# 数据结构部分课后习题答案

## 第三章

3.1

（1）n 个结点可构造出多少种不同形态的二叉树？

解：

当 $n=1$ 时，只有 1 个根节点，则只能组成 1 种形态的二叉树，令 n 个节点可组成的二叉树数量表示为 $f(n)$，则 $f(1)=1$;

当 $n=2$ 时，1 个根节点固定，还有 $n-1$ 个节点，可以作为左子树，也可以作为右子树，即：$f(2)=f(0)*f(1)+f(1)*f(0)=2$，则能组成 2 种形态的二叉树。这里 $f(0)$表示空，所以只能算一种形态，即 $f(0)=1$;

当 $n=3$ 时，1 个根节点固定，还有 $n-1=2$ 个节点，可以在左子树或右子树，即：$f(3)=f(0)*f(2)+f(1)*f(1)+f(2)*f(0)=5$，则能组成 5 种形态的二叉树。

以此类推，当 $n>=2$ 时，可组成的二叉树数量为 $f(n)=f(0)*f(n-1)+f(1)*f(n-2)+...+f(n-1)*f(0)$种。

即符合 Catalan 数的定义，可直接利用通项公式得出结果。

递归式：

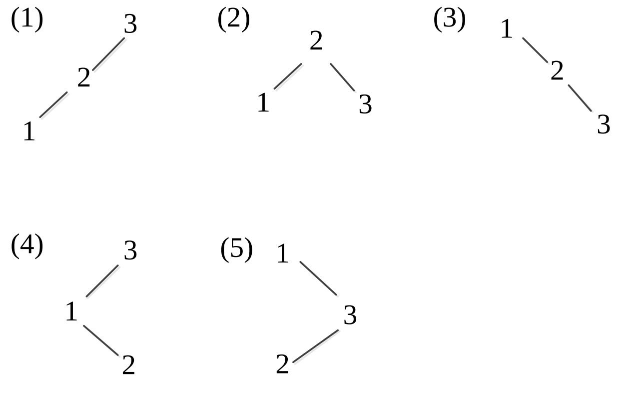
$h(n)=h(n-1)*(4*n-2)/(n+1)$;

该递推关系的解为：

$h(n)=C(2n,n)/(n+1)$ $(n=1,2,3,...)$

（2）若有 3 个数据 1,2,3，输入它们构造出来的中序遍历结果都为 1,2,3 的不同二叉树有哪些？

解：有五种，如下：




3.2 树深度为 6，17 个叶子结点，度为 1 的节点为 0

3.3 某二叉树有 20 个叶结点，有 30 个结点仅有一个孩子，求该二叉树的总结点数是多少？

解：设二叉树中度为 0、1、2 的结点数分别为 $n_0$、$n_1$ 、$n_2$。

由题可知：$n_0$=20, $n_1$ =30。

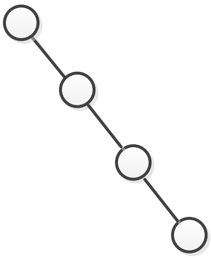
由性质：任何一棵二叉树，度为 0 的结点比度为 2 的结点多一个，可知

$n_2$= $n_0$-1=20-1=19，即度为 2 的结点个数为 19 个。

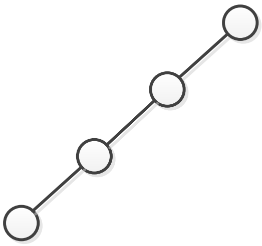
因此总结点数 n= $n_0$+$n_1$ +$n_2$=20+30+19=69 个。

3.4

(1)



(2)



(3)

3.7 在中序线索二叉树中如何查找给定结点的前序后继,后序后继

前序后继：如果节点的 ltag==0，那么后继是节点的左孩子，否则，如果 ltag==1&&rtag==0，后继是右孩子，如果 ltag==1&&rtag==1，那么找到节点的父节点 p，如果该节点是 p 的左孩子，且 p->rtag==0，那么 p 的右孩子是节点的后继，如果 p->rtag==1，那么 q=p->rchild，q 是节点 p 在中序时的后继，如果 q->rtag==0，q 的右孩子是后继，否则 q=q->rchild,直到找到 q->rtag==0 的节点或者 q==null 为止，q==null 说明所求节点没有后继。

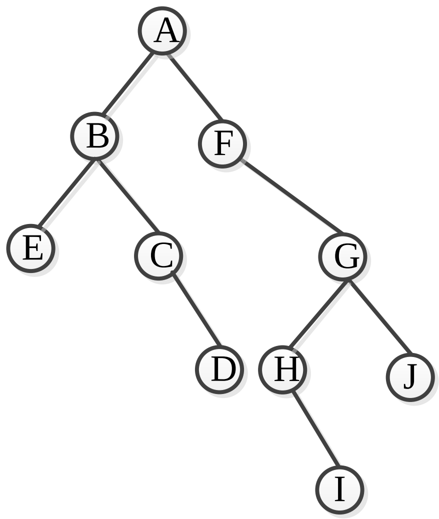
后序后继：先根据中序全线索二叉树的性质找出 p 的父节点 r：

1）如果 r->RightChild ！= p 则对 r 的右子树进行后序遍历后访问的第一个节点就是 p 在后序序列中的后继；如果没有右子树，p 在后序遍历中的后继就是 r

2）如果 r->RightChild == p 则 r 就是 p 在后序序列中的后继。

3.9

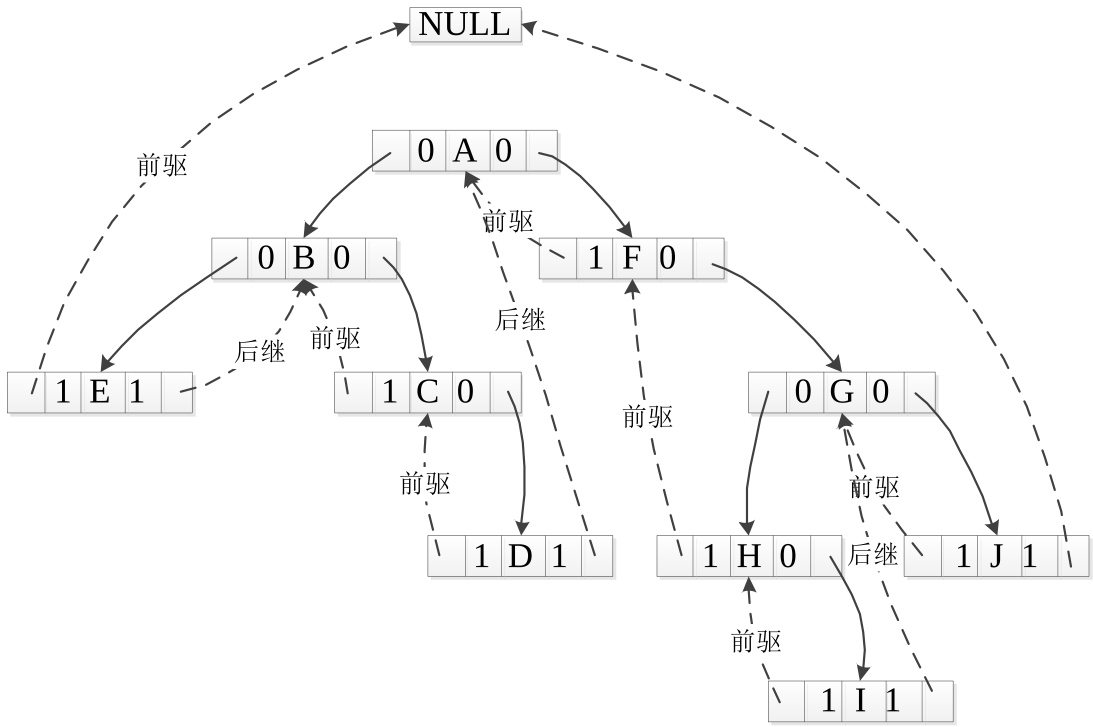
(1)



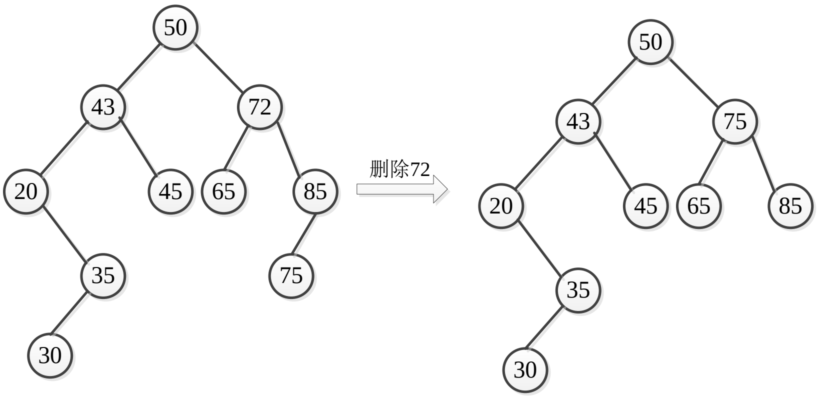

后序遍历：

EDCBIHJGFA

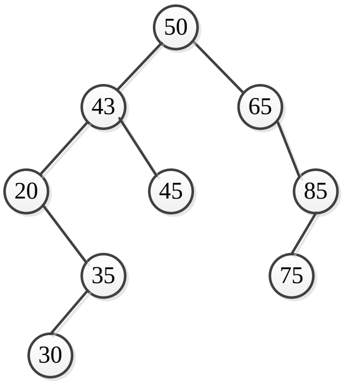
(2)




3.10




或者




3.11

解答：高度为 h 的 AVL 树，最少节点数为：

$$N = \frac{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^{h+2}}{\sqrt{5}} - 1$$

当节点数为 n 时，根据上式可求得，数的最大高度为:

$$h_{max} = \left\lfloor \log_{\varphi}\left(\sqrt{5} + (n+1)\right) - 2 \right\rfloor$$

$$其中\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

最小高度为:

$$h_{min} = \lceil \log_2(\mathrm{n}+1) \rceil$$

注：以上最少节点数可以利用归纳法可以得到，如下规律：

当 h=1，N(1)=1

当 h=2，N(2)=2

当 h=3，N(3)=4

当 h=4，N(4)=7

当 h=5，N(5)=12

……

归纳可以发现类似于斐波那契数列的规律：

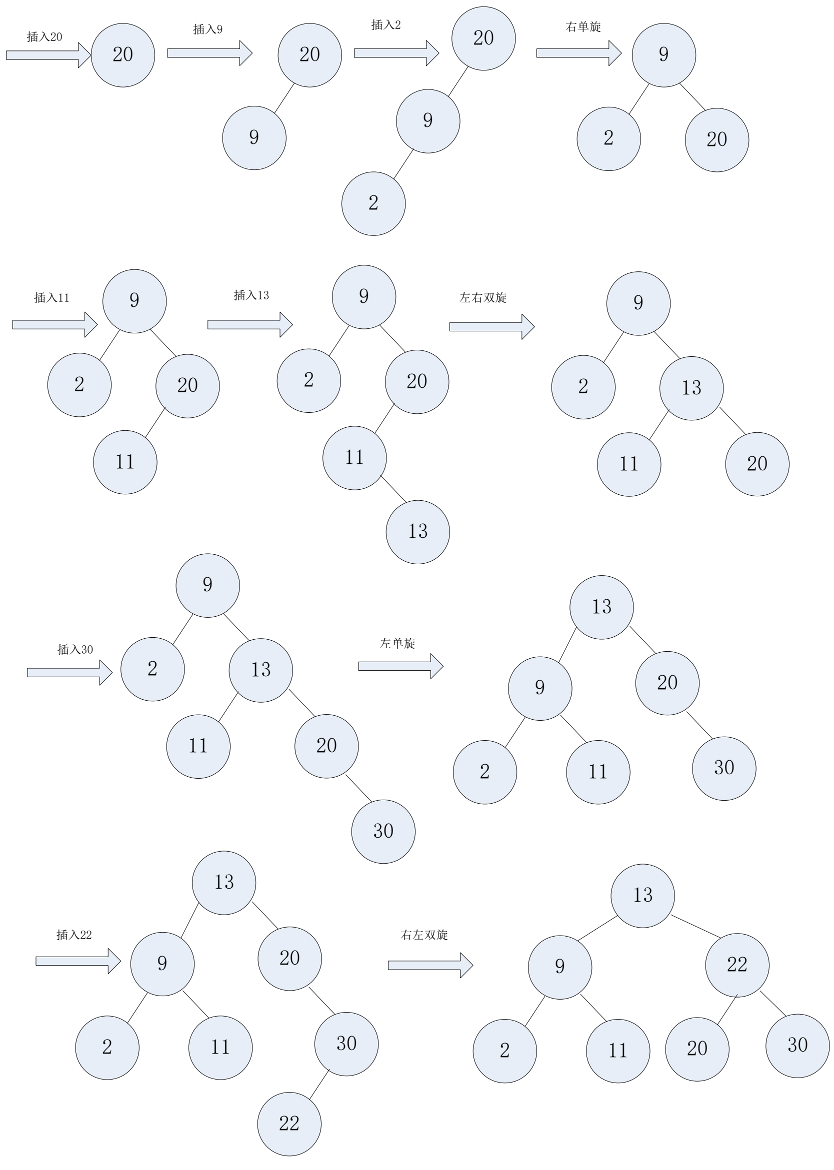
$$N(h) = N(h-1) + N(h-2) + 1$$

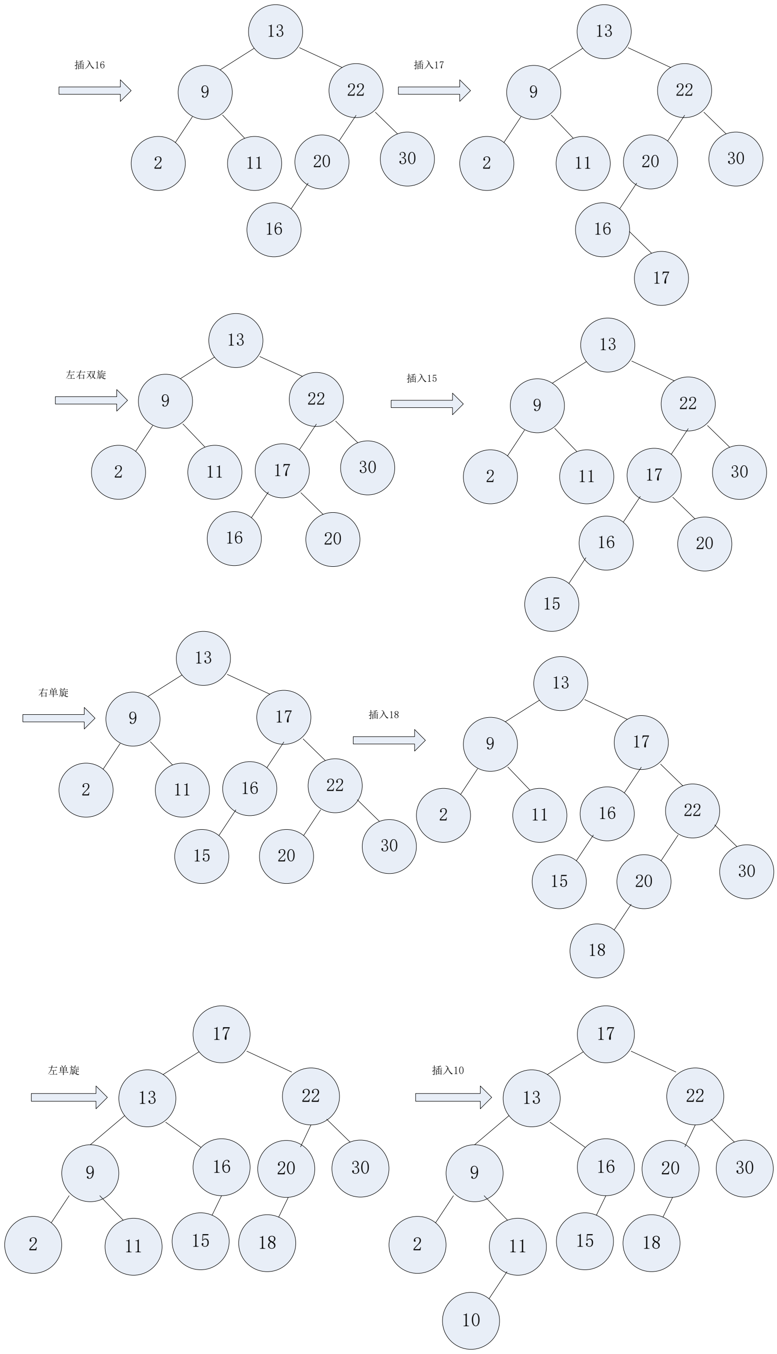
其中 h>2。利用特征根求数列的方法，可以求得结果。

3.12 若关键字的输入序列为 20,9,2,11,13,30,22,16,17,15,18,10。

（1）试从空树开始顺序输入各关键字建立平衡二叉树。画出每次插入时二叉树的形态，若需要平衡化旋转则做旋转并注明旋转类型；

解：插入过程及旋转如图所示：






（2）计算该平衡二叉搜索树在等概率下的查找成功的平均查找长度；

解：12 个结点在等概率查找的情况下，每个结点被查找的概率为$\frac{1}{12}$。

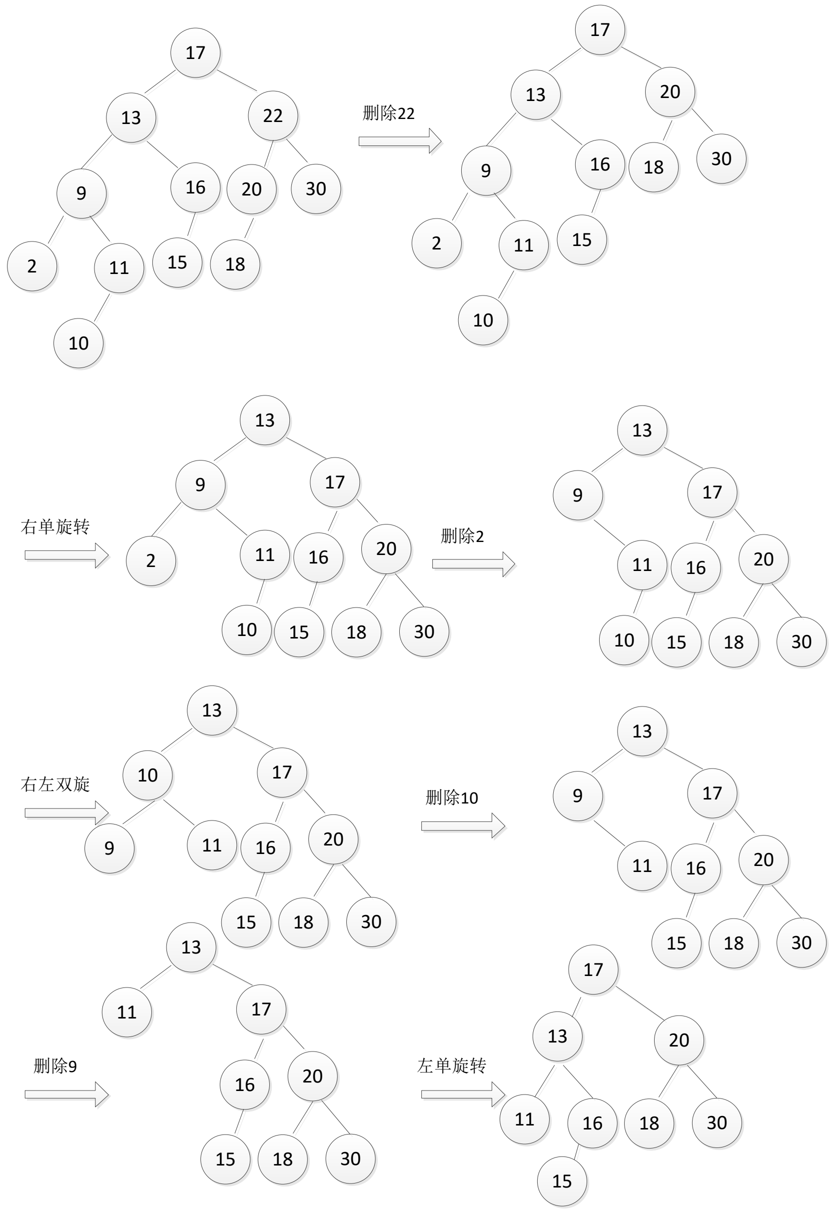
由上题所得最后的结果可知：查找长度为 0 的结点个数为 1，查找长度为 1 的结点个数为 2，查找长度为 2 的结点个数为 4，查找长度为 3 的结点个数为 4，查找长度为 4 的结点个数为 1。因此：

查找成功的平均查找长度$=1\times 0\times \frac{1}{12}+2\times 1\times \frac{1}{12}+4\times 2\times \frac{1}{12}+4\times 3\times \frac{1}{12}+4\times 1\times \frac{1}{12}=\frac{26}{12}=\frac{13}{6}$

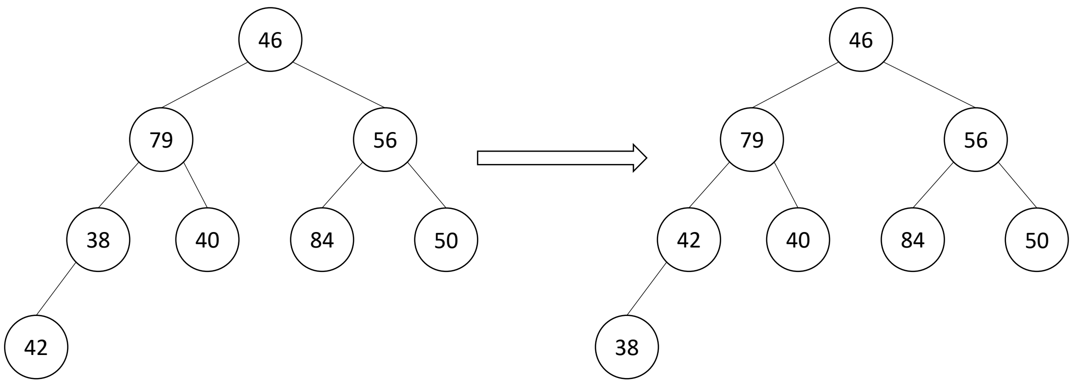
（3）基于上面的建树的结果，画出从树中删除 22，删除 2，删除 10 与 9 后树的

形态和旋转类型。

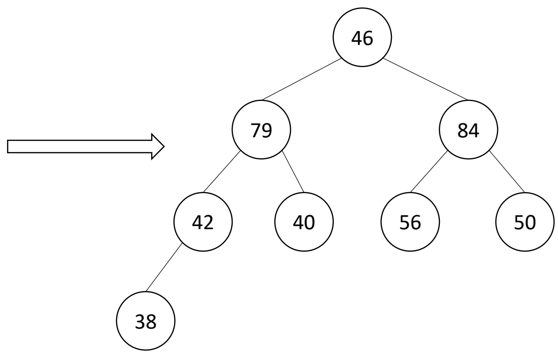
解：删除后的结果和旋转如下：



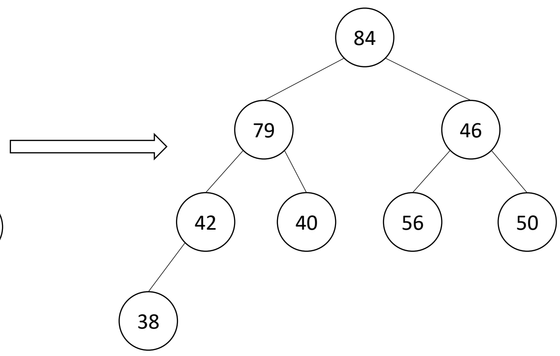

3.13



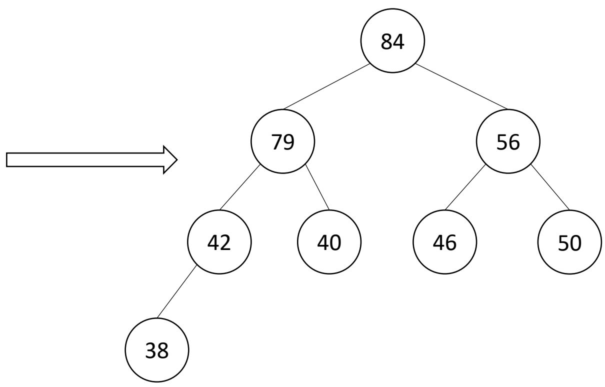
(1) (2)




(3)

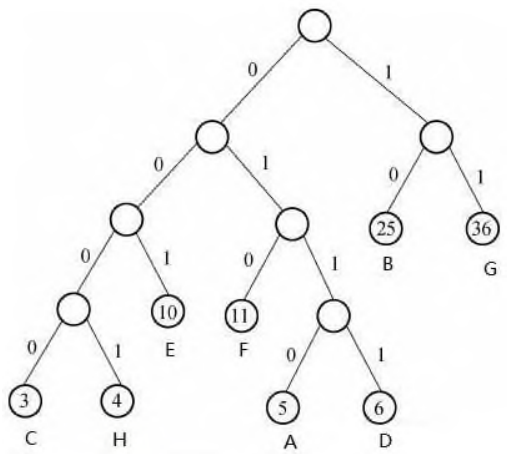



(4)




(5)

3.15、假定用于通信的电文仅由 8 个字母 A，B，C，D，E，F，G，H 组成,各字母在电文中出现的频率分别为 5,25,3,6,10,11,36,4。试为这 8 个字母设计不等长 Huffman 编码,并给出该电文的总码数。




A:0110 B:10 C:0000 D:0111 E:001 F:010 G:11 H:0001

对应字母的码数加和为 4+2+4+4+3+3+2+4=26。

3.16

解答：高度最小为 2，n-1 个叶结点，1 个分支结点。

　　　高度最大为 n，1 个叶结点，n-1 个分支结点

3.17

先序：ABCEIJFGKHD

后序：BIJEFKGHCDA

3.18

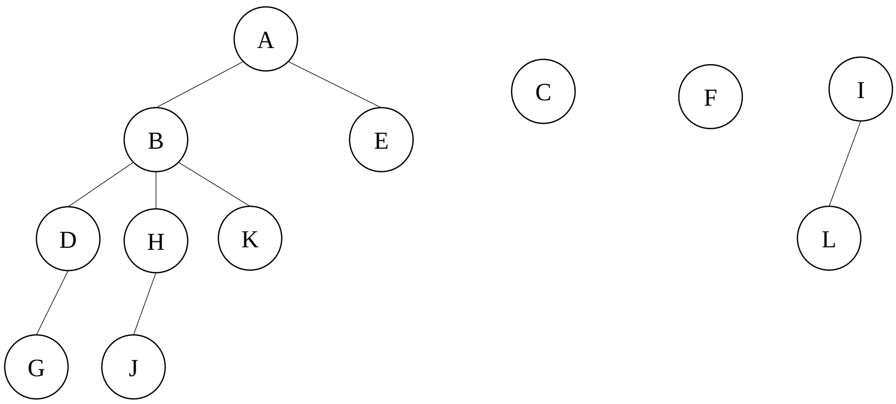
先根序列：ABCDEF　GHIJK　LMNPQRO

后根序列：BDEFCA　IJKHG　MPRQNOL

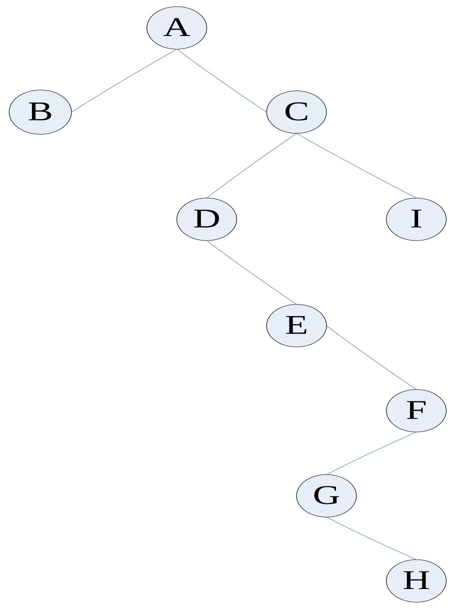
层次序列：ABCDRF　GHIJK　LMNOPQR

3.19

图 3-64 中的二叉树所对应的森林

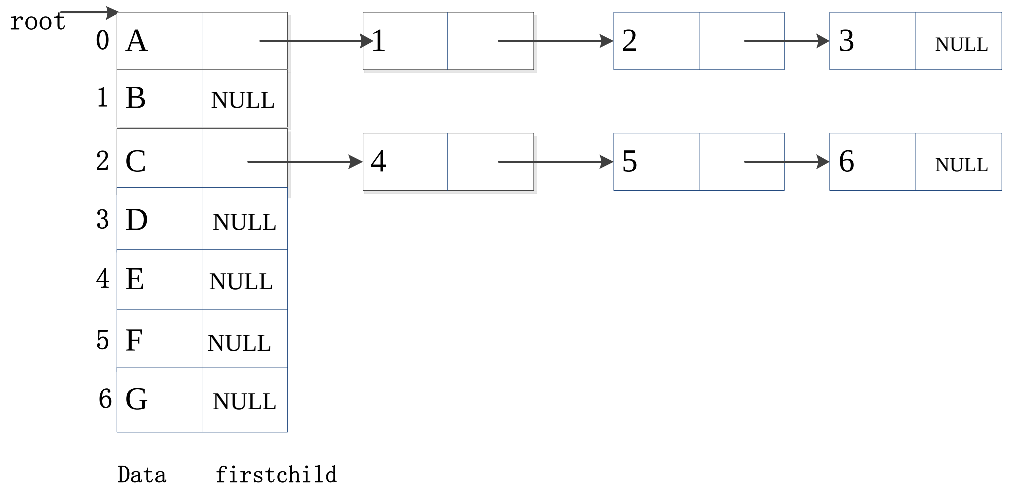



3.20

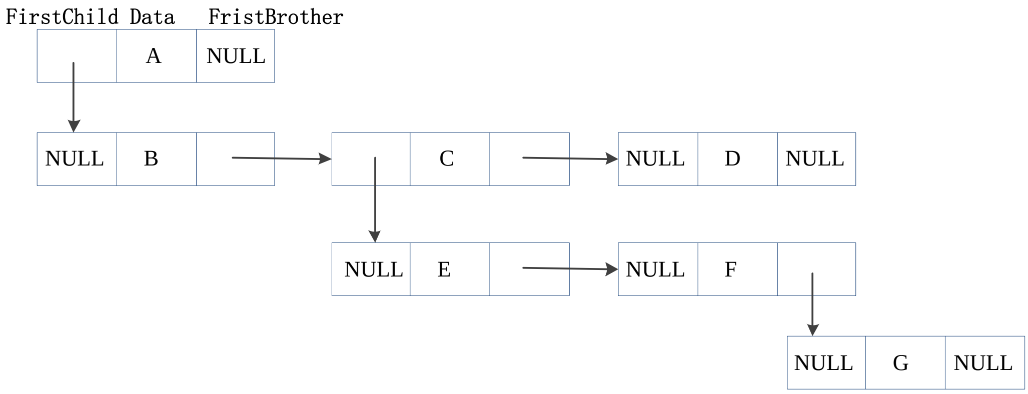



3.21

（1）孩子表示法：




（2）孩子—兄弟表示法：




（3）双亲表示法：

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| data | A | B | C | D | E | F | G |
| parent | -1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 |