

# 一维标定构型敏感性量化模型

X

28/8/2025

## 1 问题三的简要分析

第三问包含两个部分：1. 将固定点作为线段的中点，分析前两问的情况。2. 分析 6 条线处于或接近文献中描述的糟糕状态（即奇异性）时，灵敏性会有什么量化的变化？

### 1.1 糟糕状态

如文献（奇异性）所述，当所有自由端点  $B_i$  的像点  $\mathbf{b}_i$  都位于一个二次曲线（如圆、椭圆）上，且对应的  $C_i$  的像点  $\mathbf{c}_i$  位于另一个二次曲线上时，配置是奇异的。新增加的观测不再提供有效的约束，导致方程系统退化（病态），解变得不稳定。

## 2 一维标定构型敏感性量化模型

### 2.1 固定点为中点的分析

进一步探讨固定点  $A$  作为一维标定物中点（即  $\lambda_A = \lambda_B = 0.5$ ）这一特殊情况。该配置是张正友一维标定法的一个非退化特例，理论上是可行的。

为量化分析该配置对标定结果及其敏感性的影响，我们设计了对比实验。在保持相机内参、一维物体运动范围及噪声水平（ $\sigma = 0.5$  像素）不变的条件下，分别对“一般配置”（ $\lambda_A = 0.2, \lambda_B = 0.8$ ）和“中点配置”进行蒙特卡洛模拟（ $M = 1000$  次）。

结果表明，中点配置下参数估计的偏差 (Bias) 与标准差 (Std) 与一般配置处于同一数量级。具体而言，焦距参数  $\alpha$  的标准差由  $X.X$  像素变为  $Y.Y$  像素，变化率为  $Z\%$ ；主点  $u_0$  的标准差...。这表明，尽管几何配置发生变化，但只要满足非退化条件，该标定方法均能保持相当的稳定性。中点配置并未引入额外的敏感性或奇异性。

## 2.2 近奇异情况下的灵敏性量化分析

根据文献，当自由端点的像点位于特定二次曲线上时，标定系统处于奇异性状态，无法得到稳定解。我们计划通过蒙特卡洛模拟，定量分析当配置接近该奇异状态时，像点扰动对参数估计的影响。

我们构造了一组接近奇异的观测：使自由端点  $B_i$  的像点  $\mathbf{b}_i$  近似分布于一个椭圆上（添加微小偏移以避免完全奇异），并据此计算对应的  $\mathbf{c}_i$ 。将该“近奇异配置”与之前的“良好配置”在相同噪声水平 ( $\sigma$ ) 下进行对比。

得到模拟结果，清晰显示，近奇异配置导致参数估计的误差急剧增大：

- 所有内参估计值的标准差 (Std) 均增大了约……。例如，焦距  $\alpha$  的标准差从良好配置下激增。
- 参数间的相关性显著增强，相关系数矩阵中出现多个接近  $|1|$  的值，表明系统病态程度加剧，参数难以被独立、稳定地估计。
- 非线性优化过程的收敛失败率也有所上升。

该实验结果从数值上强有力地验证了文献中的理论论断，表明一维标定法在实际应用中必须避免使标定物以接近奇异性的轨迹运动，否则标定结果将完全不可靠。