

# Esercitazioni Strutture per Veicoli Spaziali

De Trane Giorgio  
s275514

January 28, 2021



*Anno accademico  
2020-2021*

## Contents

<b>1 Esercitazione 1</b>	<b>3</b>
1.1 Esercizio 1 . . . . .	5
1.1.1 DATI . . . . .	5
1.1.2 File di input . . . . .	6
1.1.3 RISULTATI . . . . .	7
1.2 Esercizio 2 . . . . .	10
1.3 RISULTATI . . . . .	11
1.4 Riflessioni . . . . .	14
<b>2 Esercitazione 2</b>	<b>16</b>
2.1 Dati . . . . .	16
2.2 Frequenze naturali e modi propri di vibrare . . . . .	17
2.3 Grandezze generalizzate . . . . .	18
2.4 Calcolo dei displacement verticali delle quattro masse . . . . .	19
2.5 Accelerazione e carico trasmessi al payload . . . . .	20
2.6 Power Spectral Density dell'accelerazione . . . . .	21
<b>3 Esercitazione 3</b>	<b>22</b>

# 1 Esercitazione 1

L'esercitazione é svolta utilizzando uno script in Fortran, messo a disposizione in un archivio denominato *MUL2* [4] e contenente anche un file di input ad hoc, in formato *.dat*, oltre a degli utili script di esempio per *gnuplot* [2], un libre software utilizzato poi per plottare tutti i grafici che seguono.

In campo subsonico, con ripressurizzazione nulla e temperatura dell'aria di circa 23 °C, vale:

$$\tau = 3.5 \cdot 10^{-3} \left( \frac{V_c}{A_{eff}} \right) \quad (1)$$

In campo sonico, con ripressurizzazione nulla e temperatura dell'aria di circa 23 °C, vale:

$$\Omega \approx 0.025 \left( \frac{V_c}{A_{eff}} \right) \left[ (0.5283\tilde{p}^o)^{\frac{1}{7}} - 1 \right] \quad (2)$$

Sono state fatte diverse assunzioni per tutta l'esercitazione:

- La depressurizzazione é:
  - *lenta* ( $t > 10\text{ s}$ )
  - *rapida* ( $t < 10\text{ s}$ )
  - *esplosiva* ( $t < 500\text{ ms}$ )
- Il volume delle camere é *costante*
- Il volume dell'atmosfera é supposto *infinito*
- L'aria é trattata come *gas ideale*
- Si utilizza un modello *0D*, ossia con proprietá uniformi per tutta l'aria contenuta nel volume in analisi
- La quota rimane *costante* durante la depressurizzazione
- L'effetto dell'umiditá relativa e dei calori latenti vengono trascurati
- Il modello utilizzato é di tipo quasi-stazionario, implementato attraverso un *algoritmo numerico*, il cui output fornisce del feedback sugli input forniti e sulla supercriticitá (campo supersonico) o subcriticitá (campo subsonico) del fenomeno.

```

giorgio@pop-os:/tmp/prova$ ls
Input.dat  MUL2_Rapid_Dec.zip  Plot_Dp.plt  Plot_p.plt  Rapid_Decompression.exe
giorgio@pop-os:/tmp/prova$ wine Rapid_Decompression.exe
001b:err:ntoskrnl:ZwLoadDriver failed to create driver L"\Registry\Machine\System\CurrentControlSet\Services\wineusb": c0000142
|-----|
|           Rapid Decompression analysis          |
|           for pressurized Aircraft Fuselage      |
|           and Spacecraft launch                  |
|-----   MUL2.com    ---|
|           for didattic use only                 |
|-----|


READING INPUT:
Analysis duration [s]:     0.450
Time step [micro-s]:       50.000
Number of compartments:    2
Compartments volumes [m3]: 4.000
                           16.000
Cabin Temperature [C]:    23.000
Ambient Temperature [C]:  -10.000
Cabin Pressure [kPa]:     117.016
Ambient Pressure [kPa]:   62.881
Charact. time of launcher [s]: 0.000
Pass. vent./breach areas [m2]:
0.00000E+00  0.35000E+00  0.16000E+00
0.35000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00
0.16000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00
No. of hinged BOPs:        0
No. of transl.l BOPs:      0

RUNNING ANALYSIS:
Supercritical ph. duration: 0.00000
Subcritical ph. duration:  0.43105
Total decompr. duration:  0.43105

END. SEE OUTPUT FILES.
Fortran Pause - Enter command<CR> or <CR> to continue.

```

Figure 1: stdout tipo

## 1.1 Esercizio 1

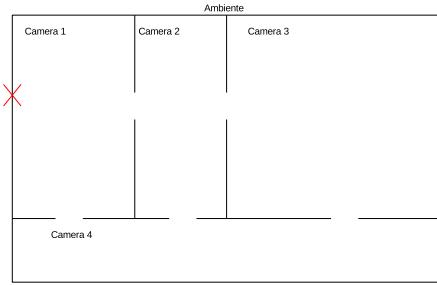


Figure 2: Esercizio 1 (Disegnato con *Inkscape* [5])

### 1.1.1 DATI

- $T_0 = -49.85\text{ }C;$
- $T_{c0} = 23\text{ }C;$
- $p_0 = 26.5\text{ }kPa;$
- $p_{c0} = 89.876\text{ }kPa;$
- $V_{C1} = 4\text{ }m^3;$
- $V_{C2} = 3\text{ }m^3;$
- $V_{C3} = 198\text{ }m^3;$
- $V_{C4} = 67\text{ }m^3;$
- $A_{1-0} = 1\text{ }m^2;$
- $A_{1-2} = 0.6\text{ }m^2;$
- $A_{2-3} = 0.6\text{ }m^2;$
- $A_{1-4} = 0.8\text{ }m^2;$
- $A_{3-4} = 0.8\text{ }m^2;$
- $CD_{1-0} = 0.8;$
- $CD_{1-2} = [0, 0.5, 1];$
- $CD_{2-3} = 0.7;$
- $CD_{2-4} = 0.7;$
- $CD_{1-4} = 0.7;$
- $CD_{3-4} = 0.7;$

### 1.1.2 File di input

Il file di input viene modificato rispetto all'esempio, inserendo ovviamente i dati forniti dal problema e rispettando la leggenda dello script.

In particolare, la matrice delle aree effettive, ossia le singole aree fisiche che separano le camere, moltiplicate per i rispettivi coefficienti di efflusso, risulta:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.56 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0.42 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 0.56 & 0 \\ 0.56 & 0.56 & 0.56 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per  $CD_{1-2} = 0$ ;

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.3 & 0 & 0.56 & 0.8 \\ 0.3 & 0 & 0.42 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 0.56 & 0 \\ 0.56 & 0.56 & 0.56 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per  $CD_{1-2} = 0.5$ ;

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0 & 0.56 & 0.8 \\ 0.6 & 0 & 0.42 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 0.56 & 0 \\ 0.56 & 0.56 & 0.56 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per  $CD_{1-2} = 1$ ;

### 1.1.3 RISULTATI

Sono di seguito plottati gli andamenti delle pressioni e del gradiente di pressione tra le camere 1 e 2, nel dominio del tempo.

I plot sono ordinati a due a due per  $CD_{1-2} = [0, 0.5, 1]$ ;

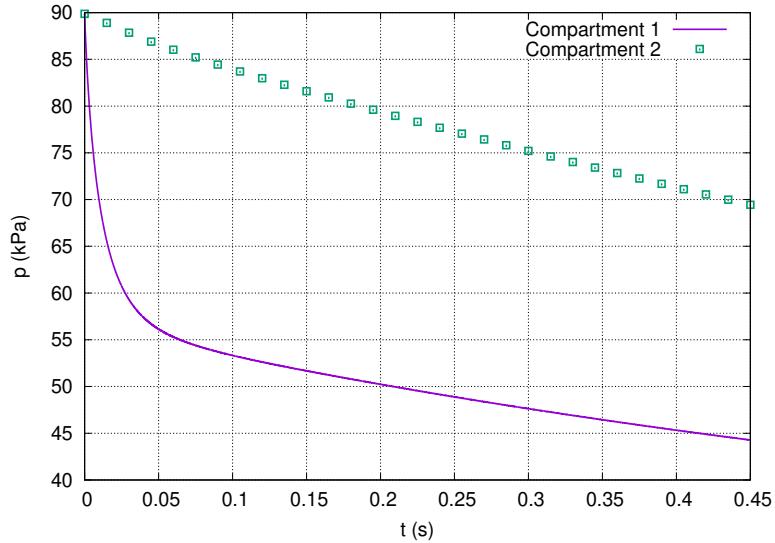


Figure 3: Pressioni di entrambe le camere nel tempo,  $t_{dec} = 3.28250\text{ s}$

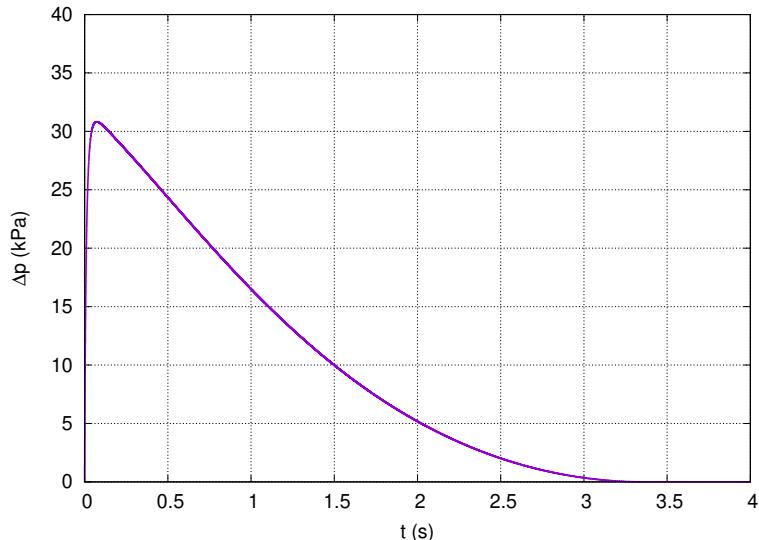


Figure 4: Gradiente di pressione tra le due camere,  $t_{dec} = 3.28250\text{ s}$

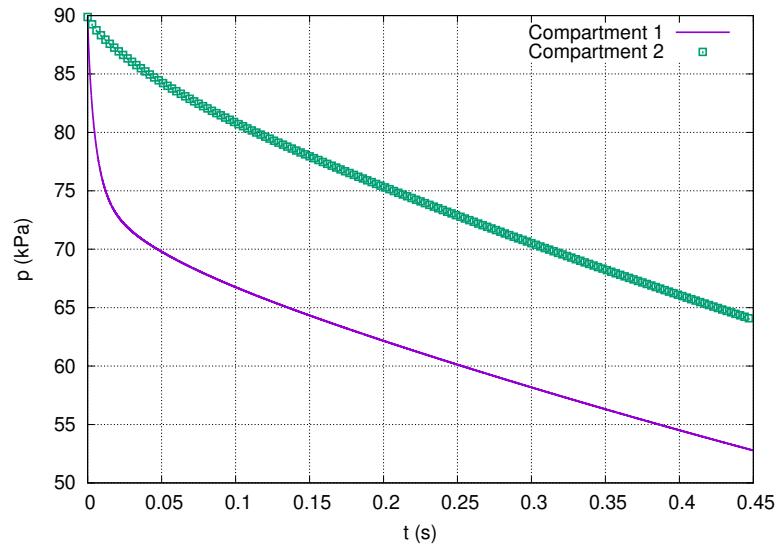


Figure 5: Pressioni di entrambe le camere nel tempo,  $t_{dec} = 2.62989 \text{ s}$

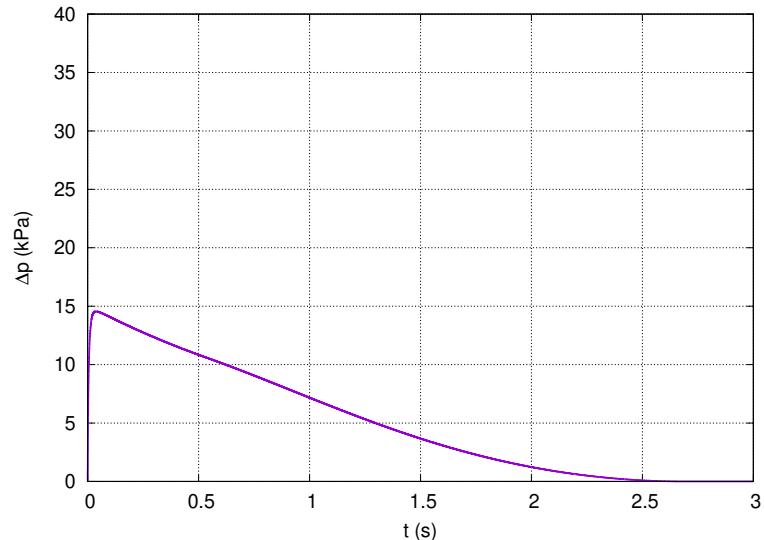


Figure 6: Gradiente di pressione tra le due camere,  $t_{dec} = 2.62989 \text{ s}$

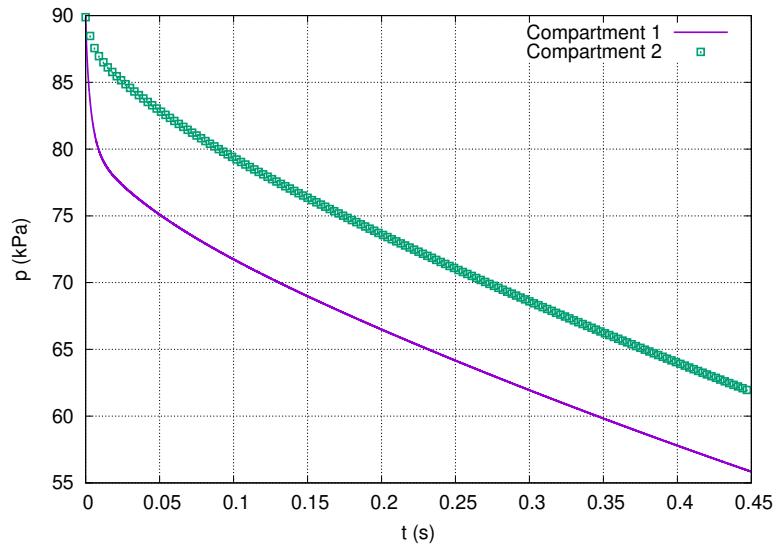


Figure 7: Pressioni di entrambe le camere nel tempo,  $t_{dec} = 2.42283 \text{ s}$

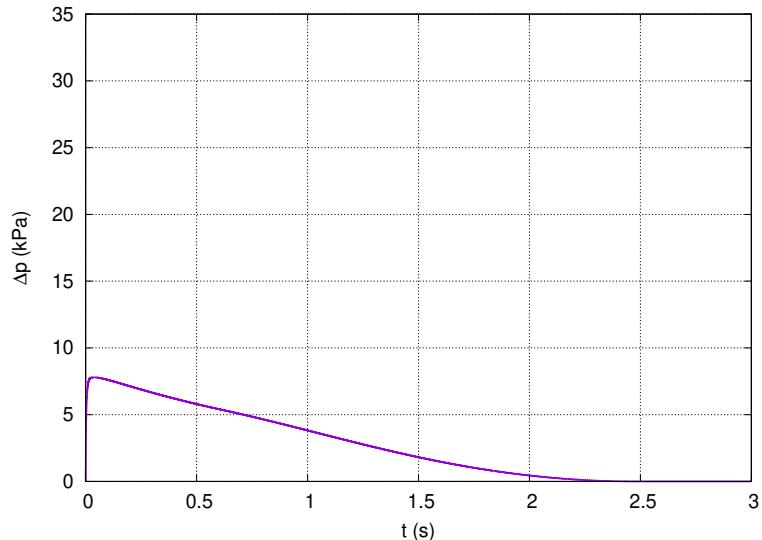


Figure 8: Gradiente di pressione tra le due camere,  $t_{dec} = 2.42283 \text{ s}$

## 1.2 Esercizio 2

Viene presa in analisi la depressurizzazione dell'*UPM-Sat1* [3], in un tempo massimo di 225 s.

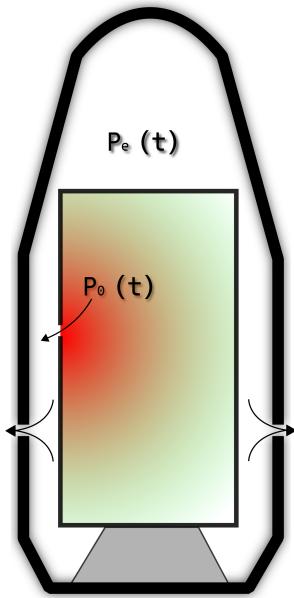


Figure 9: *UPM-Sat1* (Disegnato con *Inkscape* [5])

L'analisi é svolta assumendo un *coefficiente di efflusso* unitario, rispettando inoltre il modello fornito di depressurizzazione della camera esterna: la pressione inizialmente ha un determinato valore, che non puó piú essere considerato costante come nei casi precedenti, ma avrá un andamento esponenziale del tipo:

$$\frac{p_e}{p_i} = e^{-\left(\frac{t}{t_p}\right)^2} \quad (3)$$

Dove  $t_p$  é un tempo caratteristico, pari a 0.75 s in questo caso.

Infatti, mentre il volume esterno era assunto infinito per l'Esercizio 1 (1.1), va chiaramente considerato finito in questo caso, con la conseguenza che la pressione diminuisce.

Il volume dell'unica camera considerata é pari a  $0.13 \text{ m}^3$ , mentre l'area che la separa dall'esterno é presa in tre valori test differenti, ossia:

$$24 \cdot [10^{-5} \text{ m}^2 \quad 10^{-6} \text{ m}^2 \quad 10^{-7} \text{ m}^2]$$

### 1.3 RISULTATI

Anche in questo caso, sempre tramite lo script in Fortran fornito a lezione, vengono calcolate le pressioni nel tempo e il gradiente di pressione  $\Delta p$  agente sulle pareti del satellite, plottando poi il tutto con *gnuplot*.

I plot sono ordinati a due a due, per ogni area considerata.

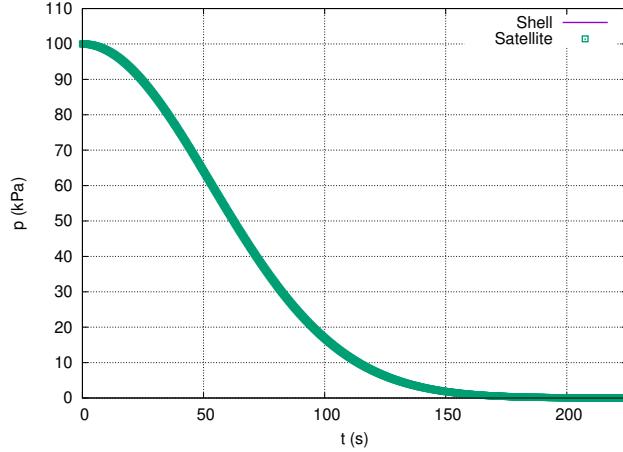


Figure 10: Andamento delle pressioni,  $t_{subcritico} = 225.001\text{ s}$

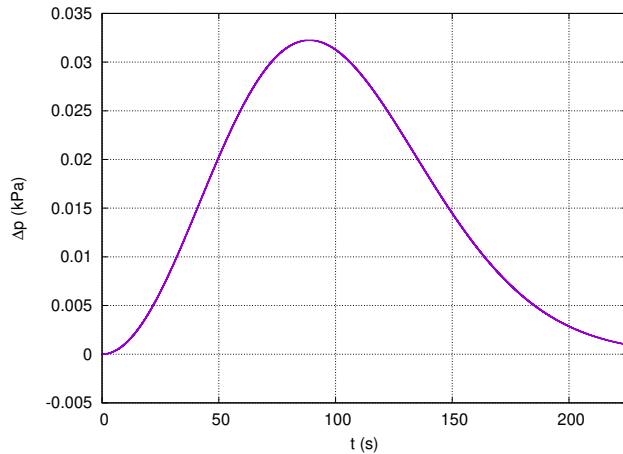


Figure 11: Andamento del gradiente di pressione,  $t_{subcritico} = 225.001\text{ s}$

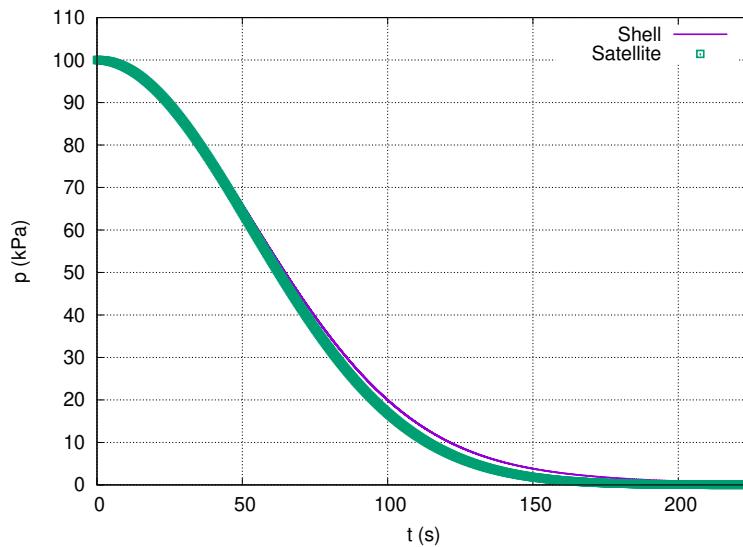


Figure 12: Andamento delle pressioni,  $t_{subcritico} = 145.106 \text{ s}$

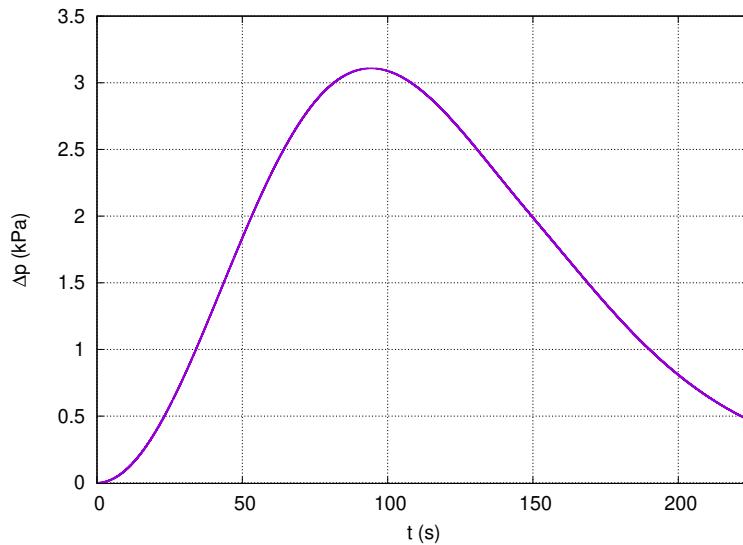


Figure 13: Andamento del gradiente di pressione,  $t_{subcritico} = 145.106 \text{ s}$

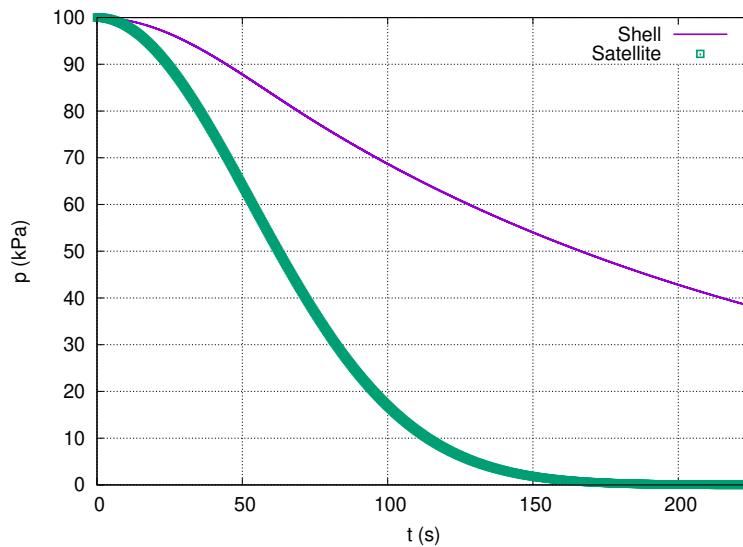


Figure 14: Andamento delle pressioni,  $t_{subcritico} = 69.735 \text{ s}$

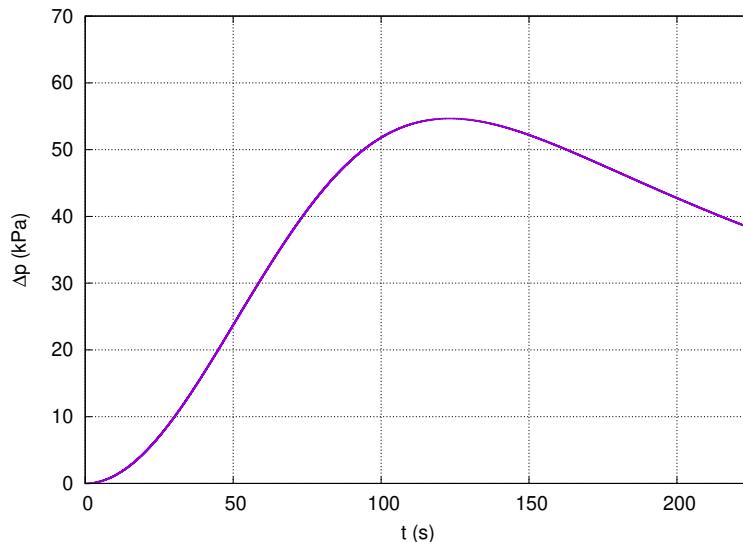


Figure 15: Andamento del gradiente di pressione,  $t_{subcritico} = 69.735 \text{ s}$

## 1.4 Riflessioni

Dal primo Esercizio (1.1), prendendo in analisi le prime due camere, si può immediatamente notare come, a parità di condizioni e di area comunicante tra i due volumi, il coefficiente di efflusso giochi un ruolo importante nel determinare l'andamento delle pressioni nelle due camere e, di conseguenza, il gradiente di pressione tra le due, a sua volta origine di carichi agenti sulla parete.

Sono stati considerati tre casi, ossia il caso limite di efflusso nullo, quello di efflusso totale ed un caso intermedio.

Nel caso di efflusso nullo (1.1.3), la pressione decresce vertiginosamente entro pochi istanti nella prima stanza, con un picco più elevato rispetto agli altri casi, dopodiché resta costante, mentre nella seconda camera si ha una decrescita lineare più lenta fino ad un picco più basso che negli altri casi.

Considerando un efflusso intermedio (1.1.3), si può già notare come la pressione nella prima camera decresca sì rapidamente, ma fino ad un valore di picco meno elevato, per poi stabilizzarsi brevemente e riprendere con una decrescita molto lenta, mentre nella seconda camera si ha una decrescita più rapida del caso precedente e fino ad un valore di picco più alto.

Il trend è ancora più evidente se si prende in considerazione un efflusso totale (1.1.3): la pressione della prima camera raggiunge un picco ancora più basso e tende a decrescere un po' più rapidamente dopo una breve stabilizzazione, ma comunque entro valori più bassi dei casi precedenti, mentre la seconda camera vede una decrescita di pressione ancora più rapida e fino ad un picco più alto.

Quindi, dato che il gradiente è semplicemente calcolato come il valore assoluto della differenza tra i due profili di pressione, si nota immediatamente che, all'aumentare del coefficiente di efflusso da 0 a 1, il suo valore massimo si minimizza e si ottiene anche una decrescita più rapida.

Da ciò si deduce che, avere un efflusso troppo basso (o, peggio ancora, nullo) tra cabina e altri compartimenti in presenza di una breccia verso l'ambiente esterno, genera dei carichi di sollecitazione più elevati, con possibili danni strutturali catastrofici.

Nel secondo Esercizio (1.2), il coefficiente di efflusso viene assunto unitario ed il focus è sull'area che separa i due ambienti studiati.

Nello specifico, vengono ancora una volta analizzate le pressioni tra le camere, al fine di studiarne l'andamento del gradiente di pressione, mettendo in risalto l'influenza che l'area di comunicazione può avere.

Il valore è ridotto, progressivamente nei tre casi, di un ordine di grandezza.

Nel primo caso in questione, i due profili di pressione sono pressappoco identici (si ricorda che il modello utilizzato è esponenziale (3)), per cui il gradiente ha un valore di picco molto basso (1.3).

Nel secondo caso l'area si riduce di un ordine di grandezza: i due profili di pressione cominciano a differenziarsi in maniera più evidente per la scala studiata, ed il gradiente assume, come logico aspettarsi, un andamento analogo al precedente ma con un massimo significativamente più elevato, di ben due ordini di grandezza per la precisione (1.3).

Nell'ultimo caso, l'area viene ulteriormente ridotta di un altro ordine di grandezza: stavolta gli andamenti delle pressioni si discostano sostanzialmente, con un decadimento molto più rapido per la seconda camera.

Di conseguenza, il gradiente risultante, pur mantenendo lo stesso tipo di andamento, è cresciuto ulteriormente di un ordine di grandezza (1.3).

Si può quindi intuire che, in una situazione di depressurizzazione, il ruolo dell'area di efflusso sia fondamentale nel tenere sotto controllo i carichi dovuti al gradiente di pressione: un'area troppo piccola potrebbe creare un gradiente eccessivamente alto e potenzialmente pericoloso per le strutture coinvolte.

## 2 Esercitazione 2

Lo scopo di questa esercitazione è l'analisi modale di un sistema a quattro gradi di libertà, composto da quattro masse discretizzate, rappresentanti i due stage, il fairing ed il payload di un lanciatore che ricalca il *Falcon 9*. Le varie masse sono connesse da molle e smorzatori viscosi, questi ultimi trascurati per semplificare il modello matematico.

Inoltre, la spinta nei primi 160 secondi è ipotizzata costante, utilizzando un modello con carico a gradino.

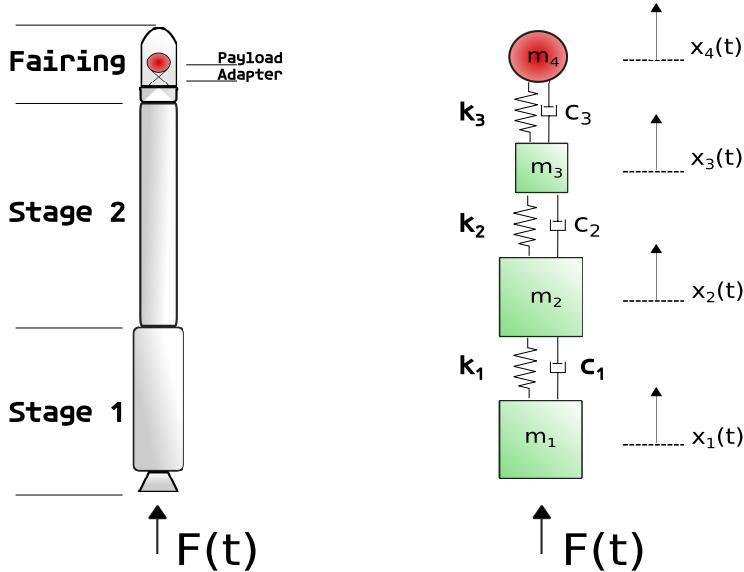


Figure 16: Lanciatore (Disegnato con *Inkscape* [5])

### 2.1 Dati

- $m_{1 \rightarrow 4} = \{445, 116, 2, 15\} \cdot 10^3 \text{ kg}$
- $k_{1 \rightarrow 3} = \{5, 5, 1\} \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
- $c_{1 \rightarrow 3} \approx \{0, 0, 0\}$
- $F_0 = 775 \cdot 10^3 \text{ kgf}$
- $t_{launch} = 160 \text{ s}$

## 2.2 Frequenze naturali e modi propri di vibrare

Si considera inizialmente un sistema con equazioni di equilibrio accoppiate, in forma omogenea, ossia con vettore delle forze applicate nullo. In notazione matriciale:

$$M\ddot{x} + Kx(t) = 0 \quad (4)$$

dove M e K sono rispettivamente le matrici delle masse concentrate e di rigidezza, così definite:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{pmatrix}$$

La soluzione omogenea é chiaramente un *moto armonico*, non smorzato e privo di forzante. Rappresenta un classico problema agli autovalori, risolto in uno script su *Octave* [1], disponibile nel repository di questo report [6], col nome di *Esercitazione2.m* e comprendente la risoluzione del resto di questa esercitazione. Oltre alla soluzione banale, si ottiene il vettore degli autovalori, da cui sono ricavate le pulsazioni e le frequenze naturali del sistema, oltre alla matrice contenente tutti e quattro i vettori modali in colonna.

$$\vec{\omega}_n = [0.0000, 63.2520, 87.4808, 552.0482] \text{ rad} \cdot s^{-1} \quad (5)$$

$$\vec{f}_n = [0.0000, 10.0669, 13.9230, 87.8612] \text{ Hz} \quad (6)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.0013 & -0.0006 & -0.0004 & 0.0000 \\ 0.0013 & 0.0016 & 0.0021 & 0.0003 \\ 0.0013 & 0.0023 & 0.0008 & -0.0222 \\ 0.0013 & 0.0059 & -0.0055 & 0.0005 \end{pmatrix} \quad (7)$$

## 2.3 Grandezze generalizzate

Si passa quindi alla risoluzione del sistema completo, utilizzando questa volta le incognite modali, che permettono di riscrivere il sistema con delle grandezze generalizzate.

Vale la relazione  $x(t) = \phi q(t)$ , per cui il sistema risulta:

$$M_g \ddot{q}(t) + K_g q(t) = F_g \quad (8)$$

in cui  $M_g$ ,  $K_g$  e  $F_g$  sono rispettivamente la matrice delle masse, la matrice delle rigidezze ed il vettore delle forze applicate in forma generalizzata.

Tali grandezze sono quindi calcolate dallo script [6] e sono pari a:

$$M_g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ kg} \quad (9)$$

$$K_g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0765 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0476 \end{pmatrix} \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (10)$$

$$F_g = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.4762 \\ -0.2686 \\ -0.009 \end{pmatrix} \cdot 10^4 \text{ N} \quad (11)$$

La matrice delle masse generalizzate coincide con la matrice identità, per cui l'algoritmo utilizzato dalla funzione `eig(K, M)` garantisce degli autovettori M-normalizzati.

A questo punto, il sistema di equazioni accoppiate a quattro gradi di libertà è scorporato in quattro equazioni armoniche indipendenti ad un grado di libertà, grazie al principio di sovrapposizione.

In questo modo, la risoluzione viene notevolmente semplificata, pur utilizzando un sistema del tutto equivalente a quello di partenza.

## 2.4 Calcolo dei displacement verticali delle quattro masse

Sempre attraverso lo stesso script [6], vengono calcolate le quattro componenti del vettore displacement  $\vec{x}(t)$ , a partire dal vettore modale  $\vec{q}(t)$ .

Data la natura semplificata del problema, si ricavano facilmente due soluzioni analitiche per la prima e per le restanti componenti:

$$q_1 = \frac{F_{g1}}{2M_{g1}} t^2 \quad (12)$$

$$q_i = \frac{F_{gi}}{K_{gi}} [1 - \cos(\omega_{ni} t)] \quad (13)$$

Viene quindi plottato l'andamento del vettore nel tempo:

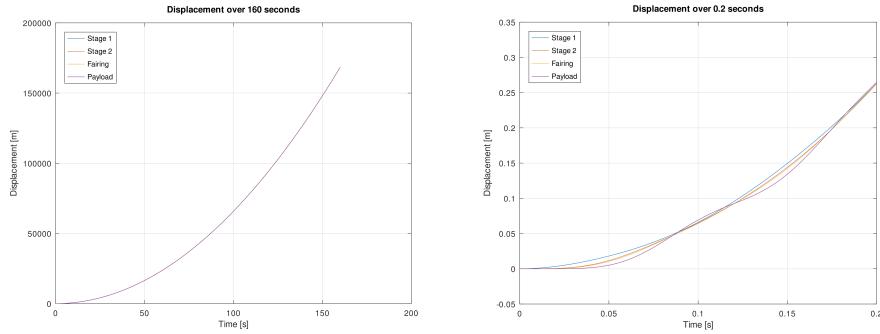


Figure 17: Displacement per 160 s e per 0.2 s

Si puó notare come, su un tempo sufficientemente lungo, l'andamento delle quattro masse sia praticamente coincidente. Per la durata molto breve del lift-off, invece, si nota che l'andamento delle varie parti si discosta leggermente, con particolare enfasi per il payload, che subisce delle oscillazioni particolarmente evidenti, motivo per cui é necessario studiare accuratamente in fase progettuale questo transitorio, onde evitare potenziali danni ad attrezzature estremamente costose e spesso molto soggette a starature, se sottoposte a variazioni repentine di questo tipo.

## 2.5 Accelerazione e carico trasmessi al payload

In virtú di quanto detto in sezione 2.4, si calcolano anche i vettori accelerazione e carico tra 0 e 2 secondi, con particolare attenzione all'andamento del payload.

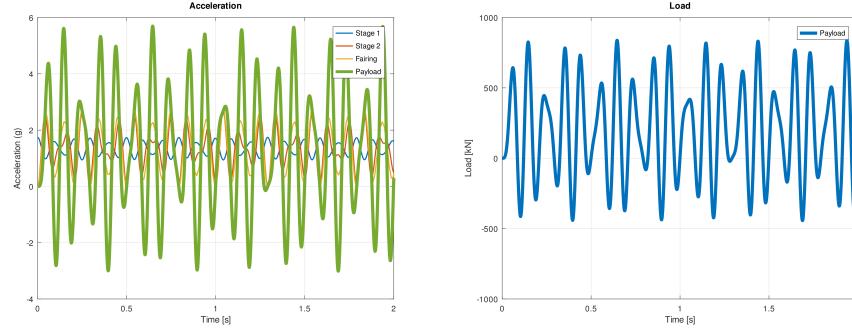


Figure 18: Accelerazioni e carico sul payload, tra 0 e 2 s

Come detto in precedenza, il payload é spesso molto sensibile a oscillazioni così notevoli di accelerazioni (e dei carichi che ne derivano, ottenuti riscalando le accelerazioni per un fattore pari alla massa), specie nel caso di payload ottici. Si possono osservare picchi estremamente alti, fino a 6g, che dovrebbero essere assolutamente ridotti in fase di progettazione, tenendo anche in considerazione che é necessario ideare un sistema posizionamento ed ancoraggio del payload ottimale.

Va però tenuto a mente che il problema é stato notevolmente semplificato, proprio a partire da un'assunzione estremamente forte, ossia la rimozione dei coefficienti di smorzamento viscoso.

Naturalmente, in una situazione piú realistica, la presenza di meccanismi assimilabili a smorzatori é assolutamente d'obbligo, per cui le forti oscillazioni osservate finora sono senz'altro una grossa sovrastima, dato che verrebbero smorzate in maniera efficiente, in un progetto reale.

## 2.6 Power Spectral Density dell'accelerazione

A questo punto si calcola la *Power Spectral Density* dell'accelerazione  $\ddot{x}_4(t)$ , che rappresenta la potenza distribuita su un dominio scomposto di frequenze.

Nello script si utilizza la funzione *periodogram* per valutare la PSD, di seguito plottata.

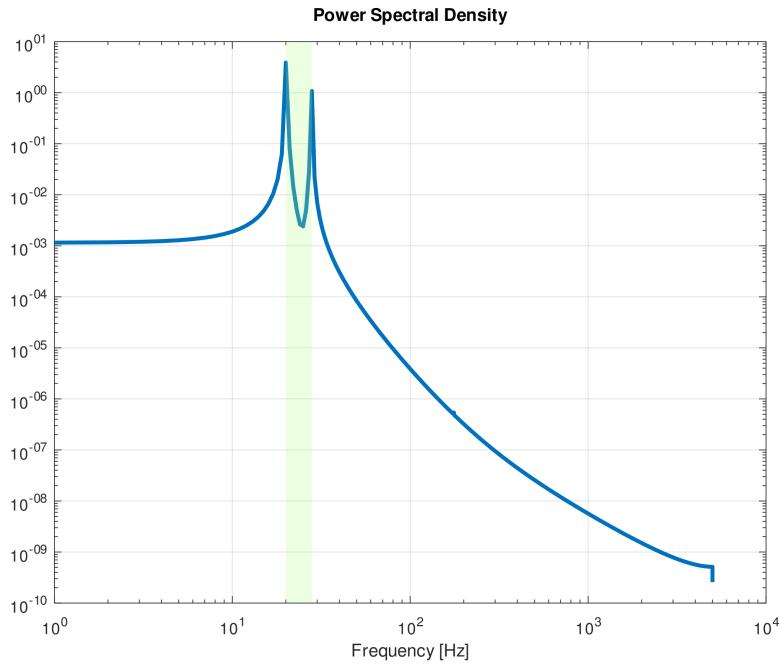


Figure 19: Power Spectral Density dell'accelerazione del payload

Si possono osservare due picchi compresi tra i 20 Hz e i 30 Hz, per i quali si hanno i maggiori valori di potenza.

Si é quindi calcolato un valore quadratico medio pari a  $\ddot{x}_{4,rms} = 24.3278 \text{ g}$ .

### 3 Esercitazione 3

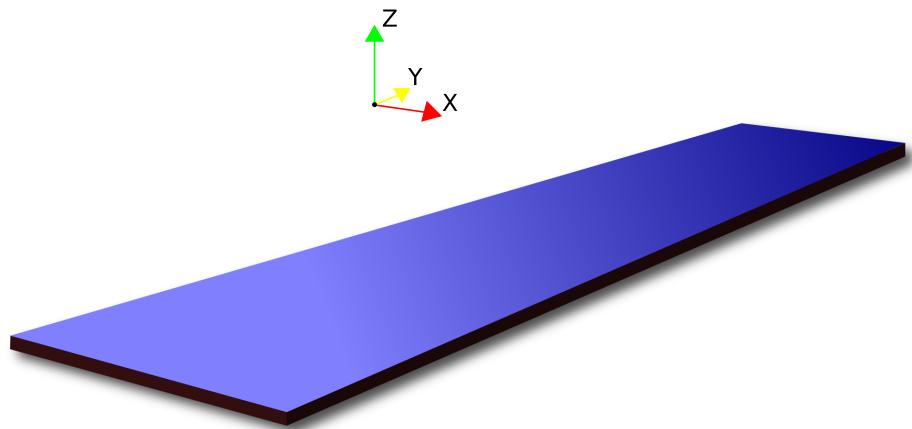


Figure 20: Piastra incastrata ad una delle estremitá

## References

- [1] John W. Eaton and many others. *GNU Octave*. <https://www.gnu.org/software/octave/index>. 2020.
- [2] *gnuplot*. <http://www.gnuplot.info/>. Accessed on 2020-15-11.
- [3] Universidad Politécnica de Madrid. *UPM-Sat*. <http://www.idr.upm.es/index.php/es/programas-de-satellites-upm-sat>. Accessed on 2020-20-11.
- [4] *MUL2*. <https://www.mul2.com>. Accessed on 2020-15-11.
- [5] The Inkscape Project. *Inkscape*. <https://inkscape.org/>.
- [6] Giorgio De Trane. *Esercitazioni Strutture per veicoli aerospaziali*. [https://github.com/BaldPolnareff/Esercitazioni\\_Strutture\\_per\\_veicoli\\_aerospaziali](https://github.com/BaldPolnareff/Esercitazioni_Strutture_per_veicoli_aerospaziali). 2020.