Факультет экономических наук

Базовая кафедра инфраструктуры финансовых рынков

Москва

Эконометрические методы

Анализ временных рядов

Бакланова Валерия Сергеевна

преподаватель БКИФР, младший научный сотрудник ЦФИАнД

Методология

1. Корреляция – для выявления линейных и нелинейных связей

коэффициенты Пирсона, Спирмена, Кендалла

2. Коинтеграция – для выявления долгосрочной зависимости

расширенный двухэтапный тест Энгла-Грейнджера на коинтеграцию (Engle and Granger, 1987)

3. Причинность по Грейнджеру – для выявления того, приводит ли изменение независимой переменной (причины) к изменению зависимой переменной (следствия)

тест на причинность по Грейнджеру (Granger, 1969)

Тест на корреляцию Пирсона

$$H_0\colon \rho = 0\,,$$
$$H_1\colon \rho \neq 0\,,$$

$$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}\,,$$

где ρ – истинная (генеральная) корреляция между двумя переменными, r – выборочный коэффициент корреляции Пирсона, n – размер выборки.

При справедливости нулевой гипотезы статистика t следует t-распределению Стьюдента с $n-2$ степенями свободы:

$$t \sim t_{n-2}\,.$$

Тест на корреляцию Спирмена

$$H_0: \rho_s = 0\,,$$
$$H_1: \rho_s \neq 0\,,$$

$$z = r_s\sqrt{n-1}\,,$$

где ρ_s – истинный коэффициент ранговой корреляции Спирмена между двумя переменными, r_s – выборочный коэффициент корреляции Спирмена, n – размер выборки.

При справедливости нулевой гипотезы и для больших выборок ($n > 30$) статистика z следует стандартному нормальному распределению:

$$z \xrightarrow{d} N(0,1)\,.$$

Тест на корреляцию Кендалла

$$H_0: \tau = 0 \,,$$

$$H_1: \tau \neq 0 \,,$$

$$z = \tilde{\tau}\sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}} \,,$$

где τ – истинный коэффициент ранговой корреляции Кендалла между двумя переменными, $\tilde{\tau}$ – выборочный коэффициент корреляции Кендалла, n – размер выборки.

При справедливости нулевой гипотезы и для больших выборок $(n > 10)$ статистика z следует стандартному нормальному распределению:

$$z \xrightarrow{d} N(0,1) \,.$$

Расширенный двухэтапный тест Энгла-Грейнджера на коинтеграцию (Engle and Granger, 1987)

H_0: временные ряды не коинтегрированы (остатки нестационарны)
H_1: временные ряды коинтегрированы (остатки стационарны)

На первом этапе строится линейная регрессия между двумя временными рядами y_t и x_t:

$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t$, где y_t и x_t – временные ряды, β_0 и β_1 – параметры модели, u_t – случайная ошибка.

После оценки регрессии вычисляются остатки:

$\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_t$, где $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ – оценки параметров.

На втором этапе проверяется стационарность остатков $\hat{u}_t$ с использованием расширенного теста Дикки-Фуллера (Dickey and Fuller, 1981). Для этого остатки подставляются в модель:

$$\Delta\hat{u}_t = \alpha\hat{u}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i \Delta\hat{u}_{t-i} + \epsilon_t,$$

где $\Delta\hat{u}_t = \hat{u}_t - \hat{u}_{t-1}$ – первые разности остатков, α – ключевой параметр, который тестируется, γ_i – коэффициенты при лагированных разностях, p – количество лагов, ϵ_t – белый шум.

Статистика теста ADF для остатков $\hat{u}_t$ вычисляется как:

$ADF = \dfrac{\hat{\alpha}}{SE(\hat{\alpha})}$, где $\hat{\alpha}$ – оценка коэффициента при $\hat{u}_{t-1}$, $SE(\hat{\alpha})$ – стандартная ошибка оценки $\hat{\alpha}$.

Тест на причинность по Грейнджеру (Granger, 1969)

Тест начинается с оценивания двух регрессий – ограниченной модели (без лагов x) и неограниченной модели (с лагами x):

$$y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{p} \varphi_i \, y_{t-i} + \epsilon_t \, ,$$

$$y_t = \alpha + \sum_{i=1}^{p} \varphi_i \, y_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \, x_{t-i} + \epsilon_t \, ,$$

где y_t и x_t – временные ряды, φ_i и β_i – коэффициенты, p – количество лагов, ϵ_t – остатки модели.

Проверяется следующая гипотеза H_0:

$$H_0: \beta_1 = \cdots = \beta_p = 0 \, ,$$

$$H_1: \exists \, i \in \{1, \ldots, p\} \text{ такое, что } \beta_i \neq 0 \, .$$

Если нулевая гипотеза не отвергается, то x_t не является причиной по Грейнджеру для y_t, иначе, x_t – причина по Грейнджеру для y_t.

Для проверки гипотезы используется следующая тестовая статистика:

$$F = \frac{(RSS_R - RSS_U)/p}{RSS_U/(n - 2p - 1)} \, ,$$

где RSS_R – сумма квадратов остатков ограниченной модели, RSS_U – сумма квадратов остатков неограниченной модели, p – количество лагов, n – размер выборки.

При справедливости нулевой гипотезы статистика F следует F-распределению с p и $n - 2p - 1$ степенями свободы:

$$F \sim F(p, n - 2p - 1) \, .$$