

2. СОПРЯЖЕНИЯ

В очертаниях технических форм часто встречаются плавные переходы от одной линии к другой. Плавный переход одной линии в другую, выполненный при помощи промежуточной линии, называется **сопряжением**. Построение сопряжений основано на следующих положениях геометрии.

1. Переход окружности в прямую будет плавным только тогда, когда заданная прямая является касательной к окружности (рис. 11а). Радиус окружности, проведенный в точку касания K , перпендикулярен к касательной прямой.

2. Переход от одной окружности к другой в точке K только тогда будет плавным, когда окружности имеют в данной точке общую касательную (рис. 11б).

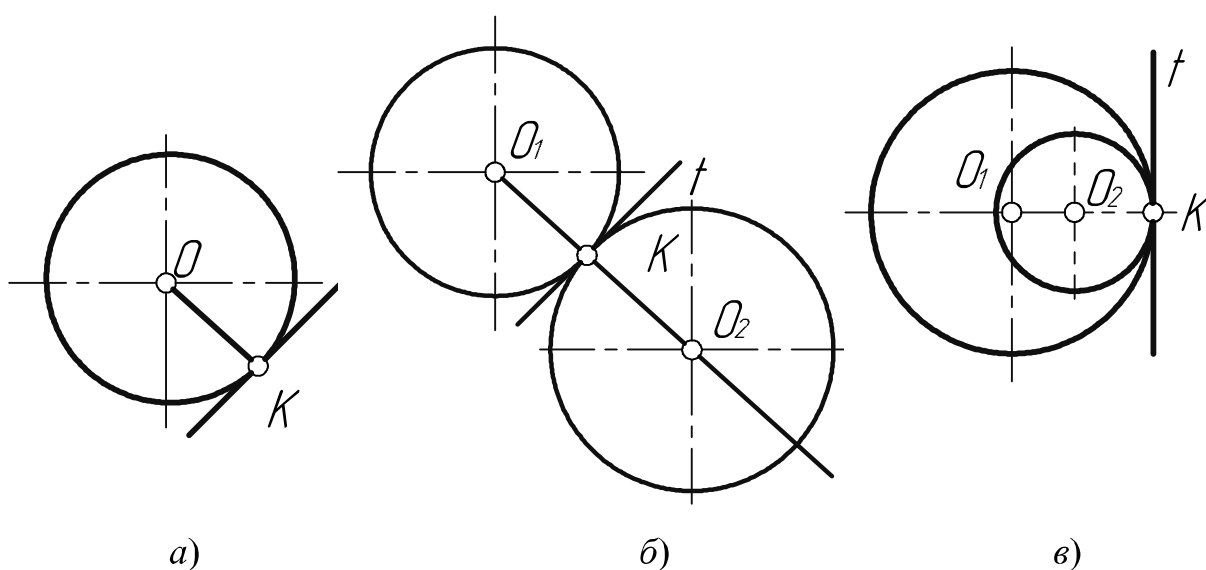


Рис. 11

Точка касания K и центры окружностей O_1 и O_2 лежат на одной прямой. Если центры окружностей лежат по разные стороны от касательной t , то касание называется **внешним** (рис. 11б); если центры O_1 и O_2 находятся по одну сторону от общей касательной – соответственно **внутренним** (рис. 11в). В теории сопряжений применяются следующие термины: а) центр сопряжения – точка O (рис. 12); б) радиус сопряжения R (рис. 12); в) точки сопряжения A и B (рис. 12); г) дуга сопряжения AB (рис. 12).

Центром сопряжения O называется точка, равноудаленная от сопрягаемых линий (рис. 12).

Точкой сопряжения A (B) называется точка касания двух сопрягаемых линий (рис. 12).

Дуга сопряжения AB – это дуга окружности, с помощью которой выполняется сопряжение (рис. 12).

Радиус сопряжения R – это радиус дуги сопряжения (рис. 12).

Для выполнения сопряжений необходимо определить три элемента построения: 1) радиус сопряжения; 2) центр сопряжения; 3) точки сопряжения.

2.1. Сопряжение двух пересекающихся прямых линий

Пусть даны две пересекающиеся прямые m, n и радиус сопряжения R (рис. 12). Необходимо построить сопряжение данных прямых дугой окружности радиусом R .

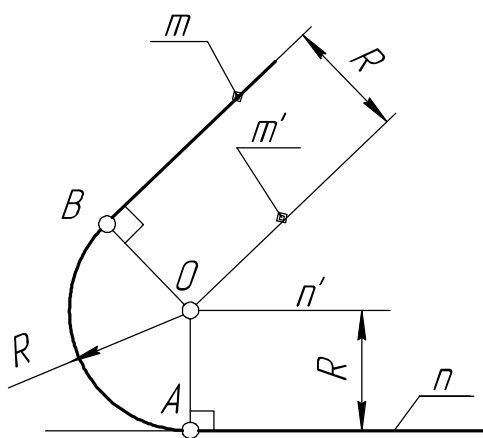


Рис. 12

Выполним следующие построения.

1. Построим множество точек центров сопряжения, удаленных от прямой n на расстояние радиуса R сопряжения. Таким множеством является прямая n' , параллельная данной прямой n и отстоящая от неё на расстояние R .
2. Построим множество точек центров сопряжения, удаленных от прямой m на расстояние радиуса сопряжения. Таким множеством является прямая m' , параллельная m и отстоящая от последней на расстояние R .
3. В пересечении построенных прямых m' и n' найдем центр сопряжения O .
4. Определим точку A сопряжения на прямой n . Для этого опустим из центра O перпендикуляр на прямую n . Для определения точки сопряжения B на прямой m необходимо опустить соответственно перпендикуляр из центра O на прямую m . Проведем дугу сопряжения AB . Теперь будут определены все элементы сопряжения: радиус, центр и точки сопряжения.

2.2. Сопряжения прямой с окружностью

Сопряжение прямой с окружностью может быть внешним или внутренним. Рассмотрим построение внешнего сопряжения прямой с окружностью.

Пример 1. Пусть задана окружность радиусом R с центром в точке O_1 и прямая m . Требуется построить сопряжение окружности с прямой дугой окружности заданного радиуса R (рис. 13).

Для решения задачи выполним следующие построения.

1. Построим множество точек центров сопряжения, удаленных от сопрягаемой прямой на расстояние R . Это множество задает прямая m' , параллельная m и отстоящая от неё на расстояние R .
2. Множество точек центров сопряжения, удаленных от окружности n на расстояние R , есть окружность n' , проведенная радиусом $R_1 + R$.

3. Центр сопряжения O находим как точку пересечения линий n' и m' .
4. Точку сопряжения A находим как основание перпендикуляра, проведенного из точки O на прямую m . Чтобы построить точку сопряжения B , необходимо провести линию центров OO_1 , т.е. соединить центры сопряженных дуг. В пересечении линии центров с заданной окружностью определим точку B .
5. Проведем дугу сопряжения AB .

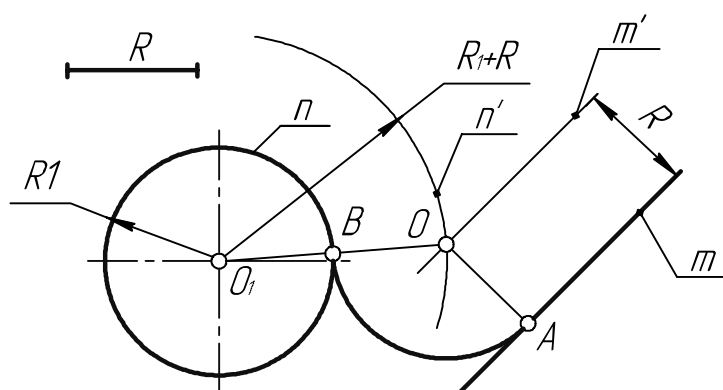


Рис. 13

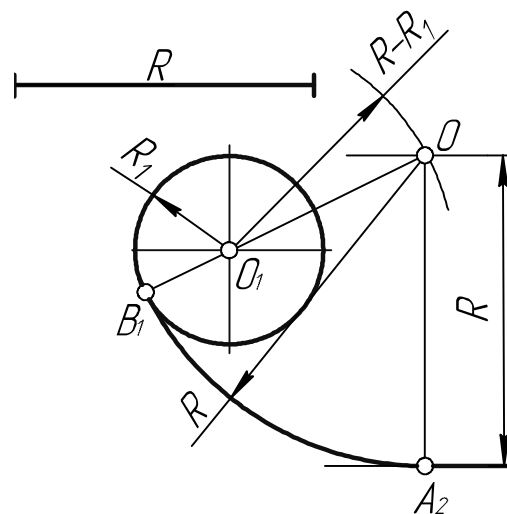


Рис. 14

Пример 2. При построении внутреннего сопряжения (рис. 14) последовательность построений остается та же, что и в примере 1. Однако центр сопряжения определяется с помощью вспомогательной дуги окружности, проведенной из центра O_1 , радиусом $R - R_1$.

2.3. Сопряжение двух окружностей

Сопряжение двух окружностей может быть внешним, внутренним и смешанным. Пусть задан радиус сопряжения R , а центры сопряжения и точки сопряжения следует найти.

Пример 1. Построим сопряжение с внешним касанием двух данных окружностей m и n с радиусами R_1 и R_2 дугой заданного радиуса R (рис. 15a).

1. Для нахождения центра сопряжения O проведем окружность m' , удаленную от данной окружности m на расстояние R . Так как сопряжение с внешним касанием, то радиус окружности m' равен $R_1 + R$.
2. Радиусом $R_2 + R$ проведем окружность n' , удаленную от данной окружности n на расстояние R .
3. Найдем центр сопряжения O как точку пересечения окружностей m' и n' .
4. Найдем точку сопряжения A как пересечение линии центров O_1O с дугой m .
5. Аналогично найдем точку B как пересечение линии центров O_2O с дугой n .
6. Проведем дугу сопряжения AB .

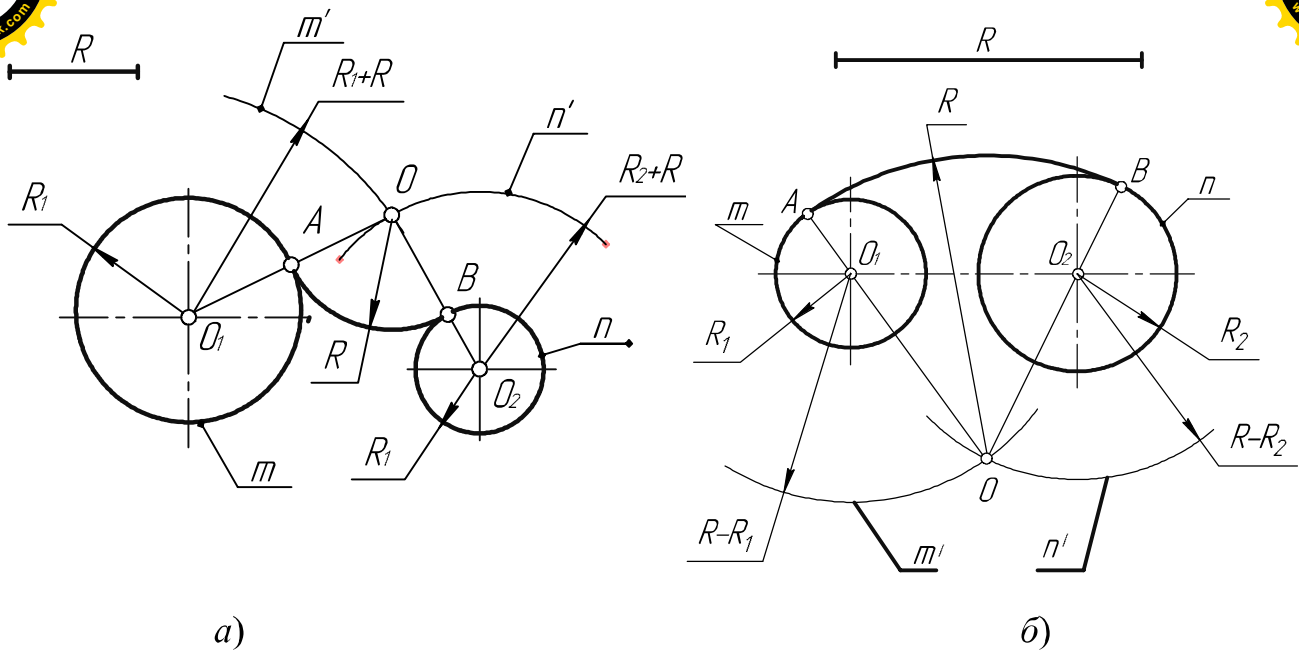


Рис. 15

Пример 2. Построим сопряжение с внутренним касанием двух данных окружностей m и n с радиусами R_1 и R_2 дугой радиусом R (рис. 15б).

1. Для нахождения центра сопряжения O проведем окружность m' на расстоянии $R - R_1$ от данной окружности m .
2. Проведем окружность n' на расстоянии $R - R_2$ от данной окружности n .
3. Центр сопряжения O найдем как точку пересечения окружностей m' и n' .
4. Точку сопряжения A найдем как точку пересечения линии центров OO_1 с заданной окружностью m .
5. Точку сопряжения B найдем как точку пересечения линии центров OO_2 с заданной окружностью n .
6. Проведем дугу сопряжения AB с центром в точке O .

Пример 3. На рис. 16 приведен пример построения сопряжения с внешне-внутренним касанием.

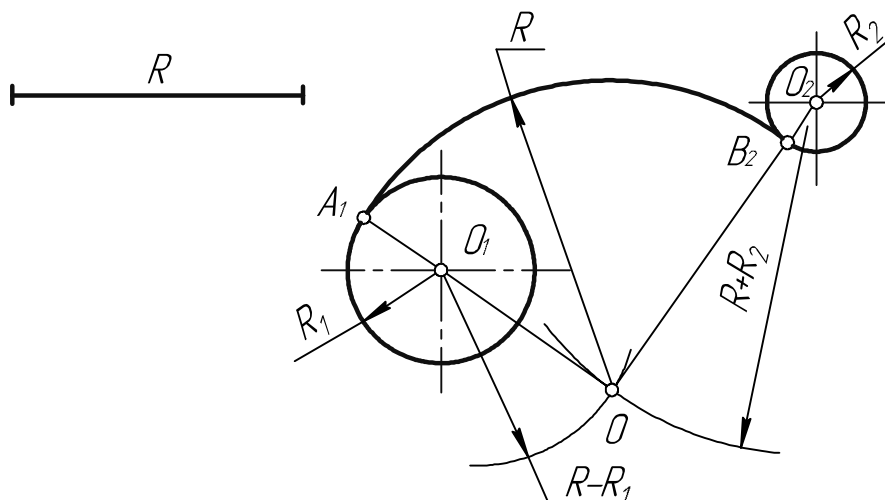


Рис. 16

2.4. Построение касательных

Пример 1. Дана окружность с центром в точке O_2 и точка O_1 вне её. Через данную точку O_1 провести касательную к данной окружности (рис. 17).

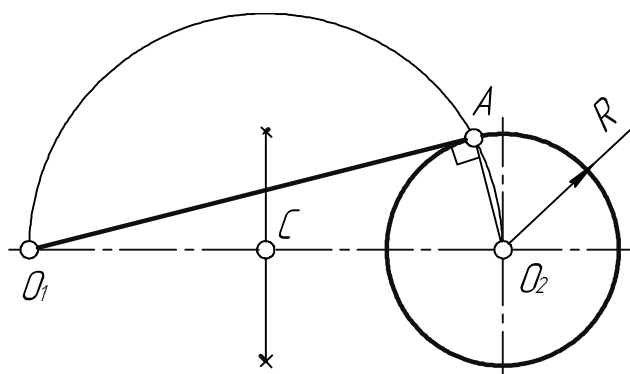


Рис. 17

Для решения задачи выполним следующие построения.

1. Соединим точку O_1 с центром окружности O_2 .
2. Находим середину C отрезка O_1O_2 .
3. Из точки C , как из центра, проведем вспомогательную окружность радиусом $CO_1 = CO_2$.
4. В точке пересечения вспомогательной окружности с заданной получим точку касания A . Соединим точку O_1 с точкой A .

Пример 2. Построим общую касательную AB к двум заданным окружностям радиусов R_1 и R_2 (рис. 18).

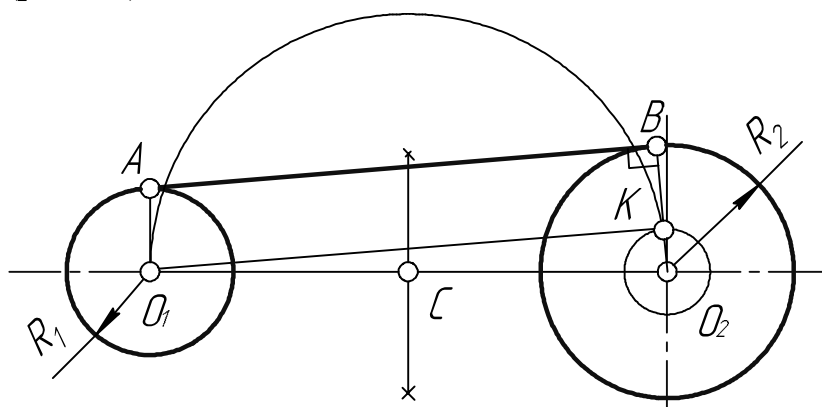


Рис. 18

1. Находим середину C отрезка O_1O_2 .
2. Из точки C , как из центра, радиусом $CO_1 = CO_2$ проведем вспомогательную окружность.
3. Из центра большей окружности O_2 проведем вторую вспомогательную окружность радиусом $R_2 - R_1$.
4. Пересечение двух вспомогательных окружностей определяет точку K , через которую проходит радиус O_2K , идущий в точку касания B .
5. Для построения второй точки касания A проведем $O_1A \parallel O_2B$.
6. Соединим точки A и B отрезком прямой линии.