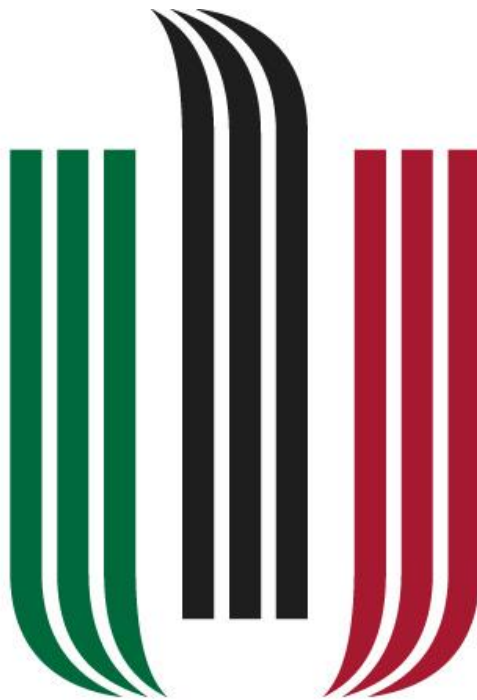


Roboty Usługowe



AGH

**AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA
W KRAKOWIE**

Robot spawalniczy

Bartosz Wojdon, gr.nr.2, nr indeksu: 412288, email:bmwojdon@student.agh.edu.pl

Kierunek: Inżynieria mechatroniczna

Rok akademicki: III

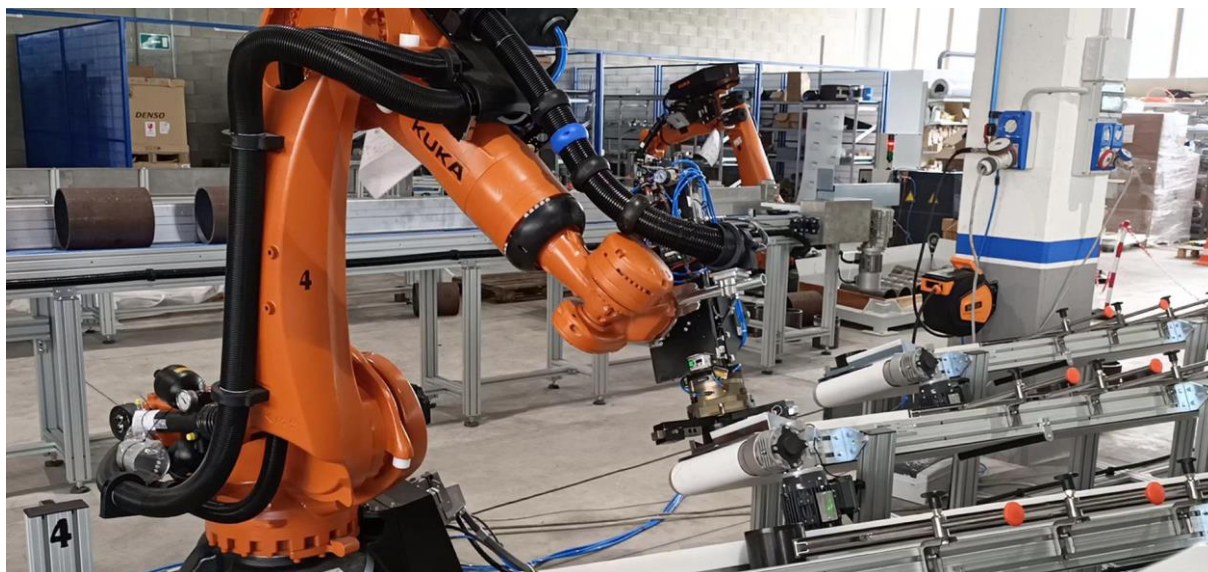
Spis treści

Wstęp	3
Rozdział I (Budowa robota)	4
Widok rozstrzelony.....	5
1.1 Część 1.....	6
1.2 Część 2.....	7
1.3 Część 3.....	8
1.4 Część 4.....	9
1.5 Część 5.....	10
1.6 Część 6.....	11
Rozdział II (Model kinematyczny)	12
2.1 Tabela DH.....	13
Rozdział III (Kinematyka prosta)	14
3.1 Główne obliczenia.....	14
3.2 Przykładowe wartości dla wybranych kątów 1.....	16
3.3 Przykładowe wartości dla wybranych kątów 2.....	19
3.4 Przykładowe wartości dla wybranych kątów 3.....	22
Rozdział IV (Kinematyka odwrotna)	25
4.1 Kinematyka odwrotna.....	26
4.2 Przykładowe wartości dla wybranych współrzędnych 1.....	30
4.3 Przykładowe wartości dla wybranych współrzędnych 2.....	36
4.4 Przykładowe wartości dla wybranych współrzędnych 3.....	42

1.Wstęp

W dzisiejszej erze przemysłowej, postęp technologiczny w dziedzinie robotyki odgrywa kluczową rolę w transformacji procesów produkcyjnych. W kontekście tej ewolucji, niniejsze badanie skupia się na konstrukcji i implementacji robota antropomorficznego o 5 stopniach swobody, z szczególnym naciskiem na jego zastosowanie w dziedzinie spawalnictwa.

Celem projektu jest przyczynienie się do rozwoju zaawansowanych technologii robotycznych, umożliwiających precyzyjne i elastyczne wykonywanie zadań spawalniczych. Poprzez zastosowanie zaawansowanych algorytmów kinematyki.

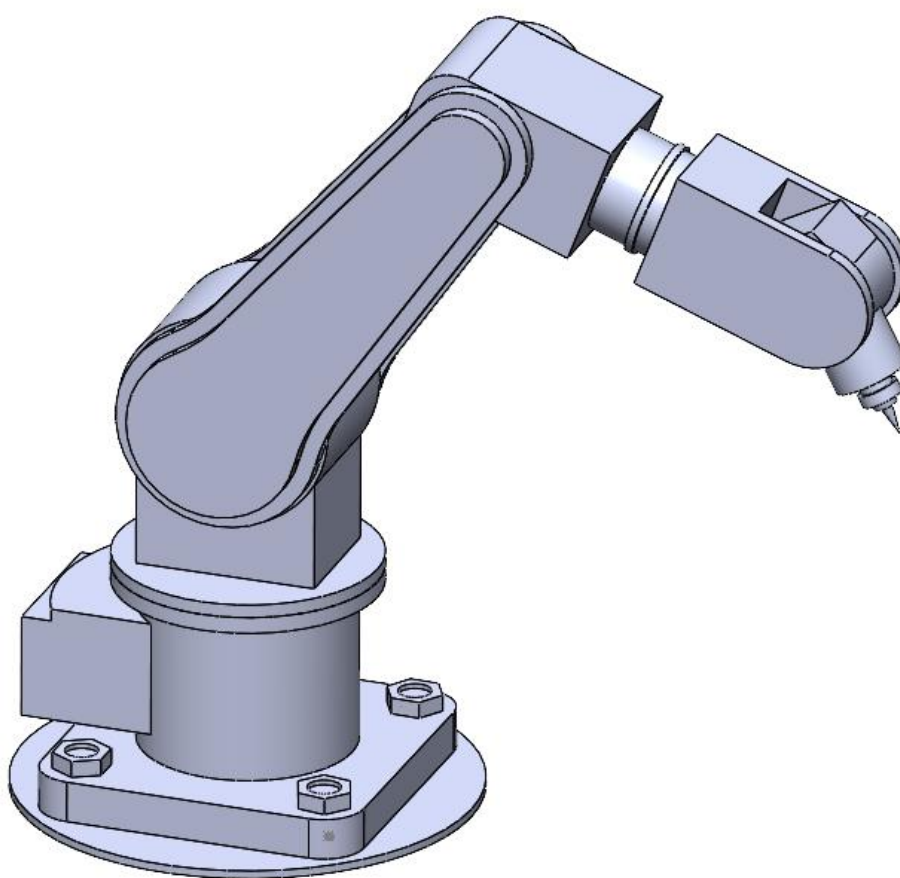


Rysunek 1. Zdjęcie robota. Link: <https://www.albaautomazione.it/robot-industriali/antropomorfi/>

2. Budowa

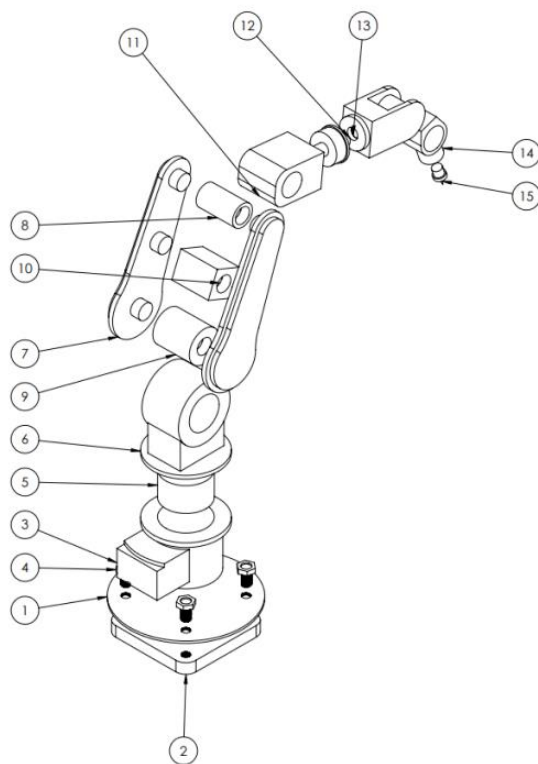
W trakcie tego projektu zaanektowałem narzędzia wirtualnej konstrukcji, a konkretnie SolidWorks, do stworzenia zaawansowanego robota antropomorficznego o 5 stopniach swobody. Wirtualne środowisko SolidWorks pozwoliło mi precyzyjnie wyobrazić sobie każdy element konstrukcyjny, zanim w ogóle dotknąłem narzędzi fizycznych.

Rozpoczynając od koncepcji na ekranie, starannie projektowałem poszczególne elementy, dbając o ergonomiczną i funkcjonalną strukturę. SolidWorks pozwalał mi w czasie rzeczywistym obserwować, jak poszczególne części współpracują ze sobą.



Rysunek 2. Model robota

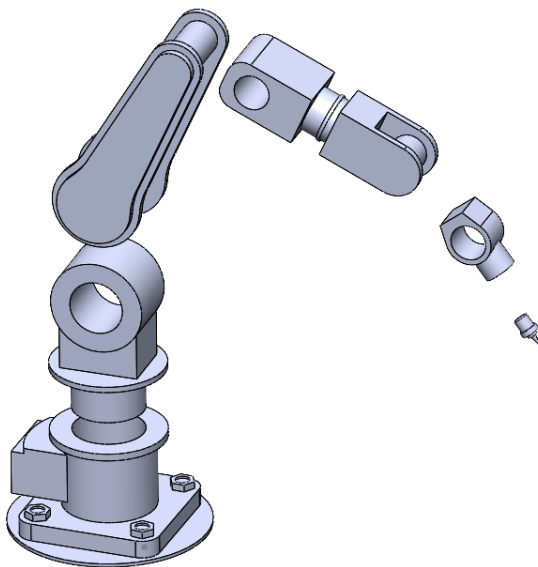
Złożenie:



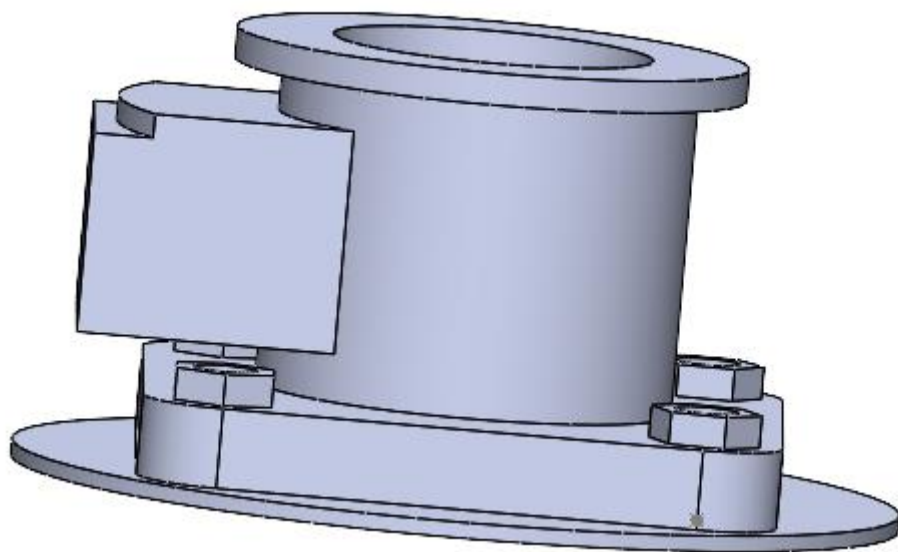
NR ELEMENTU	NUMER CZĘŚCI
1	Płytki bazowa
2	Podstawa
3	Silnik
4	Śruba
5	Złącze
6	Moduł połączeniowy
7	Segment ramienia
8	Stabilizator 1
9	Stabilizator 2
10	Stabilizator 3
11	Złącze
12	Połączenie
13	Złącze
14	Moduł złączeniowy
15	Końcówka spawarki

Tabela 1. Numery elementów

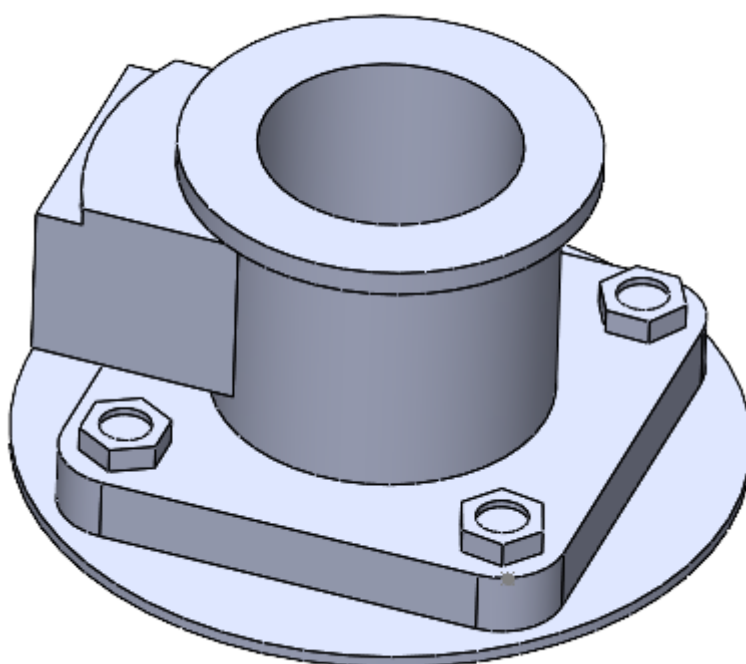
Rysunek 3. Złożenie robota



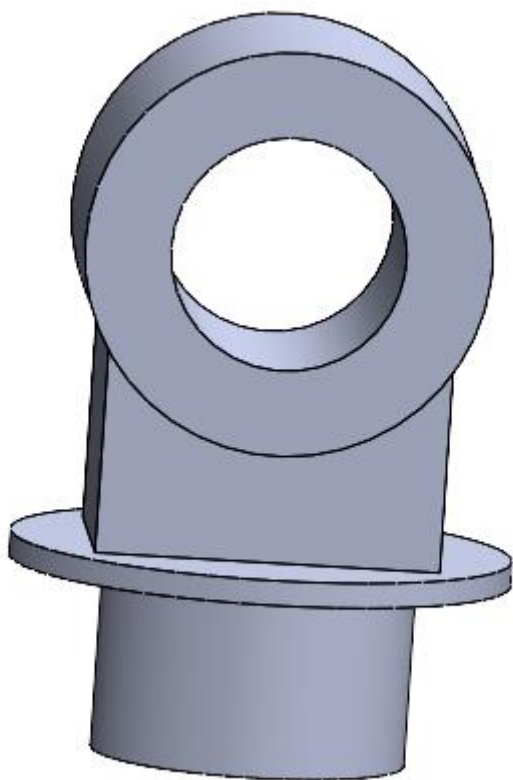
Rysunek 4. Rozstrzelony widok



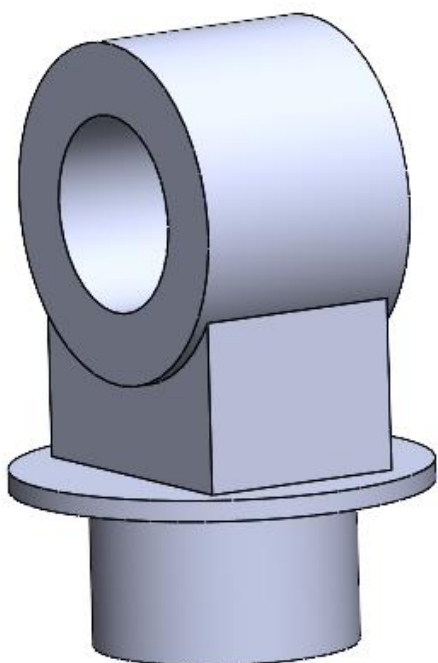
Rysunek 5.Część nr1



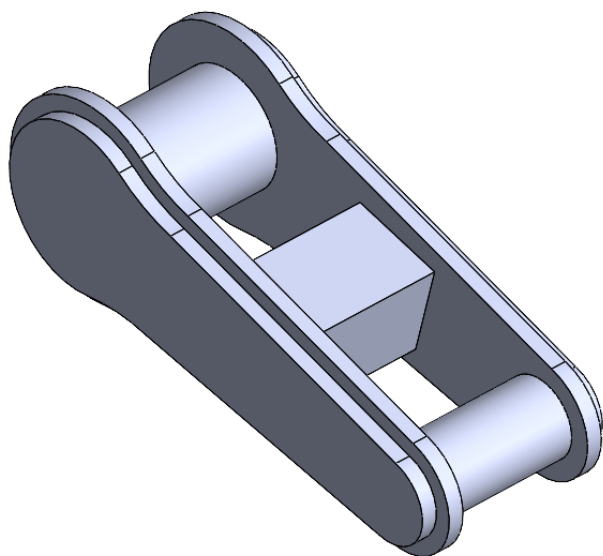
Rysunek 6.Część nr1



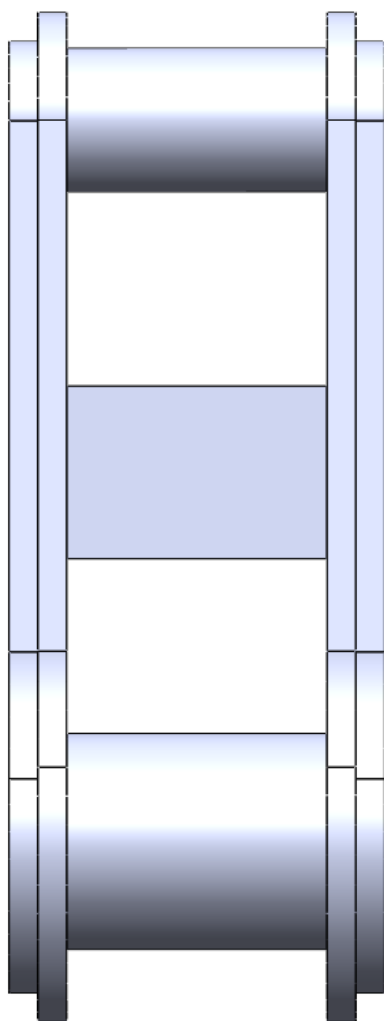
Rysunek 7.Część nr2



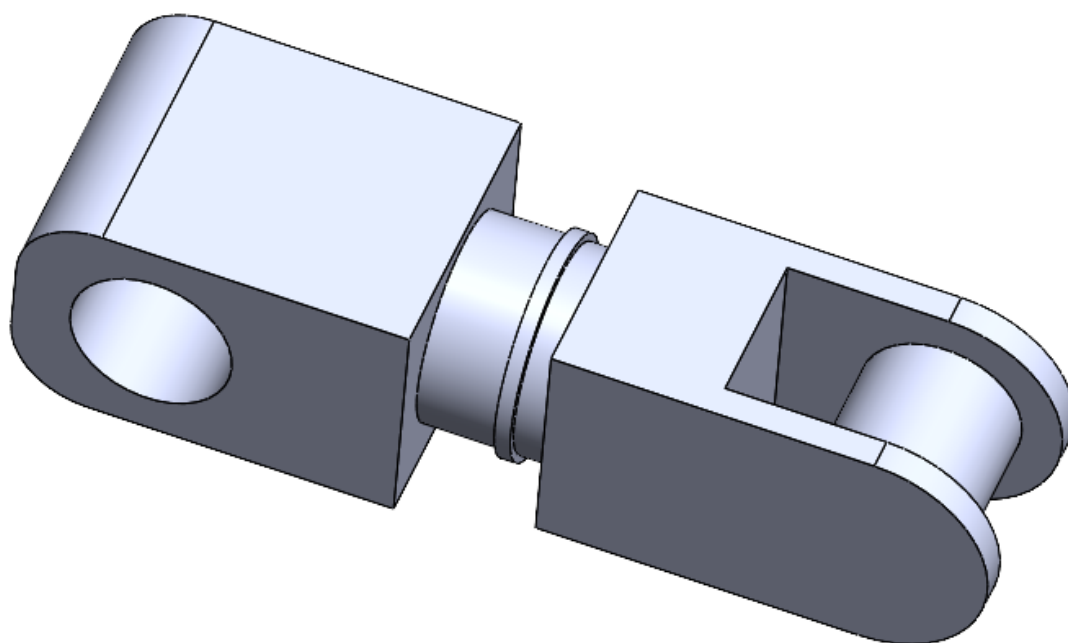
Rysunek 8.Część nr2



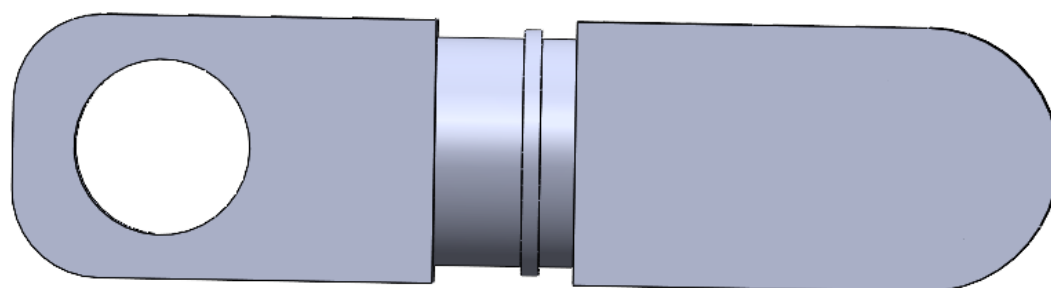
Rysunek 9.Część nr3



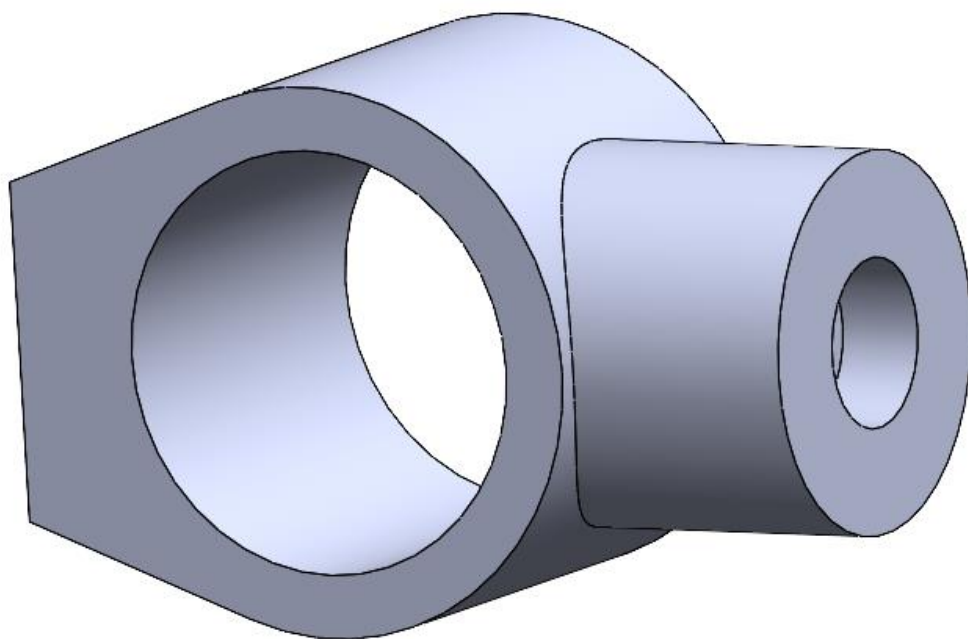
Rysunek 10.Część nr3



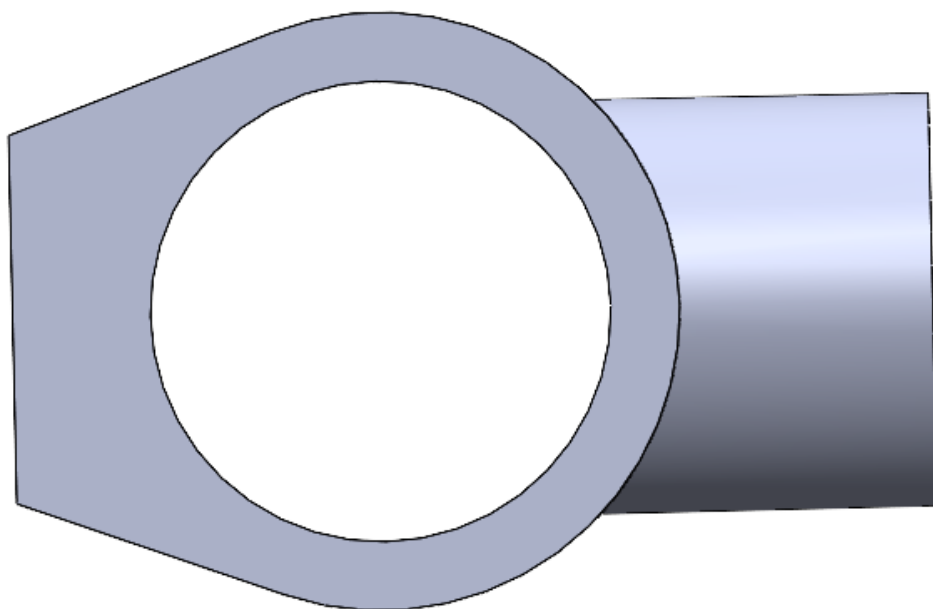
Rysunek 11.Część nr4



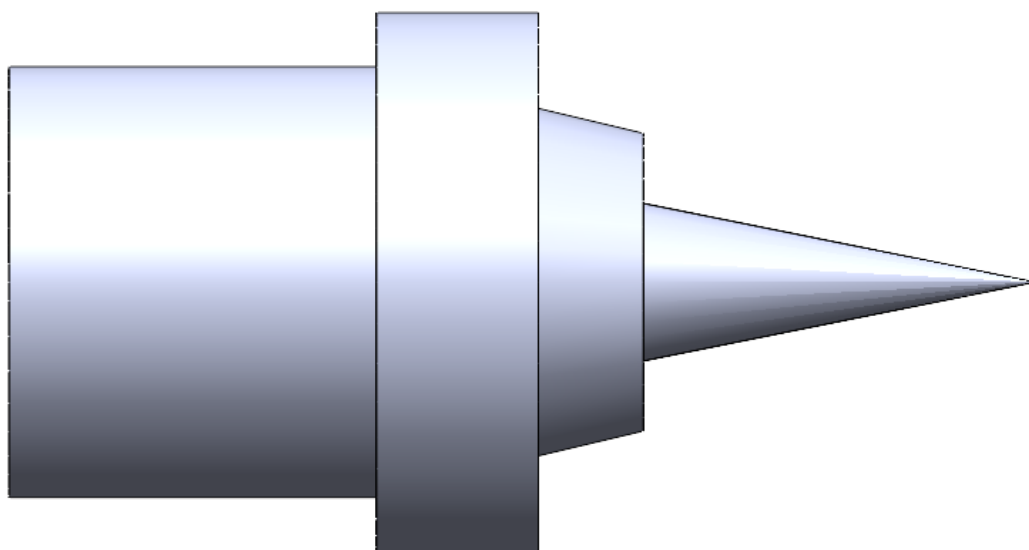
Rysunek 12.Część nr4



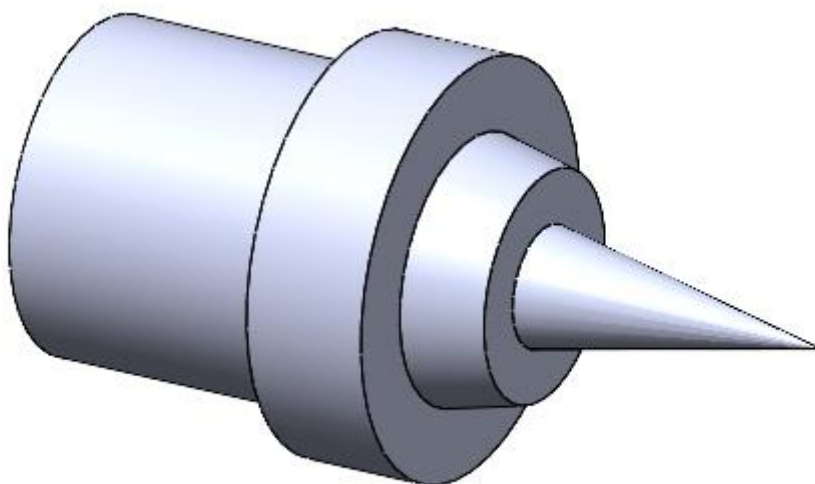
Rysunek 13.Część nr5



Rysunek 14.Część nr5

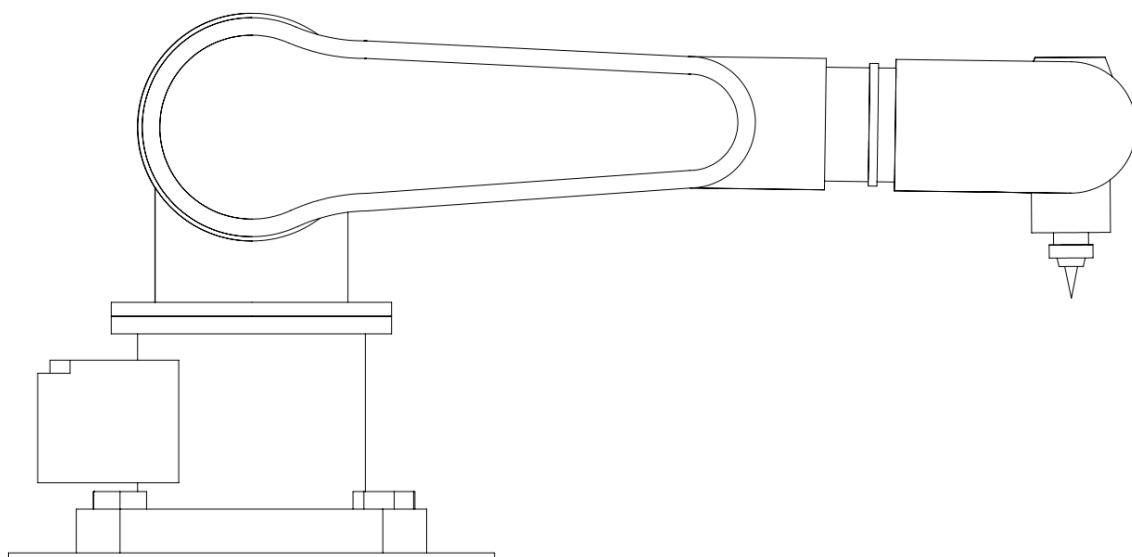


Rysunek 15.Część nr6

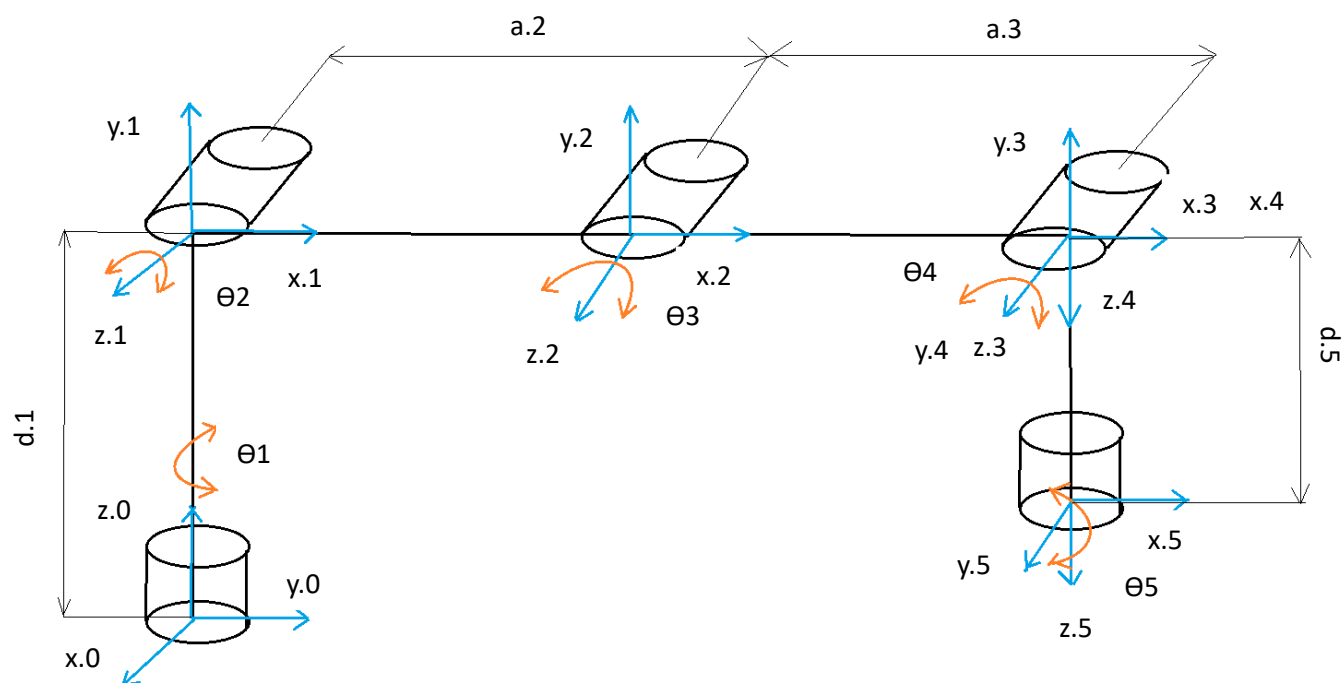


Rysunek 16.Część nr6

3.Model kinematyczny



Rysunek 17.Model kinematyczny 1



Rysunek 18.Model kinematyczny 2

Tabela DH:

układ	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1 var	d.1	0	90°
2	θ_2 var	0	a.2	0°
3	θ_3 var	0	a.3	0°
4	θ_4 var	0	0	90°
5	θ_5 var	d.5	0	0°

Tabela 2. Tabela DH

Parametry DH:

d.1 = 496

a.2 = 500

a.3 = 437,71

d.5 = 194,81

4. Kinematyka prosta

Kinematyka prosta jest działem nauki zajmującym się badaniem ruchu ciał bez analizy przyczyn jego powstawania. Koncentruje się ona na opisie ruchu, bez głębszego zagłębiania się w siły czy momenty, które na niego wpływają. W skrócie, kinematyka prosta dostarcza narzędzi matematycznych i graficznych do opisu i analizy ruchu obiektów.

Cel i Zastosowanie:

Głównym celem kinematyki prostej jest zrozumienie i opisanie ruchu obiektów, a to pozwala na rozwiązanie praktycznych problemów związanych z planowaniem ruchu, projektowaniem maszyn, sterowaniem robotami czy analizą biomechaniki. Używa się jej także w dziedzinach takich jak transport, inżynieria mechaniczna, a nawet w projektowaniu gier komputerowych. Kinematyka prosta dostarcza narzędzi matematycznych, takich jak równania ruchu, aby móc precyzyjnie opisywać i przewidywać ruch obiektów w przestrzeni.

Główna macierz rotacji:

$$A_i = \text{Rot}_z, \theta * \text{Trans}_z, d * \text{Trans}_x, a * \text{Rot}_x, \alpha =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\cos\alpha * \sin\theta & \sin\alpha * \sin\theta & a * \cos\theta \\ \sin\theta & \cos\alpha * \cos\theta & -\sin\alpha * \cos\theta & a * \sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Poszczególne macierze:

$$A(0-1)=\begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$A(1-2)=\begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & a2 * \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & a2 * \sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A(2-3)=\begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & a3 * \cos\theta_3 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & a3 * \sin\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A(3-4)=\begin{bmatrix} \cos\theta_4 & 0 & \sin\theta_4 & 0 \\ \sin\theta_4 & 0 & -\cos\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A(4-5)=\begin{bmatrix} \cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & 0 \\ \sin\theta_5 & \cos\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Wymnożona macierz:

$$A(0-5)=A(0-1)*A(1-2)*A(2-3)*A(3-4)*A(4-5) \quad (6)$$

$$A(0-5) = \begin{bmatrix} c12345 + s15 & -s5c1234 + s1c5 & c1s234 & c1(d5s234 + a3c23 + a2c2) \\ s1c2345 - c1s5 & -s15c234 - c15 & s1s234 & s1(d5s234 + a3c23 + a2c2) \\ c5s234 & -s5s234 & -c234 & -d5c234 + a3s23 + a2s2 + d1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gdzie np: $c12345 = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5)$

Przykładowe wartości dla wybranych kątów:

Dla kątów: $\theta_1 = 0^\circ$ $\theta_2 = 0^\circ$ $\theta_3 = 0^\circ$ $\theta_4 = 0^\circ$

```

1  % Wartości zmiennych
2  theta1 = 0; % kąt w stopniach
3  theta2 = 0; % kąt w stopniach
4  theta3 = 0; % kąt w stopniach
5  theta4 = 0; % kąt w stopniach
6  theta5 = 0;
7
8  d5 = 194.81;
9  a3 = 437.71;
10 a2 = 500;
11 d1 = 496;
12
13 % Przekształcone równania
14 nx = cosd(theta1+theta2+theta3+theta4+theta5) + sind(theta1+theta5);
15 ox = -sind(theta5)*cosd(theta1+theta2+theta3+theta4) + sind(theta1)*cosd(theta5);
16 ax = cosd(theta1)*sind(theta2+theta3+theta4);
17 px = cosd(theta1)*(d5*sind(theta2+theta3+theta4) + a3*cosd(theta2+theta3) + a2*cosd(theta2));
18
19 ny = sind(theta1)*cosd(theta2+theta3+theta4+theta5) - cosd(theta1)*sind(theta5);
20 oy = -sind(theta1+theta5)*cosd(theta2+theta3+theta4) - cosd(theta1+theta5);
21 ay = sind(theta1)*sind(theta2+theta3+theta4);
22 py = sind(theta1)*(d5*sind(theta2+theta3+theta4) + a3*cosd(theta2+theta3) + a2*cosd(theta2));
23
24 nz = cosd(theta5)*sind(theta2+theta3+theta4);
25 oz = -sind(theta5)*sind(theta2+theta3+theta4);
26 az = cosd(theta2+theta3+theta4);
27 pz = -d5*cosd(theta2+theta3+theta4) + a3*sind(theta2+theta3) + a2*sind(theta2) + d1;
28
29 % Wyświetlenie wyników
30 disp(['nx: ', num2str(nx)]);
31 disp(['ox: ', num2str(ox)]);
32 disp(['ax: ', num2str(ax)]);
33 disp(['px: ', num2str(px)]);
34 disp(['ny: ', num2str(ny)]);
35 disp(['oy: ', num2str(oy)]);

```

Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

```

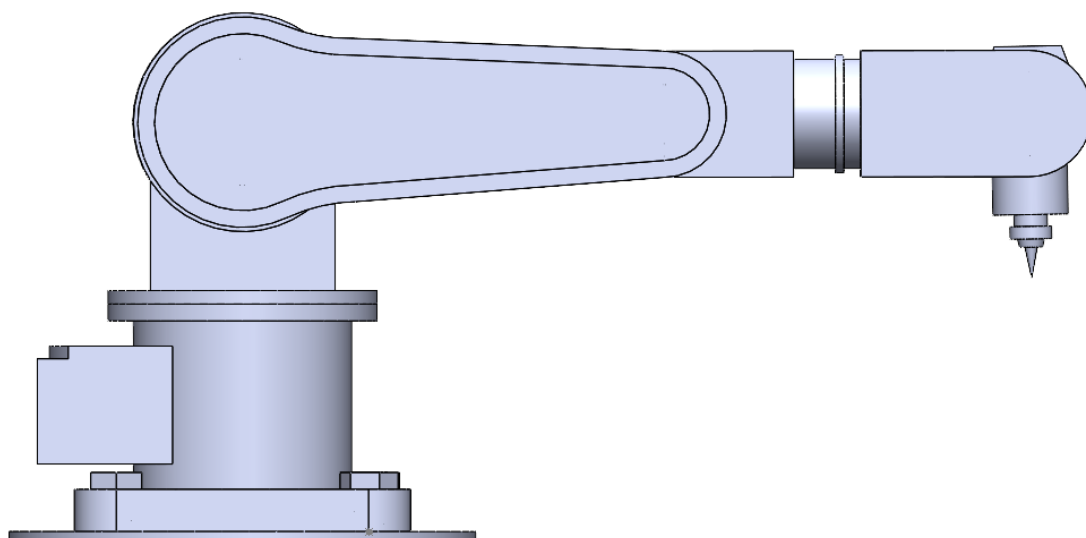
>> duzamacierz
nx: 1
ox: 0
ax: 0
px: 937.71
ny: 0
oy: -1
ay: 0
py: 0
nz: 0
oz: 0
az: 1
pz: 301.19

```

Rysunek 19. Obliczenia kinematyki prostej

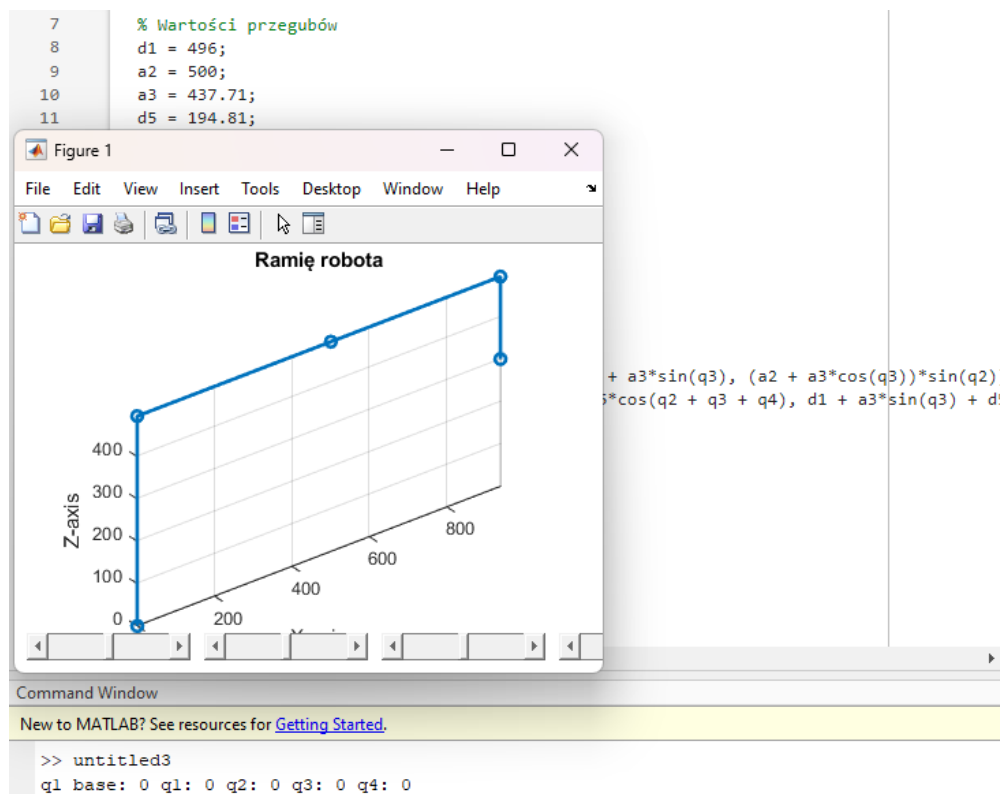
Współrzędne końcowe x:937.71 y:0 z:301.19

Model w Solidworksie:

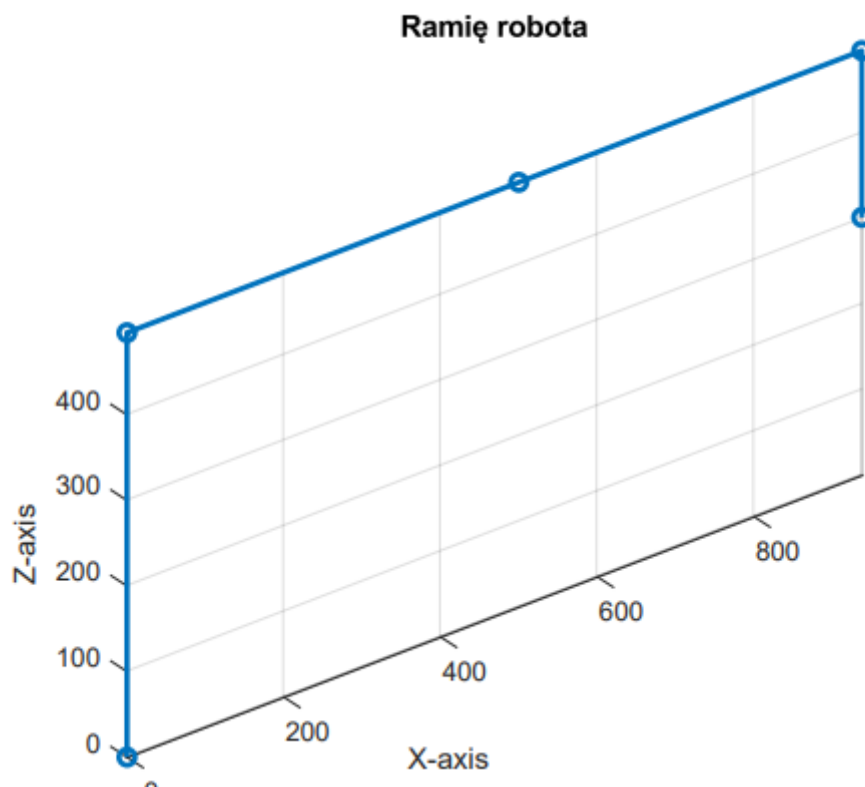


Rysunek20. Model Solidworks dla kątów: $\theta_1=0^\circ$ $\theta_2=0^\circ$ $\theta_3=0^\circ$ $\theta_4=0^\circ$

Matematyczny model robota:



Rysunek 21. Matematyczny model



Rysunek 22. Przybliżony model

Dla kątów: $\theta_1=0^\circ$ $\theta_2=72^\circ$ $\theta_3=-72^\circ$ $\theta_4=18^\circ$

```

1      % wartosci zmiennych
2      theta1 = 0; % kąt w stopniach
3      theta2 = 72; % kąt w stopniach
4      theta3 = -72; % kąt w stopniach
5      theta4 = 18; % kąt w stopniach
6      theta5 = 0;
7
8      d5 = 194.81;
9      a3 = 437.71;
10     a2 = 500;
11     d1 = 496;
12
13     % Przekształcone równania
14     nx = cosd(theta1+theta2+theta3+theta4+theta5) + sind(theta1+theta5);
15     ox = -sind(theta5)*cosd(theta1+theta2+theta3+theta4) + sind(theta1)*cosd(theta5);
16     ax = cosd(theta1)*sind(theta2+theta3+theta4);
17     px = cosd(theta1)*(d5*sind(theta2+theta3+theta4) + a3*cosd(theta2+theta3) + a2*cosd(theta2));
18
19     ny = sind(theta1)*cosd(theta2+theta3+theta4+theta5) - cosd(theta1)*sind(theta5);
20     oy = -sind(theta1+theta5)*cosd(theta2+theta3+theta4) - cosd(theta1+theta5);
21     ay = sind(theta1)*sind(theta2+theta3+theta4);
22     py = sind(theta1)*(d5*sind(theta2+theta3+theta4) + a3*cosd(theta2+theta3) + a2*cosd(theta2));
23
24     nz = cosd(theta5)*sind(theta2+theta3+theta4);
25     oz = -sind(theta5)*sind(theta2+theta3+theta4);
26     az = cosd(theta2+theta3+theta4);
27     pz = -d5*cosd(theta2+theta3+theta4) + a3*sind(theta2+theta3) + a2*sind(theta2) + d1;
28
29     % Wyświetlenie wyników
30     disp(['nx: ', num2str(nx)]);
31     disp(['ox: ', num2str(ox)]);
32     disp(['ax: ', num2str(ax)]);
33     disp(['px: ', num2str(px)]);
34     disp(['ny: ', num2str(ny)]);
35     disp(['oy: ', num2str(oy)]);
36     disp(['ay: ', num2str(ay)]);

```

Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

```

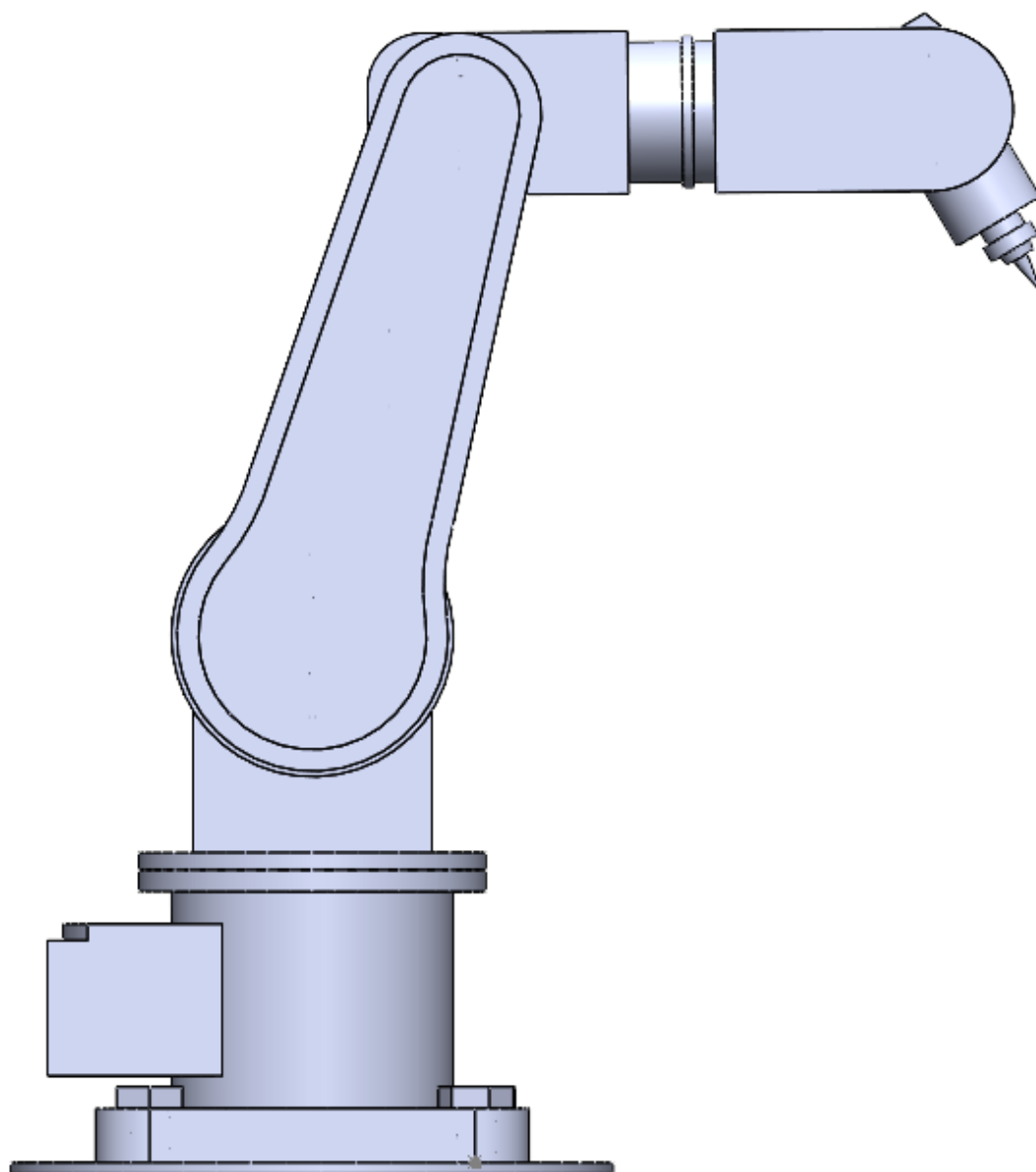
>> duzamacierz
nx: 0.95106
ox: 0
ax: 0.30902
px: 652.4181
ny: 0
oy: -1
ay: 0
py: 0
nz: 0.30902
oz: 0
az: 0.95106
pz: 786.2529

```

Rysunek 23. Obliczenia kinematyki prostej

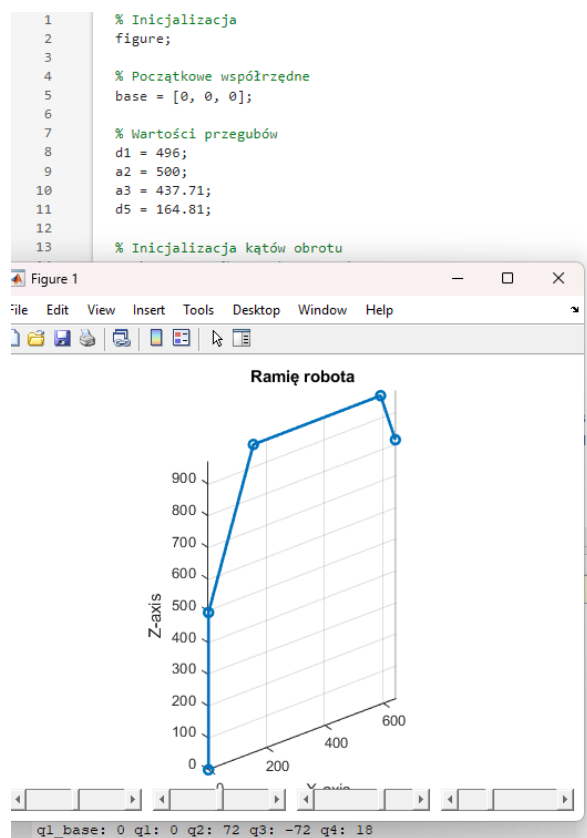
Współrzędne końcowe x:652.41 y:0 z:786.3

Model w Solidworksie:

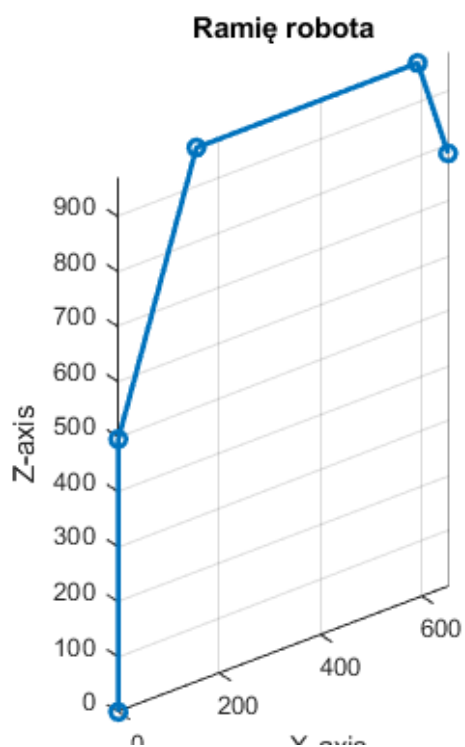


Rysunek 24. Model Solidworks dla kątów: $\theta_1=0^\circ$ $\theta_2=72^\circ$ $\theta_3=-72^\circ$ $\theta_4=18^\circ$

Matematyczny model robota:



Rysunek 25. Matematyczny model



Rysunek 26. Przybliżony model

Dla kątów: $\theta_1=36^\circ$ $\theta_2=18^\circ$ $\theta_3=36^\circ$ $\theta_4=54^\circ$

```

1      % wartosci zmiennych
2      theta1 = 36; % kąt w stopniach
3      theta2 = 18; % kąt w stopniach
4      theta3 = 36; % kąt w stopniach
5      theta4 = 54; % kąt w stopniach
6      theta5 = 0;
7
8      d5 = 194.81;
9      a3 = 437.71;
10     a2 = 500;
11     d1 = 496;
12
13     % Przekształcone równania
14     nx = cosd(theta1+theta2+theta3+theta4+theta5) + sind(theta1+theta5);
15     ox = -sind(theta5)*cosd(theta1+theta2+theta3+theta4) + sind(theta1)*cosd(theta5);
16     ax = cosd(theta1)*sind(theta2+theta3+theta4);
17     px = cosd(theta1)*(d5*sind(theta2+theta3+theta4) + a3*cosd(theta2+theta3) + a2*cosd(theta2));
18
19     ny = sind(theta1)*cosd(theta2+theta3+theta4+theta5) - cosd(theta1)*sind(theta5);
20     oy = -sind(theta1+theta5)*cosd(theta2+theta3+theta4) - cosd(theta1+theta5);
21     ay = sind(theta1)*sind(theta2+theta3+theta4);
22     py = sind(theta1)*(d5*sind(theta2+theta3+theta4) + a3*cosd(theta2+theta3) + a2*cosd(theta2));
23
24     nz = cosd(theta5)*sind(theta2+theta3+theta4);
25     oz = -sind(theta5)*sind(theta2+theta3+theta4);
26     az = cosd(theta2+theta3+theta4);
27     pz = -d5*cosd(theta2+theta3+theta4) + a3*sind(theta2+theta3) + a2*sind(theta2) + d1;
28
29     % Wyświetlenie wyników
30     disp(['nx: ', num2str(nx)]);
31     disp(['ox: ', num2str(ox)]);
32     disp(['ax: ', num2str(ax)]);
33     disp(['px: ', num2str(px)]);
34     disp(['ny: ', num2str(ny)]);
35     disp(['oy: ', num2str(oy)]);
36     disp(['ay: ', num2str(ay)]);
37     disp(['py: ', num2str(py)]);
38     disp(['nz: ', num2str(nz)]);
39     disp(['oz: ', num2str(oz)]);
40     disp(['az: ', num2str(az)]);
41     disp(['pz: ', num2str(pz)]);

```

Command Window

New to MATLAB? See resources for [Getting Started](#).

```

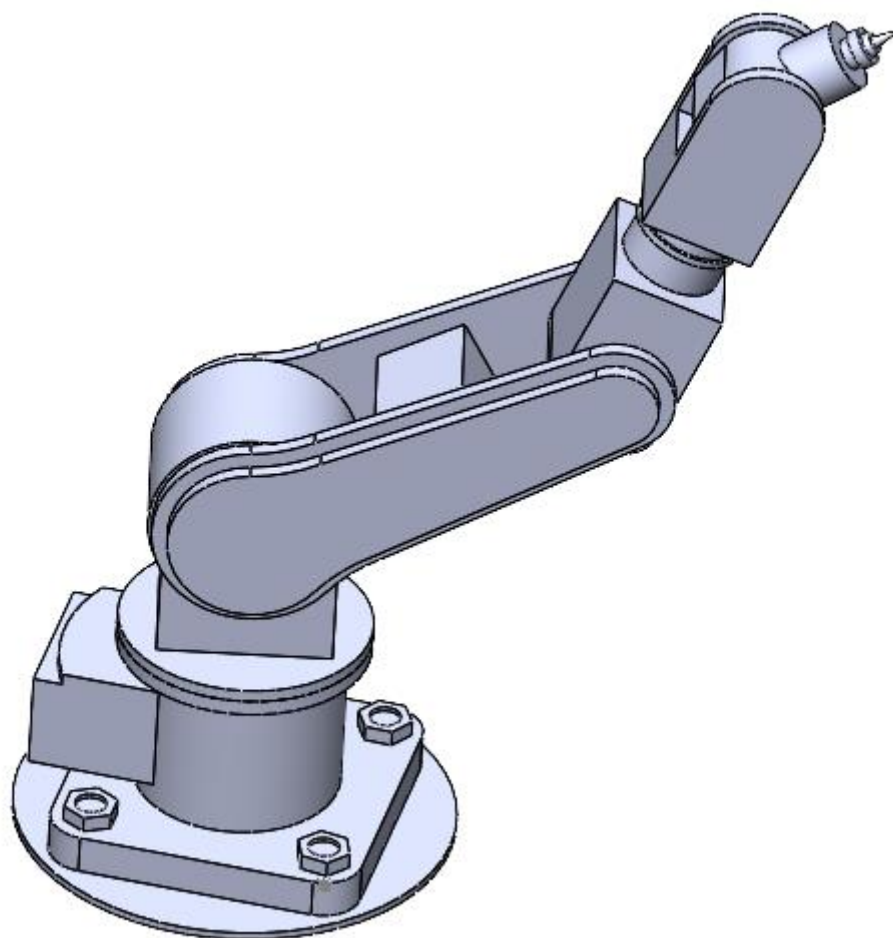
>>
nx: -0.22123
ox: 0.58779
ax: 0.76942
px: 742.7448
ny: -0.18164
oy: -0.62738
ay: 0.55902
py: 539.6357
nz: 0.95106
oz: 0
az: -0.30902
pz: 1064.8229

```

Rysunek 27. Obliczenia kinematyki prostej

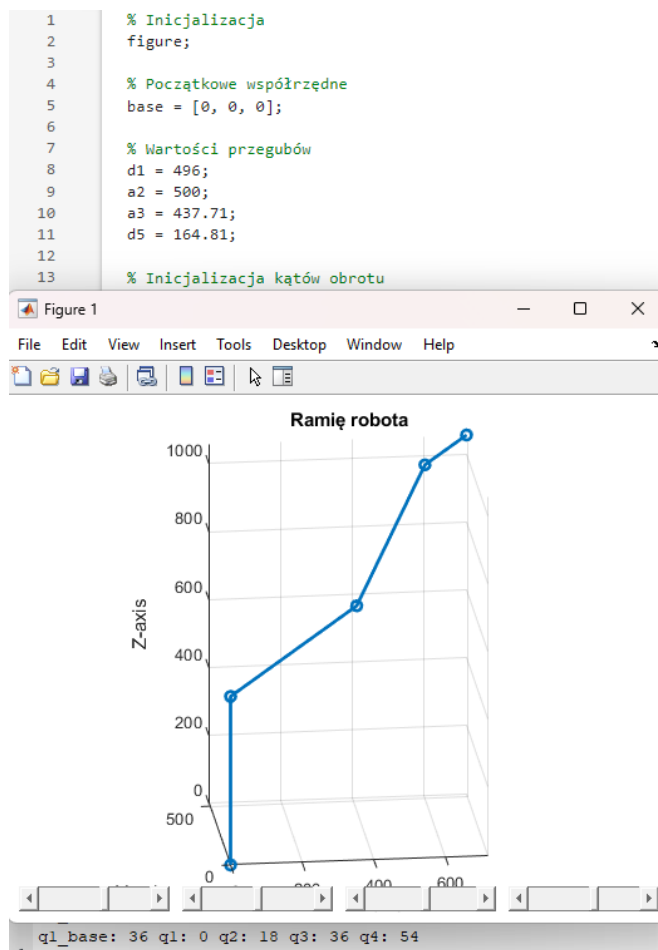
Współrzędne końcowe x:742,74 y:539,63 z:1064,82

Model w Solidworksie:

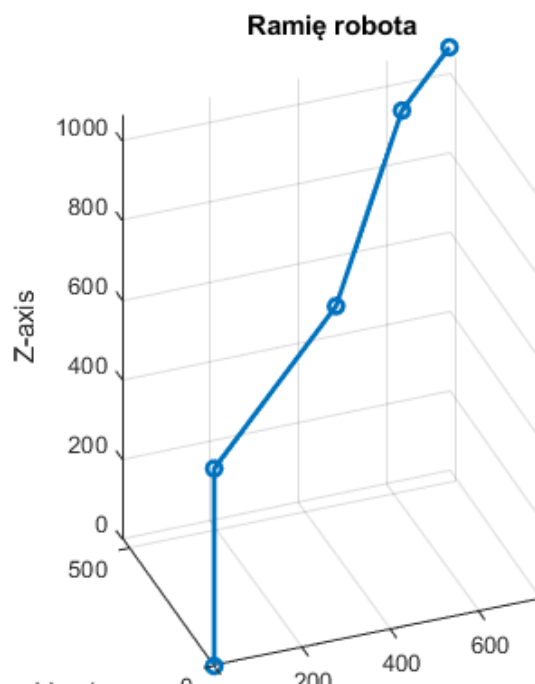


Rysunek 28. Model Solidworks dla kątów: $\theta_1=36^\circ$ $\theta_2=18^\circ$ $\theta_3=36^\circ$ $\theta_4=54^\circ$

Matematyczny model robota:



Rysunek 29. Matematyczny model



Rysunek 30. Przybliżony model

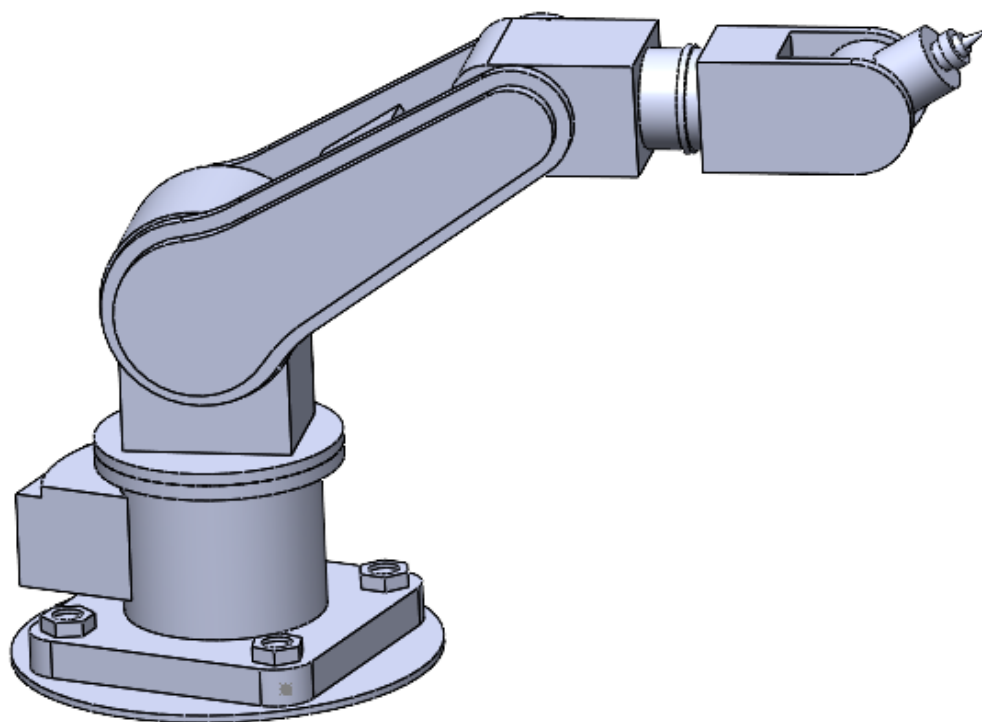
Kinematyka odwrotna

Kinematyka odwrotna to zagadnienie robotyki teoretycznej, opisujące w sposób matematyczny jak wyznaczyć położenie poszczególnych członów ramienia robota, znając jedynie położenie końcówki roboczej i fizyczne ograniczenia konstrukcji, na której jest wzorowany model tych obliczeń.

Zastosowanie Kinematyki Odwrotnej:

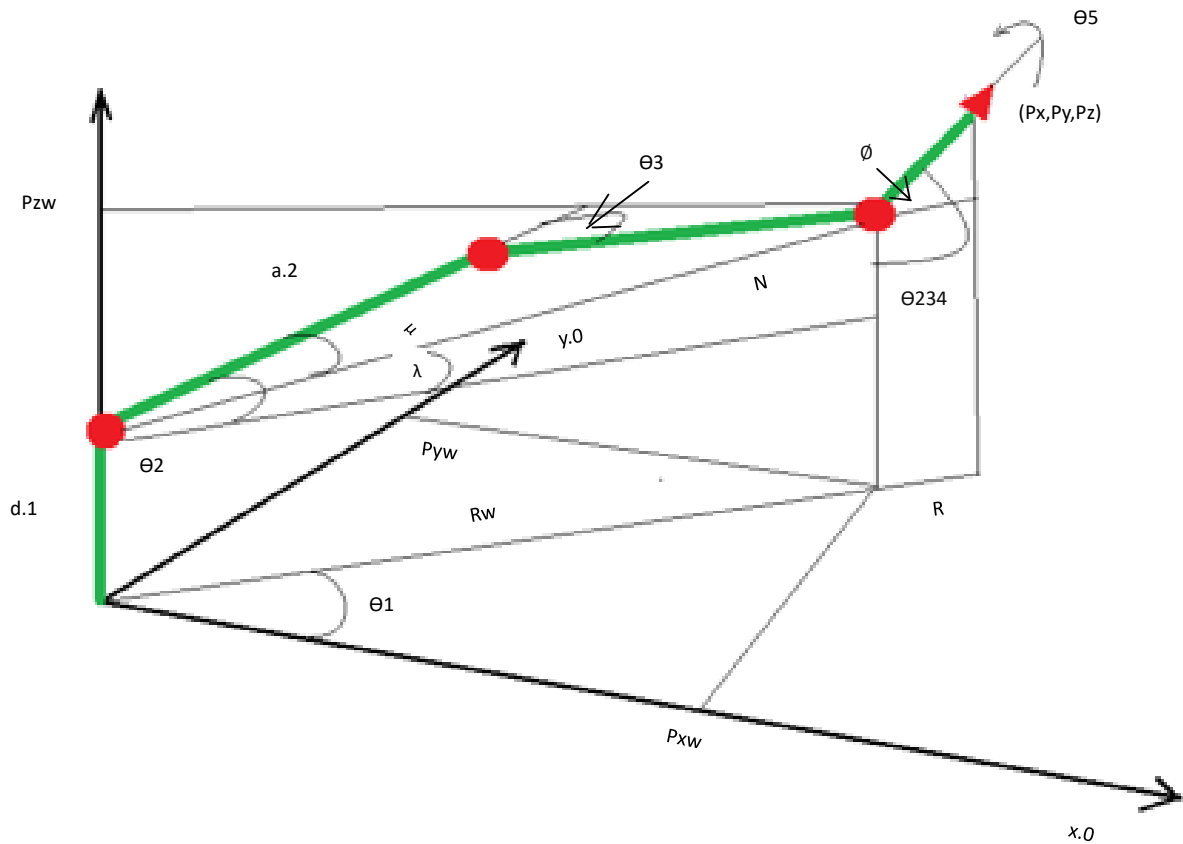
Kinematyka odwrotna jest niezwykle istotna w sterowaniu robotami, gdzie często z góry określamy, gdzie chcemy, aby koniec robota się znalazł, a następnie musimy obliczyć, jak powinny poruszać się poszczególne elementy, aby to osiągnąć. Jest również kluczowa w animacji komputerowej, gdzie postacie muszą poruszać się w zgodzie z określonym scenariuszem.

Podsumowując, zarówno kinematyka prosta, jak i odwrotna stanowią fundamentalne narzędzia w analizie i projektowaniu ruchu obiektów, z szerokim zastosowaniem w różnych dziedzinach nauki i technologii.



Rysunek 31. Model robota

Rysunek 19



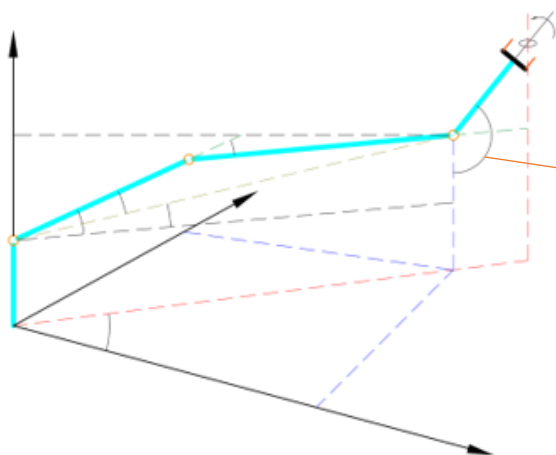
Rysunek 32. Rysunek modelu do obliczeń kinematyki odwrotnej

Kąt nadgarstka względem współrzędnych odniesienia (θ_{234}) reprezentuje zależność pomiędzy kątami (θ_2 , θ_3 i θ_4):

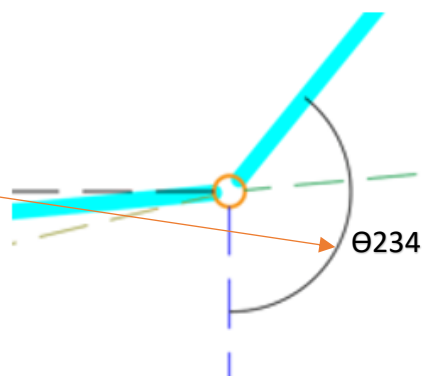
$$\theta_{234} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \quad (1)$$

gdzie ϕ może być obliczane na podstawie kąta orientacji nadgarstka:

$$90 - \theta_{234} = \pm \phi \quad (2)$$



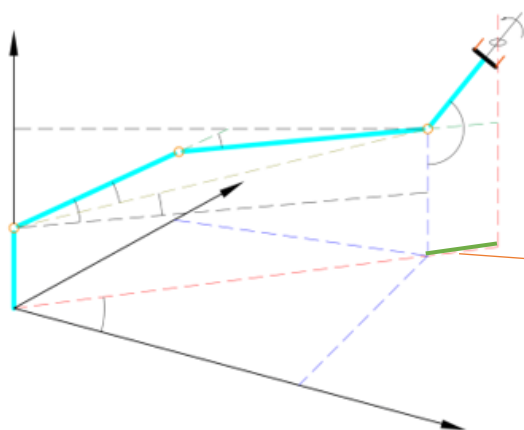
Rysunek 33. Model $\Theta 234$



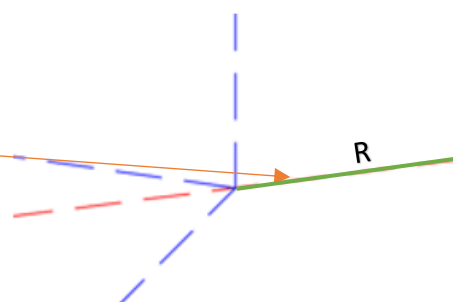
Rysunek 34. Przybliżenie

$$R = d5 \cdot \cos \varnothing$$

(3)



Rysunek 35. Model do obliczenia R

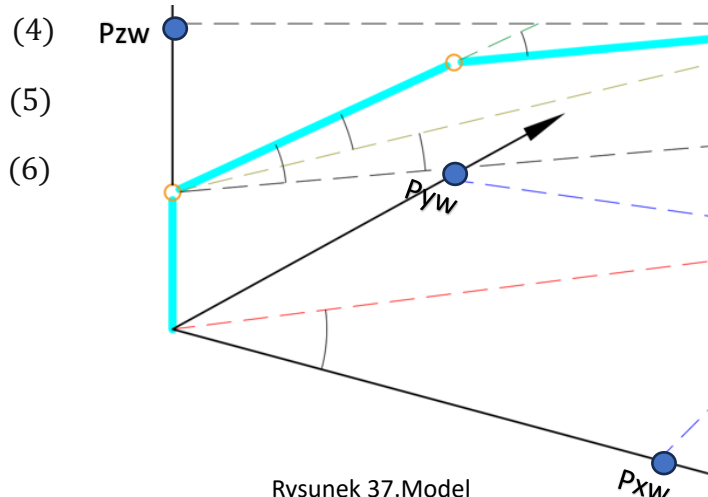


Rysunek 36. Przybliżenie

$$P_{xw} = P_x - R \cdot \cos \theta_1 = X_w$$

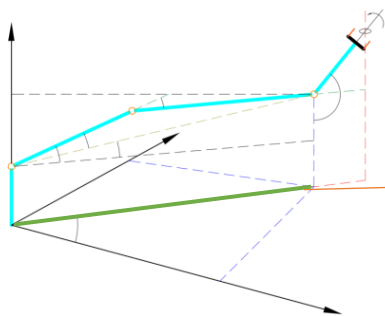
$$P_{yw} = P_y - R \cdot \sin \theta_1 = Y_w$$

$$P_{zw} = P_z - d5 \cdot \sin \varnothing = Z_w$$

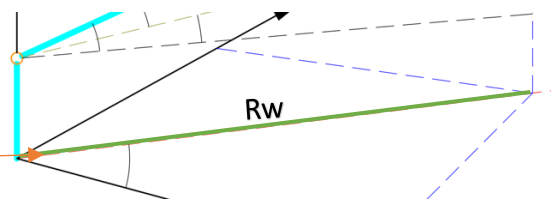


Rysunek 37. Model

$$Rw = \sqrt{Px^2 + Py^2} \cdot R = \sqrt{Pxw^2 + Pyw^2} \quad (7)$$

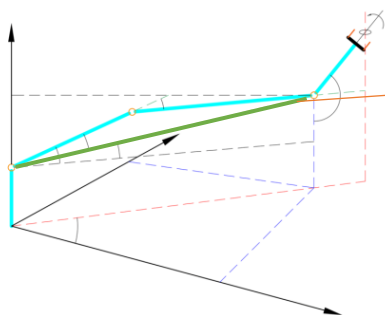


Rysunek 38. Model do obliczenia Rw

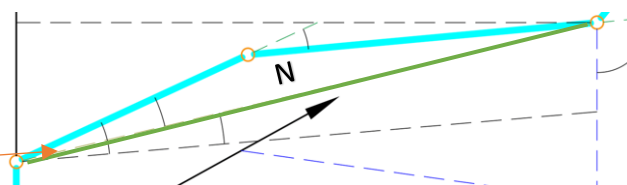


Rysunek 39. Przybliżenie

$$N = \sqrt{(Pzw - d1)^2 + Rw^2} \quad (8)$$

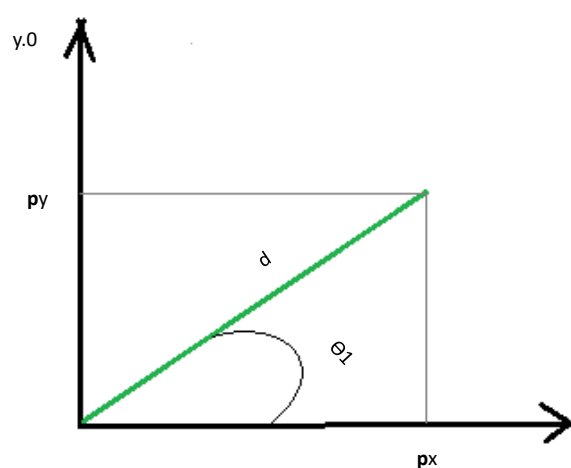


Rysunek 40. Model do obliczenia N



Rysunek 41. Przybliżenie

Rozwiązanie dla θ_1 :



Rysunek 42. Model do obliczenia θ_1

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{Py}{Px}\right) \quad (9)$$

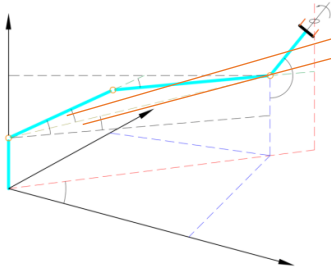
Rozwiązanie dla θ_2 :

$$a_3^2 = N^2 + a_2^2 - 2a_2 * N \cos \mu \Rightarrow$$

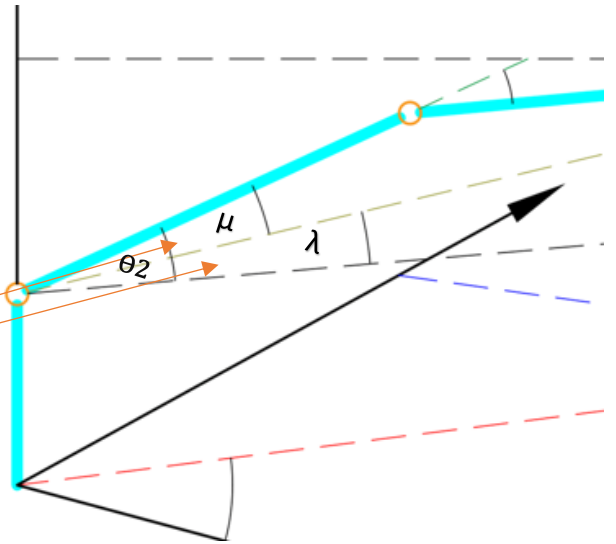
$$\mu = \arccos\left(\frac{N^2 + a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * N}\right) \quad (10)$$

$$\lambda = \arctg\left(\frac{P_{ZW} - d_1}{R_w}\right) \quad (11)$$

$$\theta_2 = \lambda \pm \mu \quad (12)$$



Rysunek 43. Model do obliczenia θ_2

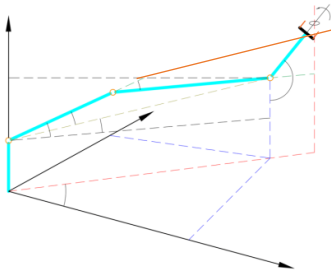


Rysunek 44. Przybliżenie

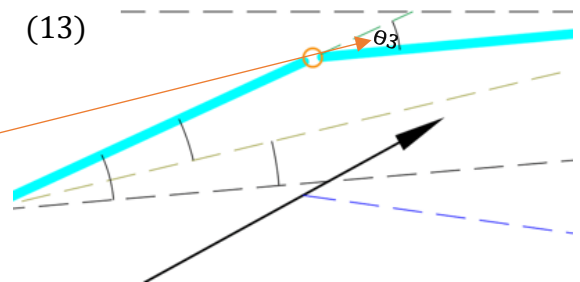
Rozwiązanie dla θ_3 :

$$N = \sqrt{a_2^2 + a_3^2 - 2 * a_2 * a_3 * \cos(90 - \theta_3)} \quad (13)$$

$$\theta_3 = \pm \arccos\left(\frac{N^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * a_3}\right) \quad (14)$$



Rysunek 45. Model do obliczenia θ_3



Rysunek 46. Przybliżenie

Rozwiązanie dla θ_4 :

$$\theta_4 = \theta_{234} - \theta_2 - \theta_3 \quad (15)$$

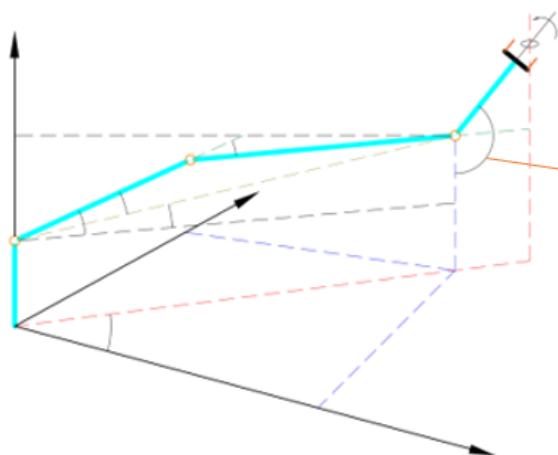
Przykładowe wartości dla wybranych współrzędnych:

Dla x:970 y:0 z:820

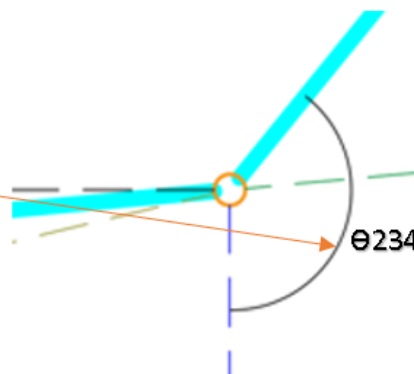
$$\theta_{234} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \rightarrow \text{zakładamy } 135 \quad (1)$$

$$90 - \theta_{234} = \pm \emptyset \quad (2)$$

$$90 - 135 = -45 \quad (3)$$



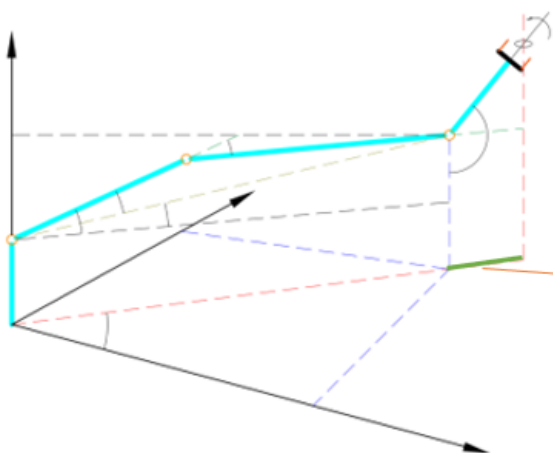
Rysunek 47. Model θ_{234}



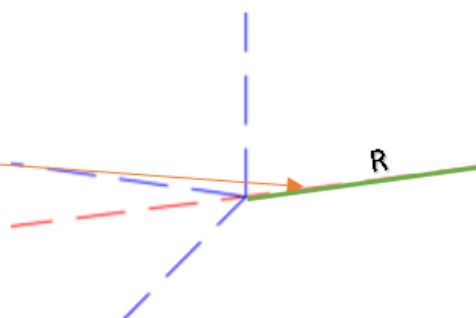
Rysunek 48. Przybliżenie

$$R = d_5 \cdot \cos \emptyset \quad (4)$$

$$R = 194,81 \cdot 0,5 = 97,405 \quad (5)$$



Rysunek 49. Model do obliczenia R



Rysunek 50. Przybliżenie

$$P_{xw} = P_x - R \cdot \cos \theta_1 = X_w \quad (6)$$

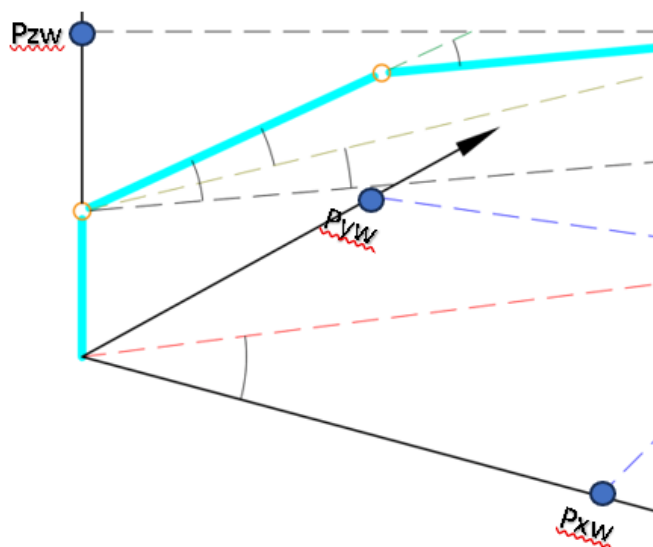
$$P_{xw} = 970 - 97,405 = 872,595 \quad (7)$$

$$P_{yw} = P_y - R \cdot \sin \theta_1 = Y_w \quad (8)$$

$$P_{yw} = 0 - 97,405 \cdot 0 = 0 \quad (9)$$

$$P_{zw} = P_z - d_5 \cdot \sin \varnothing = Z_w \quad (10)$$

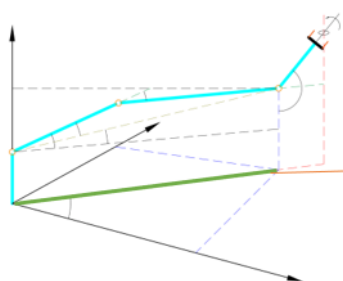
$$\begin{aligned} P_{zw} &= 820 + 194,81 \cdot (-0,8) = \\ &= 644,152 \end{aligned} \quad (11)$$



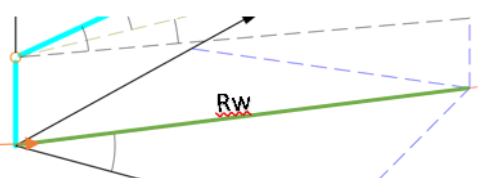
Rysunek 51.Model

$$R_w = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} - R = \sqrt{P_{xw}^2 + P_{yw}^2} \quad (12)$$

$$R_w = \sqrt{872,595^2 + 0^2} = 872,595 \quad (13)$$



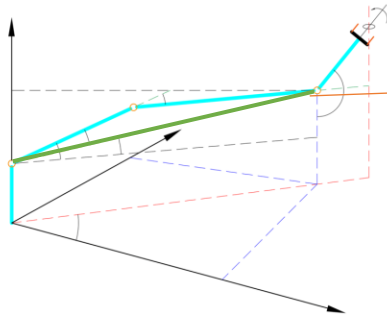
Rysunek 52.Model do obliczenia R_w



Rysunek 53.Przybliżenie

$$N = \sqrt{(P_{zw} - d1)^2 + R_w^2} \quad (14)$$

$$N = \sqrt{(644,152 - 496)^2 + 872,595^2} = 914,67 \quad (15)$$



Rysunek 54. Model do obliczenia N

Rozwiązanie dla θ_1 :

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{0}{1000}\right) = 0^\circ$$

Rozwiązanie dla θ_2 :

$$a_3^2 = N^2 + a_2^2 - 2a_2 * N \cos \mu \Rightarrow \mu = \arccos\left(\frac{N^2 + a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * N}\right)$$

$$\mu = \arccos\left(\frac{914,67^2 + 500^2 - 437,71^2}{2 * 500 * 914,67}\right) \approx$$

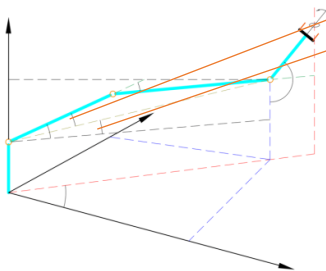
$$\arccos 0,976 \approx 12,3^\circ \quad (19)$$

$$\lambda = \arctg\left(\frac{P_{zw} - d1}{R_w}\right) \quad (20)$$

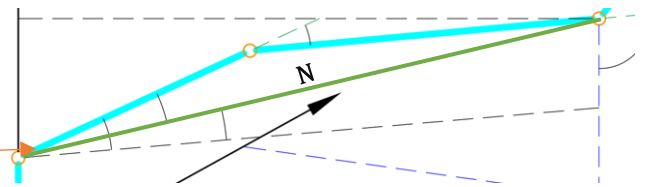
$$\lambda = \arctg\left(\frac{644,152 - 496}{902,595}\right) \approx \arctg 0,16 \approx 9^\circ \quad (21)$$

$$\theta_2 = \lambda \pm \mu \quad (22)$$

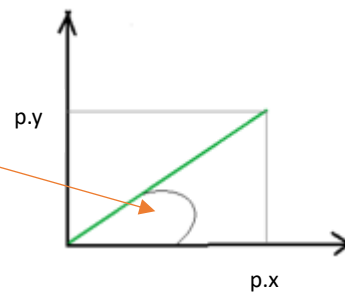
$$\theta_2 = 21,3^\circ \text{ albo } \theta_2 = -3,3^\circ \quad (23)$$



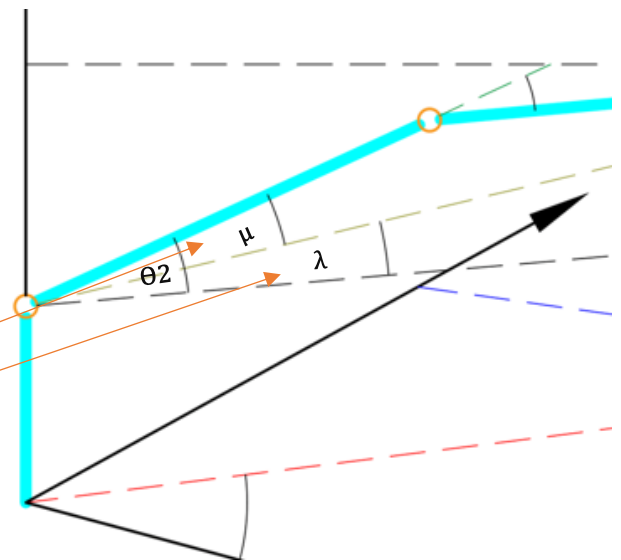
Rysunek 57. Model do obliczenia θ_2



Rysunek 55. Przybliżenie



Rysunek 56. Model do obliczenia θ_1



Rysunek 58. Przybliżenie

Rozwiązanie dla θ_3 :

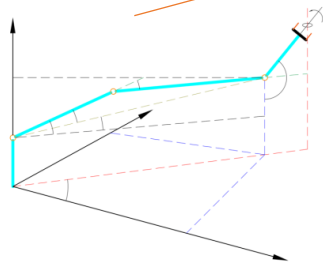
$$N = \sqrt{a_2^2 + a_3^2 - 2 * a_2 * a_3 * \cos(90 - \theta_3)} \quad (24)$$

$$\theta_3 = \pm \arccos\left(\frac{N^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * a_3}\right)$$

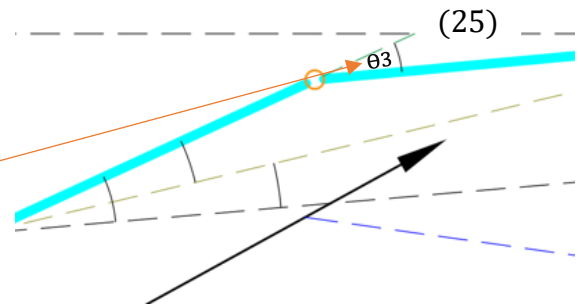
$$\theta_3 = \pm \arccos\left(\frac{914,67^2 - 500^2 - 437,71^2}{2 * 500 * 437,71}\right) \approx$$

$$\approx \pm \arccos 0,9 = \pm 26^\circ$$

$$\theta_3 = 26^\circ \text{ albo } \theta_3 = -26^\circ$$



Rysunek 59. Model do obliczenia θ_3



Rysunek 60. Przybliżenie

Rozwiązanie dla θ_4 :

$$\theta_4 = \theta_{234} - \theta_2 - \theta_3 \quad (28)$$

$$1 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - 21,3 - (-26) = 140^\circ$$

$$2 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - 21,3 - 26 = 87,7^\circ$$

$$3 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - (-3,3) - 26 = 112,3^\circ$$

$$4 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - (-3,3) - (-26) = 164,3^\circ$$

Obliczone kąty:

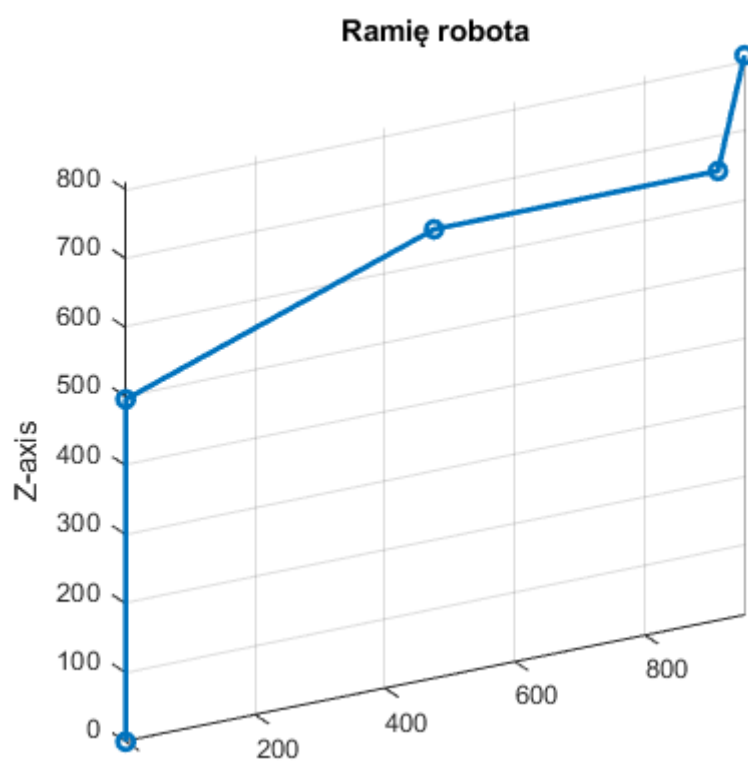
$$\theta_1 = 0^\circ$$

$$\theta_2 = 21^\circ \text{ albo } \theta_2 = -3^\circ$$

$$\theta_3 = 26^\circ \text{ albo } \theta_3 = -26^\circ$$

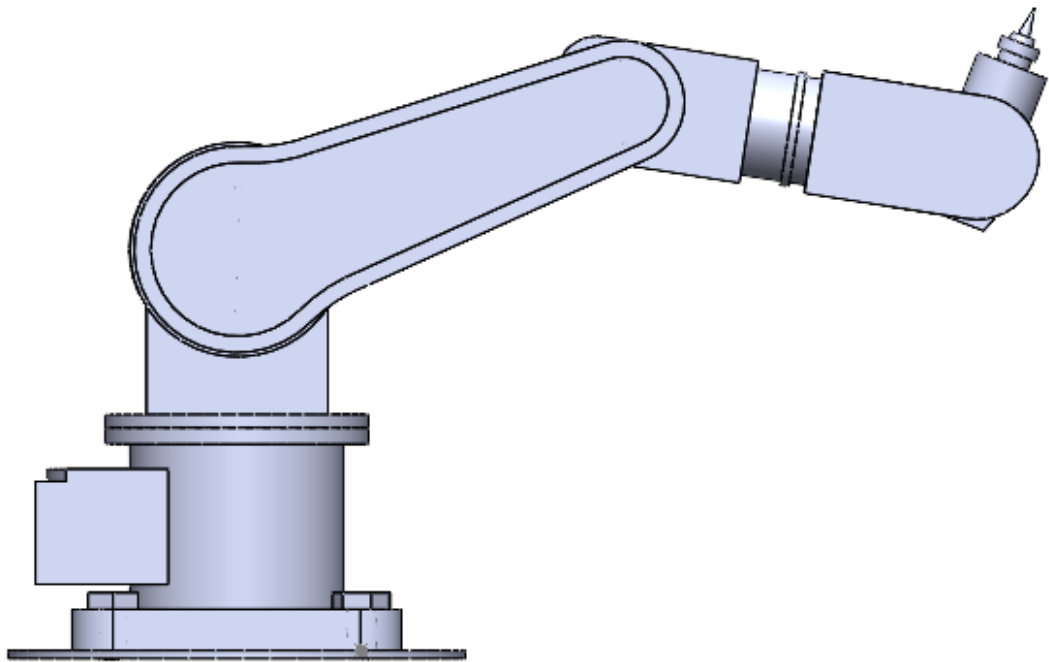
$$\theta_4 = 140^\circ, 87.7^\circ, 112.3^\circ, 164.3^\circ$$

Model matematyczny:



Rysunek 61. Model matematyczny

Model w Solidworksie:



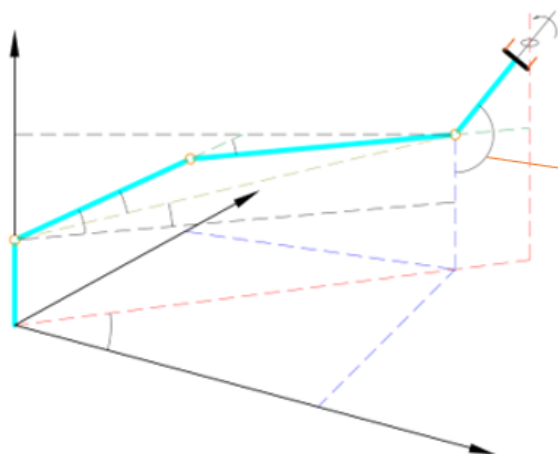
Rysunek 62. Model Solidworks dla x:970 y:0 z:820

Dla x:710 y:100 z:790

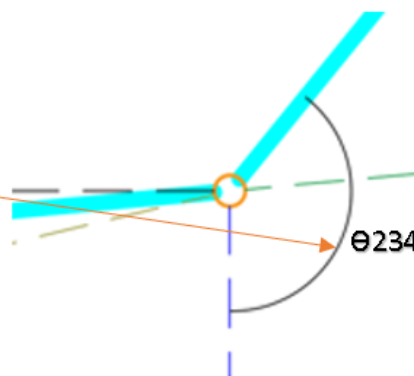
$$\theta_{234} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \rightarrow \text{zakładamy } 135 \quad (1)$$

$$90 - \theta_{234} = \pm \varnothing \quad (2)$$

$$90 - 135 = -45 \quad (3)$$



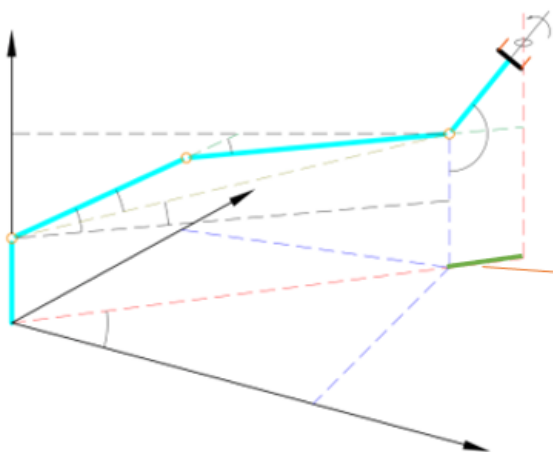
Rysunek 63. Model θ_{234}



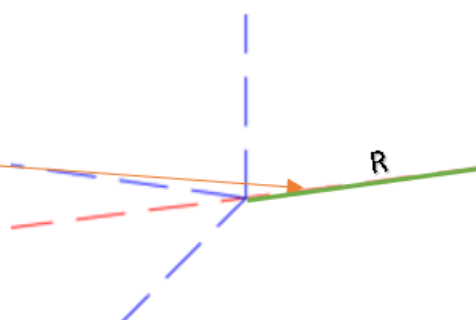
Rysunek 64. Przybliżenie

$$R = d_5 \cdot \cos \varnothing \quad (4)$$

$$R = 194,81 \cdot 0,5 = 97,405 \quad (5)$$



Rysunek 65. Model do obliczenia R



Rysunek 66. Przybliżenie

$$P_{xw} = P_x - R \cdot \cos \theta_1 = X_w \quad (6)$$

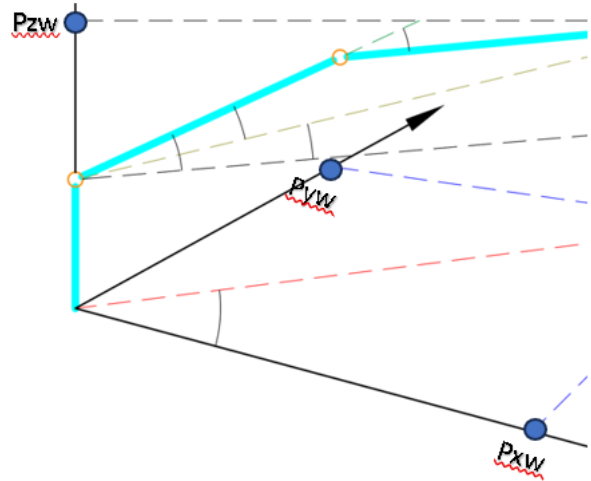
$$P_{xw} = 710 - 97,405 = 612,595 \quad (7)$$

$$P_{yw} = P_y - R \cdot \sin \theta_1 = Y_w \quad (8)$$

$$P_{yw} = 100 - 97,405 \cdot 0,12 = 88 \quad (9)$$

$$P_{zw} = P_z - d_5 \cdot \sin \phi = Z_w \quad (10)$$

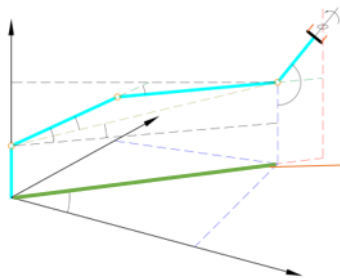
$$P_{zw} = 790 + 194,81 \cdot (-0,8) = 634,152 \quad (11)$$



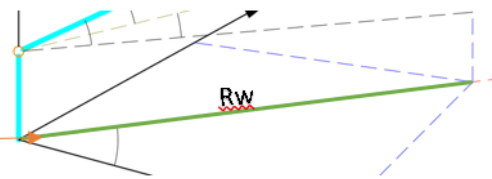
Rysunek 67.Model

$$R_w = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} - R = \sqrt{P_{xw}^2 + P_{yw}^2} \quad (12)$$

$$R_w = \sqrt{612,595^2 + 88^2} = 609 \quad (13)$$



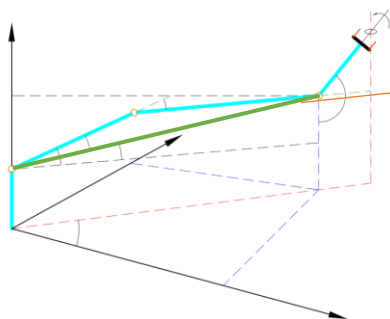
Rysunek 68.Model do obliczenia R_w



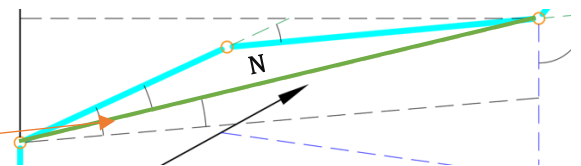
Rysunek 69.Przybliżenie

$$N = \sqrt{(P_{zw} - d_1)^2 + R_w^2} \quad (14)$$

$$N = \sqrt{(634,152 - 496)^2 + 609^2} = 626 \quad (15)$$



Rysunek 70.Model do obliczenia N



Rysunek 71.Przybliżenie

Rozwiązanie dla θ_1 :

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right) \quad (16)$$

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{100}{790}\right) \approx 8^\circ \quad (17)$$

Rozwiązanie dla θ_2 :

$$a_3^2 = N^2 + a_2^2 - 2a_2 * N \cos \mu \Rightarrow \mu = \arccos\left(\frac{N^2 + a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * N}\right) \quad (18)$$

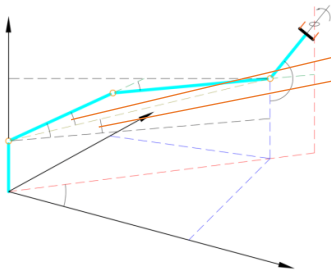
$$\mu = \arccos\left(\frac{626^2 + 500^2 - 437,71^2}{2 * 500 * 626}\right) \approx \arccos 0,71 \approx 44,76^\circ \quad (19)$$

$$\lambda = \arctg\left(\frac{P_{zw} - d_1}{R_w}\right) \quad (20)$$

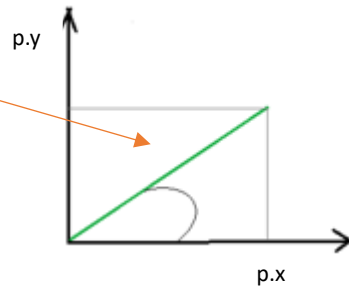
$$\lambda = \arctg\left(\frac{634,152 - 496}{609}\right) \approx \arctg 0,24 \approx 13,26^\circ \quad (21)$$

$$\theta_2 = \lambda \pm \mu \quad (22)$$

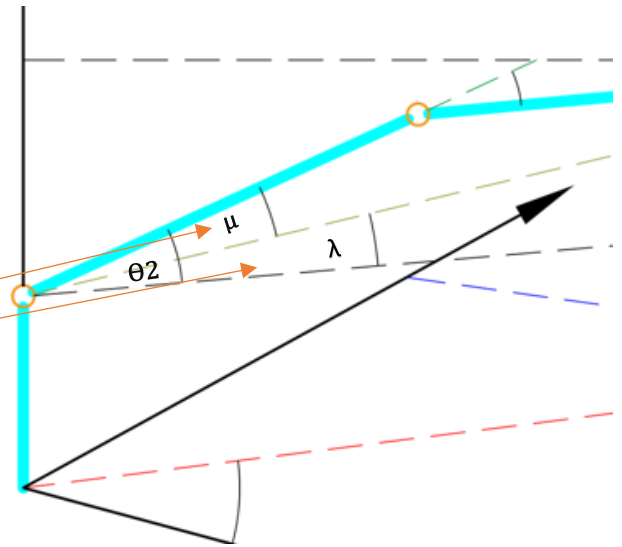
$$\theta_2 = 58^\circ \text{ albo } \theta_2 = -31,5^\circ \quad (23)$$



Rysunek 73. Model do obliczenia θ_2



Rysunek 72. Model do obliczenia θ_1



Rysunek 74. Przybliżenie

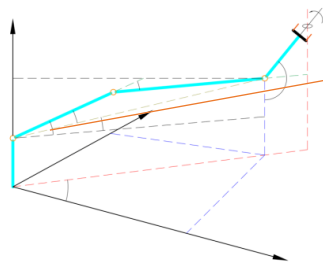
Rozwiązanie dla θ_3 :

$$N = \sqrt{a_2^2 + a_3^2 - 2 * a_2 * a_3 * \cos(90 - \theta_3))} \quad (24)$$

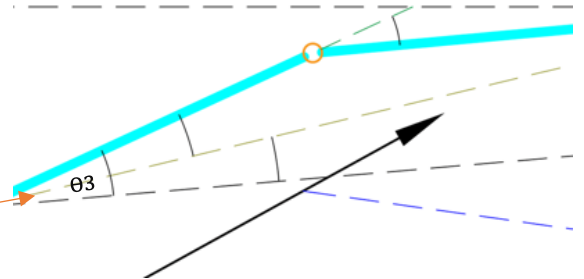
$$\theta_3 = \pm \arccos\left(\frac{N^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * a_3}\right) \quad (25)$$

$$\theta_3 = \pm \arccos\left(\frac{626^2 - 500^2 - 437,71^2}{2 * 500 * 437,71}\right) \approx \pm \arccos 0,11 \approx \pm 88,4^\circ \quad (26)$$

$$\theta_3 = 88,4^\circ \text{ albo } \theta_3 = -88,4^\circ \quad (27)$$



Rysunek 75. Model do obliczenia θ_3



Rysunek 76. Przybliżenie

Rozwiązanie dla θ_4 :

$$\theta_4 = \theta_{234} - \theta_2 - \theta_3 \quad (28)$$

$$1 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - 58 - 88,4 = -4,6^\circ$$

$$2 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - (-31,5) - 88,4 = 84,1^\circ$$

$$3 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - 58 + 88,4 = 109,4^\circ$$

$$4 \text{ przypadek: } \theta_4 = 135 - (-31,5) + 88,4 = 248,9^\circ$$

Obliczone kąty:

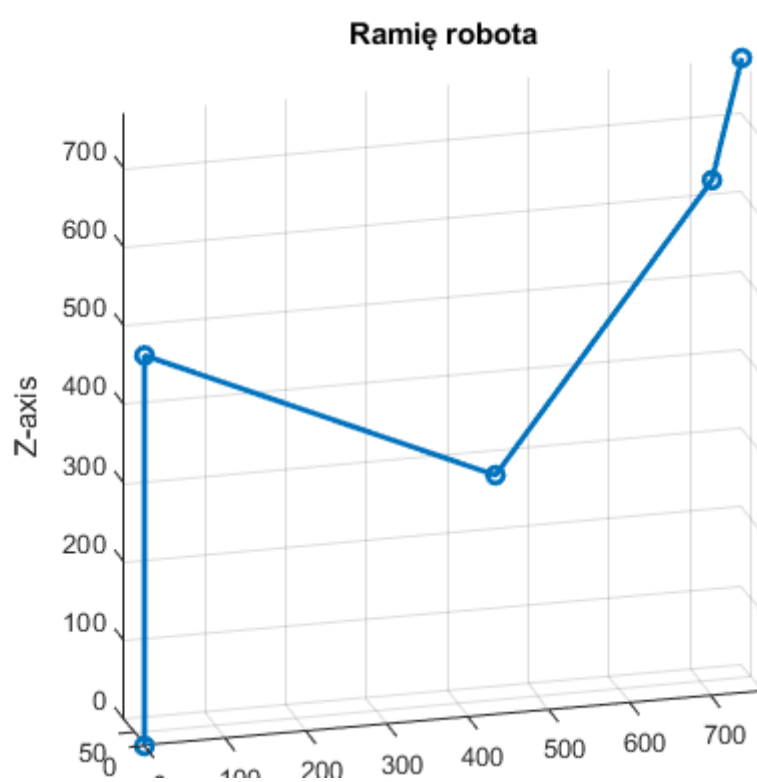
$$\theta_1 = 8^\circ$$

$$\theta_2 = 58^\circ \text{ albo } \theta_2 = -31,5^\circ$$

$$\theta_3 = 88^\circ \text{ albo } \theta_3 = -88^\circ$$

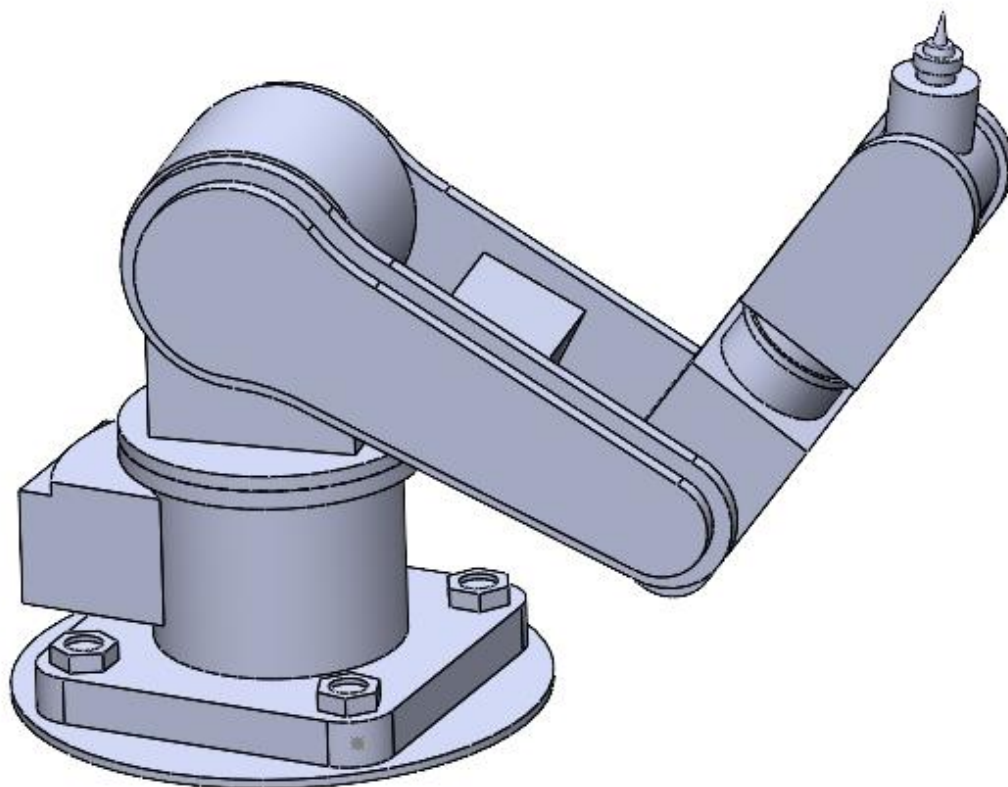
$$\theta_4 = -4.6^\circ, 84.1^\circ, 109.4^\circ, 248.9^\circ$$

Model matematyczny:



Rysunek 77. Model matematyczny

Model w Solidworksie:



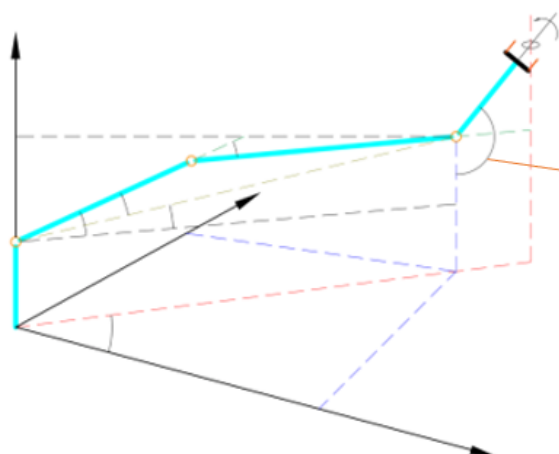
Rysunek 78. Model Solidworks dla x:710 y:100 z:790

Dla x:800 y:290 z:600

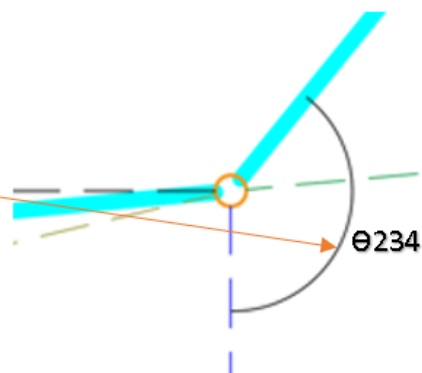
$$\theta_{234} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \rightarrow \text{zakładamy } 135 \quad (1)$$

$$90 - \theta_{234} = \pm \emptyset \quad (2)$$

$$90 - 135 = -45 \quad (3)$$



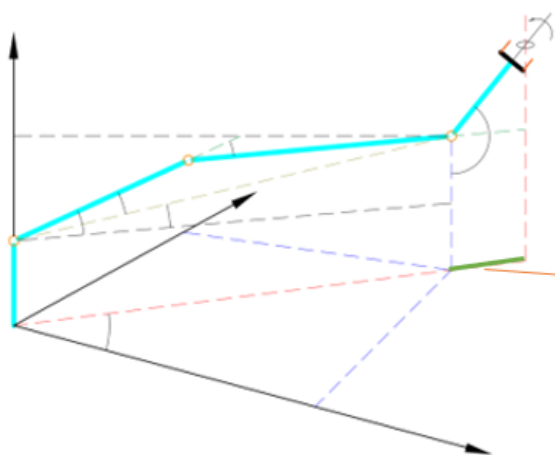
Rysunek 79. Model dla θ_{234}



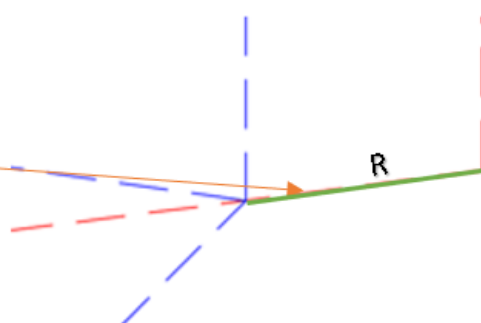
Rysunek 80. Przybliżenie

$$R = d_5 \cdot \cos \emptyset \quad (4)$$

$$R = 194,81 \cdot 0,5 = 97,405 \quad (5)$$



Rysunek 81. Model do obliczenia R



Rysunek 82. Przybliżenie

$$P_{XW} = P_X - R^* \cos \theta_1 = X_W$$

Rozwiązanie dla θ_1 :

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{P_y}{P_x}\right) \quad (16)$$

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{290}{800}\right) \approx 20^\circ \quad (17)$$

Rozwiązanie dla θ_2 :

$$a_3^2 = N^2 + a_2^2 - 2a_2 * N \cos \mu \Rightarrow \mu = \arccos\left(\frac{N^2 + a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * N}\right) \quad (18)$$

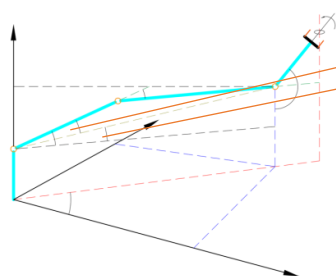
$$\mu = \arccos\left(\frac{758,78^2 + 500^2 - 437,71^2}{2 * 500 * 758,78}\right) \approx \arccos 0,84 \approx 35^\circ \quad (19)$$

$$\lambda = \arctg\left(\frac{P_{zw} - d1}{R_w}\right) \quad (20)$$

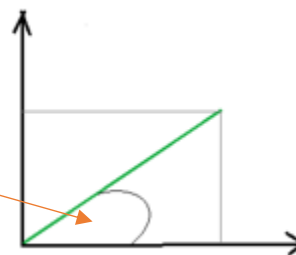
$$\lambda = \arctg\left(\frac{444,152 - 496}{751}\right) \approx -\arctg 0,07 \approx -4^\circ \quad (21)$$

$$\theta_2 = \lambda \pm \mu \quad (22)$$

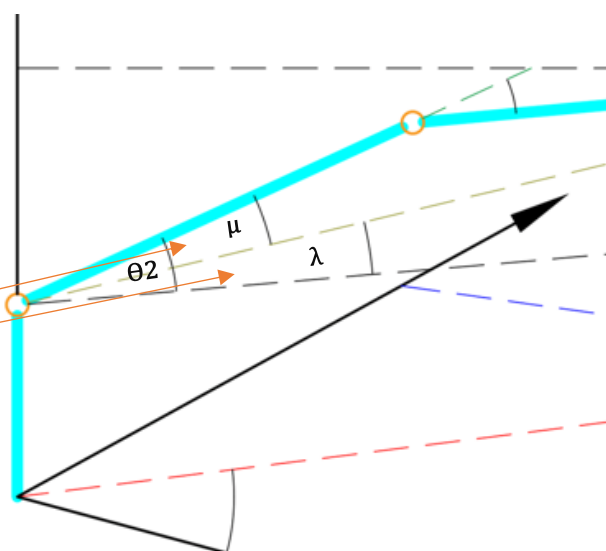
$$\theta_2 = 31^\circ \text{ albo } \theta_2 = -39^\circ \quad (23)$$



Rysunek 89. Model do obliczenia θ_2



Rysunek 88. Model do obliczenia θ_1



Rysunek 90. Przybliżenie

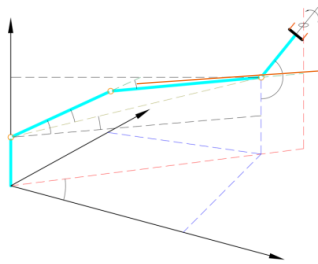
Rozwiązanie dla θ_3 :

$$N = \sqrt{a_2^2 + a_3^2 - 2 * a_2 * a_3 * \cos(90 - \theta_3)} \quad (24)$$

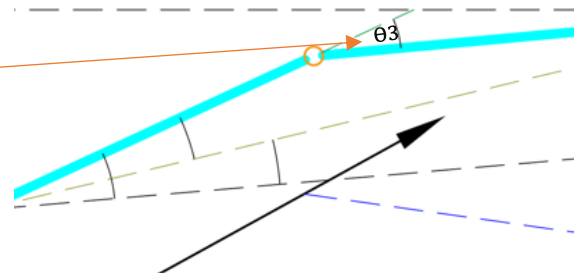
$$\theta_3 = \pm \arccos\left(\frac{N^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 * a_3}\right) \quad (25)$$

$$\theta_3 = \pm \arccos\left(\frac{752,78^2 - 500^2 - 437,71^2}{2 * 500 * 437,71}\right) \approx \pm \arccos 0,28 \approx \pm 75,50^\circ \quad (26)$$

$$\theta_3 = 75,50^\circ \text{ albo } \theta_3 = -75,50^\circ \quad (27)$$



Rysunek 91. Model do obliczenia θ_3



Rysunek 92. Przybliżenie

Rozwiązanie dla θ_4 :

$$\theta_4 = \theta_{234} - \theta_2 - \theta_3 \quad (28)$$

1 przypadek: $\theta_4 = 135 - 31 - 75,50 = 26,50^\circ$

2 przypadek: $\theta_4 = 135 - 31 - (-75,50) = 176,50^\circ$

3 przypadek: $\theta_4 = 135 - (-39) - 75,50 = 97,50^\circ$

4 przypadek: $\theta_4 = 135 - (-39) - (-75,50) = 247,50^\circ$

Obliczone kąty:

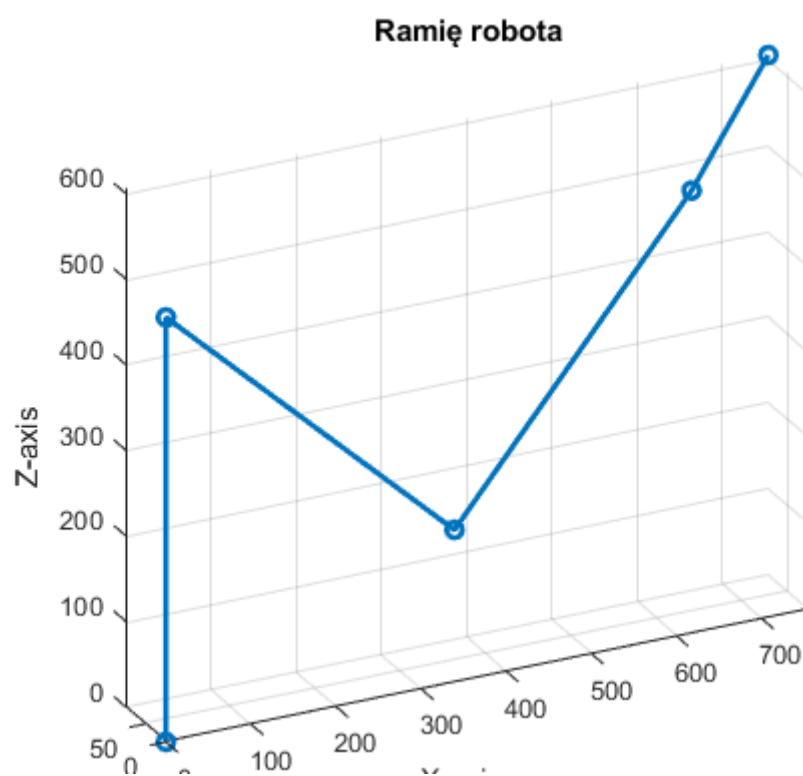
$$\theta_1 = 8^\circ$$

$$\theta_2 = 31^\circ \text{ albo } \theta_2 = -39^\circ$$

$$\theta_3 = 75^\circ \text{ albo } \theta_3 = -75^\circ$$

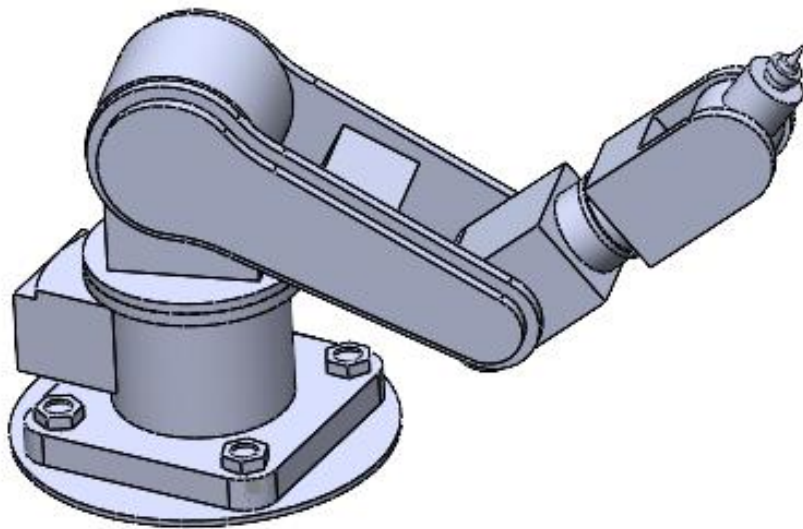
$$\theta_4 = 26.50^\circ, 176.50^\circ, 97.50^\circ, 247.50^\circ$$

Model matematyczny:



Rysunek 93. Model matematyczny

Model w Solidworksie:



Rysunek 94. Model Solidworks dla x:800 y:290 z:600