r^{10} + \dots$$

如果式 (1) 只取第一项则为严格的二次旋转曲面,当  $K=0$  时则为球面 (球面是特殊的非球面)。

### 1.2 轮廓仪测量的数学模型

轴对称旋转非球面可由其子午截线表示。

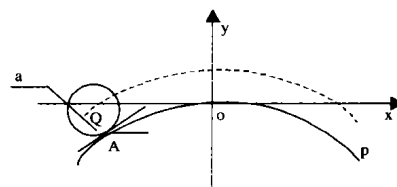


图1 非球面元件测量示意图

Fig.1 Sketch of aspheric element measurement

图1中  $y$  为非球面对称轴,  $x$  为探针轨迹方向,弧线  $P$  为被测非球面的一段母线。圆  $Q$  是放大的探针测量头小球,半径设为  $r$ ,  $Q$  是测量头球心,坐标为  $(x_Q, y_Q)$ 。  $A$  为测量头与非球面的实际接触点,坐标为  $(x_A, y_A)$ ,角  $\alpha$  为非球面在接触点处的切线角,可由非球面方程 (1) 求出

$$\tan(\alpha) = \frac{2cx}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}} + \frac{(K+1)c^3x^3}{\sqrt{1 - (K+1)c^2x^2} [1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}]^2} + 4a_4x^3 + 6a_6x^5 + \dots$$

测量头球心坐标 $(x_Q, y_Q)$ 可由探针读出。由图1可知,实际得到的是测量头球心相对于被测非球面子午截线的包络线。假设接触点A沿x轴均匀分布,设某一点*i*的理论坐标为 $(x_{Ai}, y_{Ai})$ ,而点*i*的实际矢高是 $y_{Ai}'$ ,实际的切线角是 $\alpha_i'$ ,则从图1可得出,接触点为*i*时测量头球心坐标的理论值为

$$\begin{cases} x_{Qi} = x_{Ai} - r \cdot \sin \alpha_i \\ y_{Qi} = y_{Ai} + r \cdot \cos \alpha_i \end{cases} \quad (2)$$

而实际测量所得球心坐标值为

$$\begin{cases} x_i = x_{Qi} = x_{Ai} - r \cdot \sin \alpha_i \\ y_i = y_{Ai}' + r \cdot \cos \alpha_i' \end{cases} \quad (3)$$

这样对应每一点,被测非球面的面形误差为 $y_i - y_{Qi}$ ,由此可得整个非球面的面形误差曲线。通常测量头半径很小,测光滑曲面时可忽略不计,则此时测量头球心坐标是非球面子午截线坐标,所得曲线为非球面的面形曲线。

## 2 系统误差分析

根据轮廓仪装置的具体情况,在测量中主要的系统误差是测量原点的定位误差 $(e1, e2)$ 和测量坐标系与镜面坐标系的不重合误差 $\alpha$ 。在测量过程中,要得到高精度的定量的检测结果,就应尽可能地减小这两种误差,亦即要保证放置工件的三维平台与工作台的平行度,而且必须找准非球面的旋转轴心。如果轮廓仪的测量头不过非球面的轴心,即存在定位误差 $(e1, e2)$ ,所测数据将是非球面某一弦截面对应的数据;如果三维平台与工作台间有平行差 $\alpha$ ,则测量头对应的最高点不是非球面的轴心。这两方面都会对测量结果产生影响。

### 2.1 误差计算

如图2所示, $(X', Y', Z')$ 是镜面的实际坐标系, $(X, Y, Z)$ 是测量坐标系。设测量坐标系原点相对于镜面坐标系原点的位置矢量为 $(e1, e2, L)$ ,其不重合误差为 $\alpha$ 。

测量线在镜面坐标系中的曲线方程为

$$Y' = F(X', Z')$$

在测量坐标系中的方程为

$$Y2 = F(X2, Z2)$$

$$\begin{cases} X2 = f(X, Y, Z, e1, \alpha) \\ Y2 = g(X, Y, Z, L, \alpha) \\ Z2 = \varphi(X, Y, Z, e2) \end{cases}$$

$$L = F(e1, e2)$$

根据坐标旋转平移矩阵

$$[X2 \ Y2 \ Z2] = [X \ Y \ Z \ 1]$$

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ e1 & L & e2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

而在测量坐标系中曲面理论值是:

$$Y1 = F(X, Z),$$

可以得测量误差:

$$Y = Y2 - Y1 \quad (5)$$

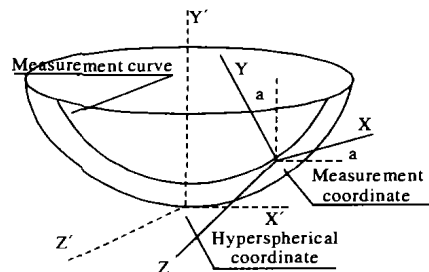


图2 坐标转换示意图

Fig.2 Sketch of coordinate conversion

### 2.2 二次旋转对称曲面的误差

下面以二次旋转对称曲面为例分别讨论定位误差和不重合误差所引起的测量误差。

设在理想情况下(即不存在定位误差和不重合误差的情况下),测得的工件方程即曲面的理论值为

$$y1 = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2r^2}} \quad (6)$$

而存在定位误差和不重合误差时,由(4)式得

$$\begin{cases} X2 = x \cos \alpha - y \sin \alpha + e1 \\ Y2 = x \sin \alpha + y \cos \alpha + L \\ Z2 = z + e2 \end{cases}$$

$$L = \frac{c(e1^2 + e2^2)}{1 + \sqrt{1 - (K+1)(e1^2 + e2^2)}} \approx 0$$

$\alpha$ 很小时,  $\sin \alpha = \alpha, \cos \alpha = 1$ , 则有

$$\begin{cases} X2 = x - y\alpha + e1 \\ Y2 = x\alpha + y + L \\ Z2 = z + e2 \end{cases}$$

测得的工作方程为

$$x\alpha + y = \frac{c[(x - y\alpha + e1)^2 + (z + e2)^2]}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2[(x - y\alpha + e1)^2 + (z + e2)^2]}} \quad (7)$$

解得:

$$y2 = f(x, z, e1, e2, \alpha)$$

则此时存在的测量误差是  $y = y2 - y1$ , 作单线测量时  $z = 0$ 。

其对应的面形误差  $Pv = y_{\max} - y_{\min}$

### 2.2.1 测量坐标系原点沿 X 轴方向平移 a

测量坐标系原点沿 X 轴方向平移 a, 则  $e1 = a$ ,  $e2 = 0$ ,  $\alpha = 0$ 。

取曲面的子午截线, 测量坐标系中理论值方程

$$\text{为: } y1 = \frac{cx^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}} \quad (-R \leq x \leq R)$$

由式 (7) 得实际测得截线方程为

$$y2 = \frac{c(x+a)^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2(x+a)^2}} \quad (-R \leq x+a \leq R)$$

$$y = y2 - y1$$

$$= \frac{c(x+a)^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2(x+a)^2}} - \frac{cx^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}} \quad (a > 0 \text{ 时}, -R \leq x \leq R-a)$$

$$Pv = y_{\max} - y_{\min}$$

$$\approx \left| \frac{2acR}{\sqrt{1 - (K+1)c^2R^2}} - \frac{a^2c}{[1 - (K+1)c^2R^2]^{\frac{3}{2}}} \right| \quad (8)$$

### 2.2.2 测量坐标系原点沿 Z 轴方向平移 b

测量坐标系原点沿 Z 轴方向平移 b, 则  $e1 = 0$ ,  $e2 = b$ ,  $\alpha = 0$ 。

取曲面的子午截线, 原坐标系中理论值方程为:

$$y1 = \frac{cx^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}} \quad (-R \leq x \leq R)$$

由式 (7), 得实际测得截线方程为:

$$y2 = \frac{c(x^2 + b^2)}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2(x^2 + b^2)}} \quad (x^2 + b^2 \leq R^2)$$

$$y = y2 - y1$$

$$= \frac{c(x^2 + b^2)}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2(x^2 + b^2)}} - \frac{cx^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}}$$

$$Pv = y_{\max} - y_{\min}$$

$$\approx \left| \frac{1}{4}(K+1)c^3b^2(R^2 - b^2) \left[ 1 + \frac{3}{4}(K+1)c^2R^2 \right] \right| \quad (9)$$

### 2.2.3 测量坐标系与镜面坐标系存在不重合误差 $\theta$

坐标轴在  $xoy$  坐标面内绕原点旋转  $\theta$  角时, 则  $e1 = 0$ ,  $e2 = 0$ ,  $\alpha = \theta$ 。

测量坐标系中理论值方程为

$$y1 = \frac{cx^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}} = \frac{1 - \sqrt{1 - (K+1)c^2x^2}}{(K+1)c} \quad (-R \leq x \leq R)$$

由式 (7), 得测量值方程为

$$x\theta + y = \frac{c(x - y\theta)^2}{1 + \sqrt{1 - (K+1)c^2(x - y\theta)^2}}$$

即

$$y^2(\theta^2 + K+1) + y(-\frac{2}{c} - 2x\theta) + x^2 + \frac{2x\theta}{c} + Kx^2\theta^2 + x^2\theta^2 = 0$$

解得

$$y2 = \frac{1 - Kx\theta - \sqrt{1 - [(K+1)c^2x^2 - 2xc\theta + 2(K+1)x^2\theta^2c^2]}}{\theta^2c + (K+1)c}$$

测量误差  $y = y2 - y1$ , 则

$$Pv = y_{\max} - y_{\min} \approx \left| \frac{2R\theta + R^3c^2\theta + 2R^3c^2\theta^3}{\theta^2 + K+1} (K+1) \right| \quad (10)$$

经分析, 式 (8), 式 (9), 式 (10) 中的  $Pv$  随误差  $a$ ,  $b$  及  $\theta$  的增大而增大, 随曲率  $c$  的绝对值的增大而增大, 随口径  $R$  的增大而增大, 随二次曲面偏心率函数  $K$  的增大而增大。

## 3 实验与分析

由于 TalySurf Series 2 PGI 轮廓仪在进行数值处理时, 可以自行分析测量方向上的坐标值, 测量时在此方向上的定位误差的影响可以忽略, 所以只进行测量坐标系原点沿 Z 轴方向平移的实验。

球面是特殊的非球面, 因条件限制, 对自制的曲率半径为 99.05 mm 的标准球面进行测量以验证上述分析, 尽量调平三维平台与工作台。测量数据见表 1 和表 2。其中  $b$  是测量坐标系原点沿 Z 轴方

向的偏离量,理论值是根据上述分析计算所得值,实验值是轮廓仪处理后得出的 $P_v$ 值。

表1  $P_v$  值随  $b$  的变化 ( $R=40$  mm,  $R_0=99.05$  mm)

Table 1 Different value of  $P_v$  corresponds to different  $b$  ( $R=40$  mm,  $R_0=99.05$  mm)

$b/\text{mm}$	0	0.1	0.2	0.3
Theoretical value/ $\mu\text{m}$	0	0.001	0.004	0.0100
Experimental value/ $\mu\text{m}$	0.061	0.070	0.137	0.182
$b/\text{mm}$	0.5	1.0	2.0	
Theoretical value/ $\mu\text{m}$	0.027	0.106	0.420	
Experimental value/ $\mu\text{m}$	0.258	0.448	0.485	

表2  $P_v$  值随  $b$  的变化 ( $R=60$  mm,  $R_0=99.05$  mm)

Table 2 the different value of  $P_v$  correspond to different  $b$  ( $R=40$  mm,  $R_0=99.05$  mm)

$b/\text{mm}$	0	0.1	0.2	0.3
Theoretical value/ $\mu\text{m}$	0	0.003	0.010	0.022
Experimental value/ $\mu\text{m}$	0.091	0.129	0.157	0.294
$b/\text{mm}$	0.5	1.3	2.3	3.3
Theoretical value/ $\mu\text{m}$	0.062	0.420	1.308	2.677
Experimental value/ $\mu\text{m}$	0.388	1.421	3.163	5.319

由表1和表2可看出,在参数 $c$ ,  $K$ 一定时,理论上 $P_v$ 值随口径 $R$ 的增大而增大,即使只偏离0.1 mm,  $P_v$ 值的变化也很明显;另一方面,  $P_v$ 值随偏离量 $b$ 的增大而增大,口径越大 $P_v$ 值变化得越快。实验值符合此变化规律,只是均大于对应的理论值。这是因为测量前的标定显示仪器存在0.1243 $\mu\text{m}$ 的精度误差,并且实际测量时不可能只单

纯地存在 $Z$ 轴方向的偏离 $b$ ,还可能在不重合误差 $\alpha$ 以及随机噪声的影响。所以,在测量时, $Z$ 轴方向的定位误差应尽可能地减小,特别是对于大口径小顶点曲率半径的工件。

## 4 结 论

由上述分析可以有以下结论:

1) Talysurf轮廓仪在测量时,系统误差主要是测量原点的定位误差( $e_1$ ,  $e_2$ )和测量坐标系与镜面坐标系的不重合误差 $\alpha$ ,其对面形误差 $P_v$ 值的影响随顶点曲率 $c$ 的绝对值、口径 $R$ 、偏心率函数 $K$ 的增大而增大,并且随定位误差 $e_1$ ,  $e_2$ 以及不重合误差 $\alpha$ 的增大而增大。

2) Talysurf轮廓仪在测量时,对测量方向上的定位要求的不是很严格,可以由软件的Auto Crest X自动寻找最高点以保证测量的矢高要求。

3)  $Z$ 轴方向的定位误差对面形检测精度的影响较明显,测量时应尽量减小此方向大偏移。对于具体工件,可依上述式(9)分析。

4)不重合误差 $\alpha$ 引起的面形误差随口径 $R$ 的变化率较大,测量时尽可能地减小不重合误差。

## 参考文献

- [1] 杨力. 先进光学制造技术[M]. 北京: 科学出版社, 2001
- [2] 倪颖, 余景池, 郭培基, 等. 小型非球面轮廓测量仪的原理及应用[J]. 光学精密工程, 2003, 12: 612~616
- [3] 熊有化. 精密测量的数学方法[M]. 北京: 中国计量出版社, 1989
- [4] 张星祥, 任建岳. 非球面镜检测误差的逆向求解法[J]. 航空精密制造技术, 2003, 12: 26~30

## Analysis on System Error of Profilometer Testing

CHENG Zi-qing GENG An-bing, YANG Chang-cheng

(Huazhong Institute of Electro-Optics, Wuhan 430073, China)

**Abstract** Based on the working principle of profilometer, the primary system error that affects the testing accuracy of the profilometer is analyzed. As an example of the rotationally symmetrical conicoid aspheric surface, the effect of the system error on the profile testing is analyzed. The effect will increase with the increasing of the curvature, the aperture, the function of eccentricity, also increase with the increasing of the locating error and non-registering error.

**Key words** profilometer; aspheric testing; system error