ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБТЫ ПО САОД

Вариант 1. Не атакующие друг друга слоны

Найти все способы расстановки **максимального** числа не атакующих друг друга слонов на шахматной доске размером $n \times n$.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: при $n \geq 2$ число фигур = $2n - 2$ число расстановок = 2^n;
для $n = 8$, число фигур = 14, число расстановок = 256

Вариант 2. Слоны, угроза всех полей

Найти все способы расстановки **минимального** числа слонов на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: число фигур = n; для $n = 8$, число фигур = 8, число расстановок = 11664

Вариант 3. Не атакующие друг друга слоны, угроза всех полей

Найти все способы расстановки **минимального** числа не атакующих друг друга слонов на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: число фигур = n; для $n = 8$, число фигур = 8, число расстановок = 5184

Вариант 4. Ферзи, угроза всех полей

Найти все способы расстановки **минимального** числа ферзей на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для $n = 8$, число фигур = 5, число расстановок = 4860

Вариант 5. Не атакующие друг друга ферзи, угроза всех полей

Найти все способы расстановки **минимального** числа не атакующих друг друга ферзей на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для $n = 8$, число фигур = 5, число расстановок = 728

Вариант 6. Не атакующие друг друга амазонки

Амазонка (жираф, магараджа) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности ферзя и коня. Найти все способы расстановки **максимального** числа не атакующих друг друга амазонок на шахматной доске размером $n \times n$.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для $n = 8$, число фигур = 6, число расстановок = 728
при $n \geq 10$ число фигур = n; для $n = 10$, число фигур = 10, число расстановок = 4

Вариант 7. Амазонки, угроза всех полей

Амазонка (жираф, магараджа) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности ферзя и коня. Найти все способы расстановки **минимального** числа амазонок на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для $n = 8$, число фигур = 3, число расстановок = 4

Вариант 8. Не атакующие друг друга амазонки, угроза всех полей

Амазонка (жираф, магараджа) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности ферзя и коня. Найти все способы расстановки **минимального** числа не атакующих друг друга амазонок на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для n = 8, число фигур = 4, число расстановок = 726

Вариант 9. Не атакующие друг друга канцлеры

Канцлер (конеладья, маршал, чемпион, императрица) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности ладьи и коня. Найти все способы расстановки максимального числа не атакующих друг друга канцлеров на шахматной доске размером $n \times n$.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: число фигур = n; для n = 8, число фигур = 8, число расстановок = 2766

Вариант 10. Канцлеры, угроза всех полей

Канцлер (конеладья, маршал, чемпион, императрица) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности ладьи и коня. Найти все способы расстановки **минимального** числа канцлеров на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для n = 8, число фигур = 5, число расстановок = 136

Вариант 11. Не атакующие друг друга канцлеры, угроза всех полей

Канцлер (конеладья, маршал, чемпион, императрица) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности ладьи и коня. Найти все способы расстановки **минимального** числа не атакующих друг друга канцлеров на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для n = 8, число фигур = 6, число расстановок = 1714

Вариант 12. Не атакующие друг друга архиепископы

Архиепископ (слоноконь, кардинал, кентавр) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности слона и коня. Найти все способы расстановки максимального числа не атакующих друг друга архиепископов на шахматной доске размером $n \times n$.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: при $n \geq 4$ число фигур = $2n - 2$; для n = 8, число фигур = 14, число расстановок = 64

Вариант 13. Архиепископы, угроза всех полей

Архиепископ (слоноконь, кардинал, кентавр) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности слона и коня. Найти все способы расстановки **минимального** числа архиепископов на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для n = 8, число фигур = 6, число расстановок = 24

Вариант 14. Не атакующие друг друга архиепископы, угроза всех полей

Архиепископ (слоноконь, кардинал, кентавр) – комбинированная шахматная фигура, сочетающая в себе возможности слона и коня. Найти все способы расстановки **минимального** числа не атакующих друг друга архиепископов на шахматной доске размером $n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все поля доски.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Подсказка: для $n = 8$, число фигур = 6, число расстановок = 4

Вариант 15. Маршруты коня

На шахматной доске размером $n \times n$ определить все возможные маршруты коня, начинающиеся на одном заданном поле шахматной доски и оканчивающиеся на другом. Никакое поле не должно встречаться в одном маршруте дважды.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Вариант 16. Обход шахматной доски конем

Дана шахматная доска размером $n \times n$. Необходимо построить обход всей доски ходом коня так, чтобы конь побывал во всех клетках доски ровно по одному разу и вернулся в исходную клетку.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Вариант 17. Кубик

На одной из клеток шахматной доски стоит кубик. На гранях кубика написаны неотрицательные целые числа, не превосходящие 1000. Кубик можно перемещать на смежную клетку, перекатывая его через соответствующее ребро в основании. При движении считается сумма чисел, попавших в основание кубика (каждое число считается столько раз, сколько раз кубик оказывался на данном основании). Требуется найти такой путь движения кубика от начальной до заданной конечной клетки, при котором сумма чисел будет минимальной. Числа, стоящие в основании кубика в начальной и конечной позициях тоже входят в сумму. Начальная и конечная позиции различаются.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров шахматной доски.

Вариант 18. Домино

Берутся N костей из одного набора домино. Образовать из этих N костей все возможные цепи, состыковывая кости домино частями с равными количествами точек.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества костей N.

Вариант 19. Платы

Имеются компоненты, которые нужно расположить в n ячейках на плате. Число соединений между парами компонент задается матрицей C, в которой $C(i,j)$ – число связей между i-й и j-й компонентами. Расстояние между парами мест задается матрицей D, в которой $D(k,l)$ – расстояние между k-й и l-й ячейками. Таким образом, в терминах общей длины использованного провода размещение i-й компоненты в k-й ячейке и j-й компоненты в l-й ячейке стоит $C(i,j)D(k,l)$. В каждой ячейке можно поместить только одну компоненту, и каждая компонента может находиться только в одной ячейке. Найдите размещение компонент в ячейках, минимизирующее общую длину использованного провода.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества ячеек на плате.

Вариант 20. Спелеолог

Вы попали в трехмерную пещеру и вам необходимо найти кратчайший путь к выходу. Пещера представляет собой куб, в котором есть проходы. Перемещение в любом направлении (вверх, вниз, вправо, влево, вперед, назад) занимает ровно одну минуту. Перемещаться по диагонали и через стены пещеры не разрешается. Возможен ли выход из такой пещеры и если «да», то сколько времени вам понадобится? Если существует множество решений, определить наилучшее. Входные данные: описание пещеры.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров пещеры.

Вариант 21. Зашифрованные операции

Задаются арифметические операции, в которых цифры заменены буквами. В данной операции одна и та же буква всегда заменяет одну и ту же цифру, разные буквы представляют разные цифры. Наборы букв генерируются случайным образом, знак операции – символом, не являющимся буквой. Число разрядов исходных чисел (не результат операции) – не более N. Восстановить все возможные значения букв и операций.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от N.

Пример: SEND MORE MONEY соответствует 9567+1085=10652.

Вариант 22. Шашки

Имеется набор из 24 шашек, образованных следующим образом:

- двойной набор из 10 шашек с числами от 1 до 10;
- четыре шашки с числами 25, 50, 75 и 100.

Из этого набора случайным образом выбирается N шашек. Случайным образом выбирается трехзначное число K (первая цифра которого – не нуль). Задача заключается в том, чтобы соединить значения шашек между собой с помощью арифметических операций (сложение, вычитание, умножение, целочисленное деление), чтобы получить число K. Не обязательно использовать все арифметические операции и все N шашек.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от N.

Вариант 23. Автобусный билет

Дан автобусный билет с номером, состоящим из N цифр. Расставить между цифрами знаки арифметических операций ('+', '–', '/', '*') и скобки таким образом, чтобы значение полученного выражения было равно 100. Можно образовывать многозначные числа из стоящих рядом цифр.

Выражение должно быть корректным с точки зрения арифметики. Допустимы лишние скобки, не нарушающие корректности выражения.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от N.

Примечание: Допустим более простой вариант – для операций не установлены приоритеты, т.е. выражение вычисляется слева направо, отсутствуют скобки.

Вариант 24. Кубик в лабиринте

На прямоугольном поле из X на Y квадратных клеток находится куб со стороной, равной длине стороны клетки. За один ход куб может перекатываться через ребро, перемещаясь на соседнюю по вертикали или горизонтали клетку. Между некоторыми клетками могут стоять стенки, которые являются препятствиями. Куб не может перекатываться через препятствия. Куб также не может покидать пределы поля.

Требуется определить минимальное число ходов, необходимых для того, чтобы переместить куб из заданной начальной клетки с координатами A и B в заданную конечную клетку с координатами C и D. При этом в конечном положении верхняя грань должна быть та же, что и в начальном положении.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от X и Y.

Вариант 25. Гамильтонов цикл

Гамильтонов цикл в графе $G = (V, E)$ – это цикл в графе G, содержащий все вершины из V. Найти гамильтонов цикл в заданном неориентированном графе.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров (числа вершин и числа ребер) исходного графа.

Вариант 26. Монеты

В некоторой стране используются монеты достоинством $A_1, A_2, \ldots, A_m$. Человек пришел в магазин и обнаружил, что у него есть ровно по две монеты каждого достоинства. Ему нужно заплатить сумму N.

Определить способ оплаты без сдачи, в котором человек отдаст наименьшее возможное количество монет.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от m.

Вариант 27. Равенство

Дано выражение: $a_1?a_2?...?a_n = S$, где $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – натуральные числа.

Определить все способы замены вопросительных знаков на знаки операций сложения и умножения так, чтобы выполнялось равенство.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Примечание: Допустим более простой вариант – для операций не установлены приоритеты, т.е. выражение вычисляется слева направо, отсутствуют скобки.

Вариант 28. Назначение на работы

Имеется n человек, которых нужно назначить на n работ. Стоимость назначения i-го человека на i-ю работу равна C_{ij}. Найти назначение, при котором каждая работа выполняется некоторым человеком и которое минимизирует общую стоимость назначения.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Вариант 29. Раскопки

Во время недавних раскопок на Марсе были обнаружены листы бумаги с таинственными символами на них. После долгих исследований учёные пришли к выводу, что надписи на них на самом деле могли быть обычными числовыми равенствами. Кроме того, из других источников было получено веское доказательство того, что марсиане знали только три операции - сложение, умножение и вычитание (марсиане никогда не использовали «унарный минус»: вместо «–5» они писали «0 – 5»). Также ученые доказали, что марсиане не наделяли операции разным приоритетом, а просто вычисляли выражения (если в них не было скобок) слева направо: например, 3+3*5 у них равнялось 30, а не 18. К сожалению, символы арифметических действий стерлись. Например, если была запись «18=7 (5 3) 2», то возможно восстановить эту запись как «18=7+(5-3)*2». Найти требуемую расстановку знаков или сообщить, что таковой не существует.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n, где n – количество чисел в правой части равенства.

Вариант 30. Отрезки

Пусть n красных и n синих точек на плоскости заданы своими координатами. Построить n отрезков с разноцветными концами, суммарная длина, которых минимальна (каждая точка является концом только одного отрезка).

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Вариант 31. Разбиение массива

Массив натуральных чисел A (A_1, ..., A_n) разбить на два непересекающиеся массива B и C (то есть каждый элемент массива A должен попасть точно в один из двух массивов: B или C), так, чтобы сумма чисел в B равнялась сумме чисел в C. Найти все варианты разбиения.

Входными данными являются количество чисел (n) и последовательность из n чисел.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Вариант 32. Конденсаторы

Радиолюбитель Петя решил собрать детекторный приемник. Для этого ему понадобился конденсатор емкостью C мкФ. В распоряжении Пети есть набор из N конденсаторов, емкости которых равны C_1, C_2, ..., C_N соответственно. Петя помнит, как вычисляется емкость параллельного соединений двух конденсаторов ($C_{\text{new}} = C_1 + C_2$) и последовательного соединения двух конденсаторов ($C_{\text{new}} = (C_1 * C_2)/(C_1 + C_2)$). Петя хочет спаять некоторую последовательно-параллельную схему из имеющегося набора конденсаторов, такую, что ее емкость ближе всего к искомой (то есть абсолютная величина разности значений минимальна). Для изготовления схемы Петя может использовать от 1 до N из имеющихся у него конденсаторов.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от N.

Вариант 33. Самый длинный простой цикл

Найти в данном графе простой цикл (без повторяющихся вершин) наибольшей длины.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от размеров (числа вершин и числа ребер) исходного графа.

Вариант 34. Сумма подмножеств (задача о ранце)

Даны конечное множество натуральных чисел $S \subset N$ и число $t \in N$. Найти все возможные варианты выделения подмножества $S' \subseteq S$, сумма элементов которого равна t.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости мощности множества S.

Вариант 35. Маршрут

Матрица размером $n \times n$ заполнена произвольными целыми числами (например, от 0 до 100). Необходимо найти такой путь из клетки (1, 1) до клетки (n, n), чтобы сумма чисел в клетках, через которые он пролегает, была минимальной. Нельзя перемещаться по диагонали.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от n.

Вариант 36. Перетягивание каната

На корпоративном пикнике решили посостязаться в перетягивании каната. Участников пикника нужно честно разбить на две команды. Каждый человек должен попасть в одну или другую команду. Число человек в одной команде не должно превышать число человек в другой не более чем на одного. Суммарные веса людей каждой команды должны быть близки, насколько это возможно.

Входные данные: число участников пикника и вес каждого участника.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от числа участников пикника.

Вариант 37. Разбиение точек на плоскости

Задан набор из $3N$ штук точек на плоскости (координаты точек: X и Y – целые числа), причем любые три точки этого набора лежат на одной прямой. Необходимо разбить набор на N групп точек (по три точки в группе) таким образом, что точки каждой группы будут являться вершинами треугольника. Задача состоит в нахождении такого разбиения на группы, чтобы суммарная площадь всех треугольников была максимальная.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от N.

Вариант 38. Грузоподъемность

Грузоподъемность машины M килограмм. Есть n ящиков с грузами, масса i-го ящика равна m_i. Определите, какую наибольшую массу грузов (и какие ящики) можно увезти на автомашине.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от числа ящиков.

Вариант 39. Рюкзак

Имеется m различных предметов, известны вес каждого предмета и его стоимость. Определить, какие предметы надо положить в рюкзак, чтобы общий вес не превышал заданной границы, а общая стоимость была максимальной.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от m.

Вариант 40. Выполнение заказов

Имеется конечное множество заказов, каждый из которых требует ровно одну единицу времени для своего выполнения. Для каждого заказа известны срок выполнения и штраф за невыполнение к сроку. Требуется найти порядок выполнения заказов, при котором сумма штрафов будет наименьшей.

Исследовать асимптотическую временную сложность решения задачи в зависимости от количества заказов.