第二章

习题 2.1

1. $P(X \le 2) = 1 - e^{-2}$； $P(0 < X \le 3) = 1 - e^{-3}$；

   $P(X > \ln 2) = 1/2$

2. $A = \dfrac{1}{2}$;$B = \dfrac{1}{\pi}$

习题 2.2

1. $P(X = 3) = \dfrac{1}{10}$;$P(X = 4) = \dfrac{3}{10}$;$P(X = 5) = \dfrac{6}{10}$

2. 放回：$P(X = k) = C_6^k 0.2^k 0.8^{6-k}, k = 0,1\cdots 6$

   不放回：$P(X = k) = \dfrac{C_4^k C_{16}^{6-k}}{C_{20}^6}, k = 0,1,2,3,4$

3. $a = \dfrac{105}{176}$ ； $P(X < 2) = \dfrac{140}{176}$

4. (1) $P(X = k) = C_5^k 0.6^k 0.4^{5-k}, k = 0,1\cdots 5$

   (2) $P(X = 2) = C_5^2 0.6^2 0.4^3$

   (3) $1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - C_5^0 0.6^0 0.4^5 - C_5^1 0.6^1 0.4^4$

5. $k = [\lambda]$时$P(X = k)$最大。

6. (1) $P(X = k) = C_3^k 0.25^k 0.75^{3-k}, k = 0,1,2,3$；

   (2) $C_3^0 0.25^0 0.75^3 + C_3^1 0.25^1 0.75^2$

7. P(Y>1)=1-(2/3) $P(Y \ge 1) = 1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^3$

8. $1 - 2e^{-1}$

9. $(1)\ \sum_{i=0}^{3} P(X=i)P(Y=i)=\sum_{i=0}^{3} C_i^3 0.6^i 0.4^{3-i} C_i^3 0.7^i 0.3^{3-i}$

$(2)\ X \sim B(3,0.6),\ \ Y \sim B(3,0.7)$

$$P(X>Y)=P(X=1)P(Y=0)+P(X=2)P(Y=0)+P(X=2)P(Y=1)$$

$$+P(X=3)P(Y=0)+P(X=3)P(Y=1)+P(X=3)P(Y=2)$$

$$=\sum_{i>j=0}^{3} P(X=i)P(Y=j)=\sum_{i>j=0}^{3} C_i^3 0.6^i 0.4^{3-i} C_j^3 0.7^j 0.3^{3-j}$$

10. 10/243

11. $P(X=k)=\frac{11}{36}\times\left(\frac{25}{36}\right)^{k-1}\ k=1,2,3\cdots$

12. 第一种方法能及时维修的概率：0.934；第二种方法能及时维修的概率：0.991

习题 2.3

1. $(1)\ P(X\le 2)=\ln 2$；$P(0<X\le 3)=1$；$P(X>\sqrt{e})=1/2$；

$(2)\ f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & 1\le x<e\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

2. $(1)\ a=1;\ b=-1$；$(2)\ f(x)=\begin{cases}2xe^{-x^2} & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$

3. $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x} & -\infty<x<0\\ 1-\frac{1}{2}e^{x} & 0\le x<+\infty\end{cases}$

4. $(1)\ F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{1}{4}x^{2} & 0\le x<2\\ 1 & x\ge 2\end{cases}$ $\quad (2)\ f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x & 0\le x<2\\ 0 & 其他\end{cases}$

$(3)\ P(0\le X\le 1)=\frac{1}{4}$；

5. $a<-1$时$a=-15$；$a>-1$时$a=\frac{11}{3}$

6. $(1)\ k=\frac{3}{2}$； $\quad (2)\ F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{1}{2}x^{3}-\frac{1}{2}x^{2}+x & 0\le x<1\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$

7.（1）0.0392；（2）0.8187；（3）0.8187

8. $P(X<2.2)=0.9861$； $P(X>1.76)=0.0392$；

$P(X<-1.79)=0.0367$； $P(X<1.55)=0.8788$；

9. $(1)\ a=111.855 \quad (2)\ b=55.9275$

10. $P(X<0)=0.2$

11. 20/27

12. (1) 第一条路赶上货车的概率：0.9772

第二条路赶上货车的概率：0.9938

(2) 第一条路赶上货车的概率：0.6915

第二条路赶上货车的概率：0.1056

13. (1) 成年男子身高大于 160cm 的概率：0.8413

(2) 门设计的应该高于 186.45cm；(3) 0.963

习题 2.4

1. $Y=\sin\frac{\pi}{2}X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ \frac{2}{15} & \frac{5}{15} & \frac{8}{15}\end{pmatrix}$

2. $P(Y=0)=2e^{-1}$；$P(Y=1)=1-2e^{-1}$.

3. (1) $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{3}{8}y^2 & 0<y<2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

(2) $f_Y(y)=\begin{cases}3(1-y)^2 & 0<y<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$ (3) $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}y^{\frac{1}{2}} & 0<y<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

4. (1) $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{2y} & 1\le y\le e^2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$ (2) $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y} & y\ge 0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

5. (1) $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi}y}e^{-\frac{(\ln y)^2}{2}} & y>0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

(2) $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi(y-1)}}e^{-\frac{y-1}{2}} & y\ge 1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

(3) $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{2}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}} & y\geq 0\\ 0 & 其他\end{cases}$

6. $f_Y(y)=\begin{cases}1 & 0\leq y<1\\ 0 & 其他\end{cases}$

7. $f_Y(y)=\dfrac{1}{\pi\left(1+(\arctan y)^2\right)\left(1+y^2\right)},\ -\infty<y<\infty$

习题 2.5

1. $P(X为偶)=\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^{2k-1}\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{5}$

2. $P(X为偶)=\frac{1}{2}+\frac{(1-2p)^n}{2}$

3. 1/3

4. $P(X=k)=0.6^{k\text{-}1}0.5^{k\text{-}1}0.4+0.6^k0.5^k=0.7(0.3)^{k-1},k=1,2,3\cdots$

$P(Y=0)=0.4$

$P(Y=k)=0.6^k0.5^k+0.6^k0.40.5^k=1.4\times0.3^k,k=1,2,3\cdots$

6. $\sigma = \sqrt{\dfrac{\left(e^2-\mu\right)^2-\left(e-\mu\right)^2}{2\ln\left(\dfrac{e^2-\mu}{e-\mu}\right)}}$

7. $P\left(Y=k\right)=3^{1-k}-3^{-k}, k=1,2,3\cdots$

9. $P\left(Y=k\right)=\dfrac{(\lambda p)^k}{k!}e^{-\lambda p}, k=0,1,2\cdots$

10. $P\left(60<X<84\right)=0.8309$