姓名：__________

学号：__________

学院（系）: _______

_____ 级_____ 班

教师：__________

装

大 连 理 工 大 学

课程名称： 工科数学分析基础 1　　试卷：A　　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2016 年 1 月 11 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得　分											

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1.设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ 确定，则 $\frac{dy}{dx}=$______，$\frac{d^2y}{dx^2}=$______ 。

2. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y+xe^y=1$ 所确定，则 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$__________，曲线 $y=y(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为____________________。

3.数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}(\sin\frac{1}{n}+2\sin\frac{2}{n}+3\sin\frac{3}{n}+\ldots+n\sin\frac{n}{n})=$____________；微分方程 $y'-y=e^{2x}$ 满足条件 $y(0)=1$ 的特解 $y=$____________。

4. 曲线 $y=\frac{x^3+2}{x^2}$ 的铅直渐近线是____________，斜渐近线是____________。

5. 设函数 $f(x)=x^2\sin x$，则 $f''(0)=$________，$f^{(2015)}(0)=$__________________。

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1．设函数 $f(x)=\frac{e^x-e}{x(x-1)}$，则 $f(x)$ 有（　　）

（A）一个可去和一个跳跃间断点；　（B）一个可去和一个无穷间断点；
（C）两个跳跃间断点；　（D）两个无穷间断点。

2．已知 a 为常数，且 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x=e^2$，则 $a=$（　　）

（A）1；　（B）-1；　（C）2；　（D）-2。

3．设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某邻域内有定义，则 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的一个（　　）

（A）充分条件；　　（B）必要条件；

（C）充要条件；　　（D）即非充分也非必要条件。

4．下列结论中正确的是（　　）

（A）$\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 与 $\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 都收敛；（B）$\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 与 $\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 都发散；

（C）$\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 收敛，$\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 发散；（D）$\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 发散，$\int_{0}^{+\infty}\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 收敛。

5．设函数 $f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续，又 $\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{x-a}=-1$，则（　　）

（A）$f(a)$ 是 $f(x)$ 的一个极大值；

（B）$f(a)$ 是 $f(x)$ 的一个极小值；

（C）点 $(a,\ f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

（D）$f(a)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(a,\ f(a))$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点。

三、（10 分）求极限 $\lim_{x\to 0}(\frac{\tan x}{x})^{\frac{1}{1-\cos x}}$。

四、（10 分）求微分方程 $xy\frac{dy}{dx}=x^2+y^2$ 满足 $y(1)=0$ 的特解。

五、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 连续，证明 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\,dx$ ，并求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sin x+\cos x}\,dx$ 。

六、(10 分)设圆周 $L_1: y=\sqrt{1-x^2}\,(0\le x\le 1)$ 和星形线 $L_2:\begin{cases}x=\cos^3 t\\ y=\sin^3 t\end{cases}(0\le t\le \dfrac{\pi}{2})$ 围成的平面图形为 D 。

1、求 D 的面积；2、求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

七、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续，在 $(0,3)$ 内二阶可导，且 $2f(0)=\int_0^2 f(x)dx=f(2)+f(3)$。

1、证明：存在点 $\eta\in(0,2)$，使得 $f(\eta)=f(0)$；2、证明：存在点 $\xi\in(0,3)$，使得 $f''(\xi)=0$。