

《计算流体力学基础》第四次作业

计算如下二阶常微分方程边值问题的近似解

$$\begin{cases} L(u) = \frac{d^2 u}{dx^2} + u + x = 0 & (0 \leq x \leq 1) \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases}$$

提示： 近似解取为

$$u = x(1-x)(a_1 + a_2x + \cdots)$$

手工计算可以只取前两项

$$u = x(1-x)(a_1 + a_2x)$$

需要两个方程来确定其中的系数 a_1 和 a_2 。

1. 配置法选配置点 $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$ 。
2. 子区域法取的两个子区域为 $0 < x < \frac{1}{2}$ 和 $0 < x < 1$ 。
3. 比较配置法, 子区域法, 最小二乘法, 矩法, Galerkin 法的精度。

针对任意的 n , 编制 Galerkin 算法的计算程序, 并比较在 n 逐渐增加时解的精度改善情况。