# 大 连 理 工 大 学

课 程 名 称：概率统计 A　试卷：A　考试形式：闭卷

授课院（系）：数　学　考试日期：2014 年 11 月 11 日　试卷共 4 页

| | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 标准分 | 10 | 10 | 14 | 12 | 14 | 10 | 15 | 15 | 100 |
| 得　分 | | | | | | | | | |

一. 设 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为样本空间 $\Omega$ 的一组划分，且 $P(A_i) = p_i > 0$，$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$。

试用全概率公式求 $A_i$ 比 $A_j$ 先发生的概率。（$i \neq j$）。

二. 已知随机变量 $X$ 服从参数为 $p$ 的几何分布，证明对于任意的非负整数 $n, m$，都有

$$P(X > n+m \mid X > m) = P(X > n)。$$

三. 已知随机变量 $X$ 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} a, & -1\le x<0 \\ b, & 0\le x<2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，且 $EX=1$。

（1）求参数 $a,b$；（2）求 $Y=X^2$ 的密度函数。

四. 某射手对一目标独立地进行射击，每次命中的概率均为 $p$，以 $X$ 表示第一次命中时的射击次数，以 $Y$ 表示第三次命中时的射击次数。

（1）求二维随机变量 $(X,Y)$ 的联合分布列；（2）求 $X$ 与 $Y$ 的边际分布列。

五. 设二维随机变量$(X,Y)$的联合密度为$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2x^2y}, & 1<x<\infty,\dfrac{1}{x}<y<x \\ 0, & 其他\end{cases}$。

（1）求$X$与$Y$的边际密度；

（2）求$Z=XY$的密度函数。

六. 设二维随机变量$(X,Y)$的联合密度为$f(x,y)=\begin{cases}12y^2, & 0<y<x<1 \\ 0, & 其他\end{cases}$，求$EX^2$。

七、设总体 X 服从区间$[-\theta,\theta]$上的均匀分布. $X_1X_2,\cdots,X_n$ 为随机样本。

试求参数$\theta$的矩估计量$\hat{\theta}$，并求$E\hat{\theta}^2$.

八. 设学生在某次考试中的成绩 X 服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，其中$\mu$与$\sigma^2$均未知. 今随机地抽取 25 个样本，得样本均值$\bar{x}=78.25$，样本方差$s^2=2.5^2$.

（1） 试求总体方差$\sigma^2$的置信区间。 （2）问可否认为总体均值$\mu=80$？

（$\alpha=0.05, t_{0.025}(24)=2.0639$，$\chi^2_{0.025}(24)=39.364, \chi^2_{0.975}(24)=12.401$）