一维运动物体的标定方法第一问建模

z

1 问题要求

根据附件中张正友文献中的方法，将一维物体运动的多个状态对应经过固定点的多条线段的一次成像。假设内外参数和 6 条线段上对应的点的坐标，算出对应像点的坐标，并分析物点的运动对像点的灵敏性变化。

2 建模步骤

2.1 符号定义

一个 2D 的点表示为 $m = (u, v)^T$，一个 3D 的点表示为 M=$(x, y, z)^T$。使用 $\bar{x}$ 表示通过添加 1 作为最后一个元素而得到的增广向量:$\bar{m} = (u, v, 1)^T \quad \bar{M} = (X, Y, Z, 1)^T$。相机通过针孔模型得到 3D 点 M 与其图像投影 m 之间的关系:

$$s\bar{m} = A[R \quad t]\bar{M}, A = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

其中 s 是一个任意比例因子，(R,t) 称为外部参数，表示世界坐标系与相机坐标系相关联的旋转与平移

$$(R \quad t) = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & x_0 \\ l_2 & m_2 & n_2 & y_0 \\ l_3 & m_3 & n_3 & z_0 \end{pmatrix}$$

其中 $\begin{pmatrix} l_1 \\ m_1 \\ n_1 \end{pmatrix}$ 为小孔坐标系的方向 **i** 在世界坐标系下的坐标，其余列向量按右手系类似，记 $R = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \end{pmatrix}$

A 称为相机内部矩阵，其中 (u_0, v_0) 是主点坐标，$(x_0, y_0, z_0)^T$ 是小孔在世界坐标系下的坐标 α, β 是图像 u 和 v 轴的比例因子，γ 是描述两个图像轴倾斜的参数。

2.2 基本方程

同文献一样，这里考虑世界坐标系与相机坐标系重合的情况 (R=I,t=0)
设线段固定点为端点 A，线段的另一端点为 B，线段的长度为 L，B 的运动位置由 A 以及球坐标方向角 θ, ϕ 决定：

$$B = A + L \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi \\ \sin\theta\sin\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix}$$

对于线段 AB 上的任何一点 C 存在 $\lambda_A, \lambda_b \in (0,1)$ 使得

$$C = \lambda_A A + \lambda_B B$$

2.3 模拟数据

生成模拟数据，生成 6 条线段，对应 6 个运动状态，即:
随机生成 6 组 (θ_i, ϕ_i),i=1,2,..6
计算每个状态下的 B_i, C_i

2.4 计算像点坐标

对每个点 $M \in \{A_i, B_i, c_i\}$, 其像点 m 满足:

$$s\bar{m} = AM$$

其中 $\bar{m} = (u, v, 1)^T, M = (x, y, z)$
计算得到:

$$u = \frac{\alpha x + \gamma y + u_0 z}{s}, v = \frac{\beta y + v_0 z}{s}, s = z$$

于是得到对应像点坐标为:

$$u = \frac{\alpha x + \gamma y + u_0 z}{z}, v = \frac{\beta y + v_0 z}{z}$$

3 灵敏性分析

1: 对 B_i 对应的方向角 θ_i, ϕ_i 增加扰动 $\Delta\theta, \Delta\phi$, 计算扰动之后的像点 b_i'
计算每个像点扰动后的欧式距离 $||b_i - b_i'||$, 考虑其均值、方差、最值。