姓名：__________

学号：__________

学院（系）：________

_____ 级_____ 班

教师：__________

大 连 理 工 大 学

课程名称：　　工科数学分析基础（二）　试卷：A　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2016 年 5 月 6 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得　分											

得分	

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $F(x + y, y + z) = 1$ 所确定，其中 F 具有连续二阶偏导数，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ________，$\frac{\partial z}{\partial y} =$ ________

2. 曲面 $z - (xy)^z + 2xy = 3$ 在点 $(1, 2, 0)$ 处切平面方程为________，法线方程为 ________。

3. 函数 $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$ 的极大值________；设函数 $f(x, y) = \frac{2x + 3y}{1 + \ln(1 + xy)}$，则 $df(0, 0) =$ ________。

4. 已知 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n^{\alpha}}$ 收敛，则 α 应满足________；级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!} =$ ________

5. 函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + x - 2}$ 在点 $x = -1$ 处的幂级数为________，收敛域为________。

得分	

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1．设可微函数 $f(x,y,z)$ 在点 (x_0,y_0,z_0) 处的梯度向量为 g ，$l=(0,2,2)$ 为一常向量，且 $g\bullet l=1$ ，则 $f(x,y,z)$ 在点 (x_0,y_0,z_0) 处沿 l 方向的方向导数等于（　）

（A）$2\sqrt{2}$　　（B）$\frac{1}{2\sqrt{2}}$　　（C）$-2\sqrt{2}$　　（D）$-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

2．设 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{f(x,y)-f(0,0)+2x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$ ，则 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　）

（A）不连续　　（B）连续但两个偏导数不存在

（C）两个偏导数存在但不可微　　（D）可微

3．设有两个数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$， 则（　）

（A）当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$ 收敛　　（B）当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 发散时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$ 发散

（C）当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|b_n|$ 收敛时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2b_n^2$ 收敛　　（D）当 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|b_n|$ 发散时，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2b_n^2$ 发散

4. 已知幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=2$ 处条件收敛，则该幂级数

（A）收敛半径为 2　　（B）收敛区间为 $(0,2]$

（C） 收敛域为 $(0,2]$　　（D）收敛区间为 $(0,2)$

5．设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & 0\le x\le\frac{1}{2}\\ x-1, & \frac{1}{2}<x<1\end{cases}$ $s(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x\ (-\infty<x<+\infty)$，其中

$b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x dx$，则 $s(-\frac{5}{2})$ 等于（　）

（A）$-\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$-\frac{3}{2}$　　（D）$\frac{3}{2}$

得分	

三、（**10 分**）设$f(x)$为连续函数，且满足$f(x)=\sin x-\int_0^x t\,f(x-t)\mathrm{d}t$，求函数$f(x)$。

得分	

四、（10 分）在右手直角坐标系 Oxyz 之下，给定曲线

$$C\text{：}\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4, \\ x^2+y^2=2y. \end{cases}$$

求其在点 $P(1,1,\sqrt{2})$ 处的切线方程和法平面方程。

得分	

五、（10 分）求椭球面 $x^2+2y^2+4z^2=1$ 与平面 $x+y+z=\sqrt{7}$ 之间的最短距离。

得分	

六、（10 分）求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(1+\frac{1}{n(2n-1)}\right)x^{2n}$的收敛域与和函数，并求数项级数

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n(2n-1)\cdot 3^{n}}$的和

得分	

七、（10 分）给定函数 $f(x)=1-|x-1|,\quad 0\le x\le 2$。将其展开成正弦级数。并求级数

$\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}$ 的值。