

Esercitazioni Strutture per Veicoli Spaziali

De Trane Giorgio
s275514

January 28, 2021



*Anno accademico
2020-2021*

Contents

1 Esercitazione 1	3
1.1 Esercizio 1	5
1.1.1 DATI	5
1.1.2 File di input	6
1.1.3 RISULTATI	7
1.2 Esercizio 2	10
1.3 RISULTATI	11
1.4 Riflessioni	14
2 Esercitazione 2	16
2.1 Dati	16
2.2 Frequenze naturali e modi propri di vibrare	17
2.3 Grandezze generalizzate	18
2.4 Calcolo dei displacement verticali delle quattro masse	19
2.5 Accelerazione e carico trasmessi al payload	20
2.6 Power Spectral Density dell'accelerazione	21
3 Esercitazione 3	22
3.1 Dati	22
3.2 Frequenze naturali e modi propri di vibrare	23
3.2.1 Laminazione a 90 gradi	23
3.2.2 Laminazione a 45 gradi	26
3.3 Analisi Statica: displacement massimo	29
3.3.1 Laminazione a 90 gradi	29
3.3.2 Laminazione a 45 gradi	29
3.4 Analisi statica: distribuzione degli stress	30
3.4.1 Laminazione a 90 gradi	30
3.4.2 Laminazione a 45 gradi	31
3.5 Analisi Termica: displacement massimo	32
3.5.1 Laminazione a 90 gradi	32
3.5.2 Laminazione a 45 gradi	32
3.6 Analisi Termica: distribuzione degli stress	33
3.6.1 Laminazione a 90 gradi	33
3.6.2 Laminazione a 45 gradi	34
4 Esercitazione 4	35

1 Esercitazione 1

L'esercitazione é svolta utilizzando uno script in Fortran, messo a disposizione in un archivio denominato *MUL2* [4] e contenente anche un file di input ad hoc, in formato *.dat*, oltre a degli utili script di esempio per *gnuplot* [2], un libre software utilizzato poi per plottare tutti i grafici che seguono.

In campo subsonico, con ripressurizzazione nulla e temperatura dell'aria di circa 23 °C, vale:

$$\tau = 3.5 \cdot 10^{-3} \left(\frac{V_c}{A_{eff}} \right) \quad (1)$$

In campo sonico, con ripressurizzazione nulla e temperatura dell'aria di circa 23 °C, vale:

$$\Omega \approx 0.025 \left(\frac{V_c}{A_{eff}} \right) \left[(0.5283\tilde{p}^o)^{\frac{1}{7}} - 1 \right] \quad (2)$$

Sono state fatte diverse assunzioni per tutta l'esercitazione:

- La depressurizzazione é:
 - *lenta* ($t > 10\text{ s}$)
 - *rapida* ($t < 10\text{ s}$)
 - *esplosiva* ($t < 500\text{ ms}$)
- Il volume delle camere é *costante*
- Il volume dell'atmosfera é supposto *infinito*
- L'aria é trattata come *gas ideale*
- Si utilizza un modello *0D*, ossia con proprietá uniformi per tutta l'aria contenuta nel volume in analisi
- La quota rimane *costante* durante la depressurizzazione
- L'effetto dell'umiditá relativa e dei calori latenti vengono trascurati
- Il modello utilizzato é di tipo quasi-stazionario, implementato attraverso un *algoritmo numerico*, il cui output fornisce del feedback sugli input forniti e sulla supercriticitá (campo supersonico) o subcriticitá (campo subsonico) del fenomeno.

```

giorgio@pop-os:/tmp/prova$ ls
Input.dat  MUL2_Rapid_Dec.zip  Plot_Dp.plt  Plot_p.plt  Rapid_Decompression.exe
giorgio@pop-os:/tmp/prova$ wine Rapid_Decompression.exe
001b:err:ntoskrnl:ZwLoadDriver failed to create driver L"\Registry\Machine\System\CurrentControlSet\Services\wineusb": c0000142
|-----|
|           Rapid Decompression analysis          |
|           for pressurized Aircraft Fuselage      |
|           and Spacecraft launch                  |
|-----   MUL2.com    ---|
|           for didattic use only                 |
|-----|


READING INPUT:
Analysis duration [s]:     0.450
Time step [micro-s]:      50.000
Number of compartments:    2
Compartments volumes [m3]: 4.000
                           16.000
Cabin Temperature [C]:    23.000
Ambient Temperature [C]:  -10.000
Cabin Pressure [kPa]:     117.016
Ambient Pressure [kPa]:   62.881
Charact. time of launcher [s]: 0.000
Pass. vent./breach areas [m2]: 0.00000E+00  0.35000E+00  0.16000E+00
                                0.35000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00
                                0.16000E+00  0.00000E+00  0.00000E+00
No. of hinged BOPs:        0
No. of transl.l BOPs:      0

RUNNING ANALYSIS:
Supercritical ph. duration: 0.00000
Subcritical ph. duration:  0.43105
Total decompr. duration:  0.43105

END. SEE OUTPUT FILES.
Fortran Pause - Enter command<CR> or <CR> to continue.

```

Figure 1: stdout tipo

1.1 Esercizio 1

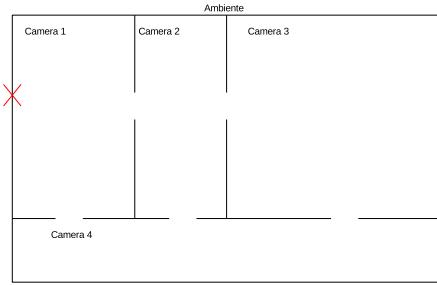


Figure 2: Esercizio 1 (Disegnato con *Inkscape* [6])

1.1.1 DATI

- $T_0 = -49.85\text{ }C;$
- $T_{c0} = 23\text{ }C;$
- $p_0 = 26.5\text{ }kPa;$
- $p_{c0} = 89.876\text{ }kPa;$
- $V_{C1} = 4\text{ }m^3;$
- $V_{C2} = 3\text{ }m^3;$
- $V_{C3} = 198\text{ }m^3;$
- $V_{C4} = 67\text{ }m^3;$
- $A_{1-0} = 1\text{ }m^2;$
- $A_{1-2} = 0.6\text{ }m^2;$
- $A_{2-3} = 0.6\text{ }m^2;$
- $A_{1-4} = 0.8\text{ }m^2;$
- $A_{3-4} = 0.8\text{ }m^2;$
- $CD_{1-0} = 0.8;$
- $CD_{1-2} = [0, 0.5, 1];$
- $CD_{2-3} = 0.7;$
- $CD_{2-4} = 0.7;$
- $CD_{1-4} = 0.7;$
- $CD_{3-4} = 0.7;$

1.1.2 File di input

Il file di input viene modificato rispetto all'esempio, inserendo ovviamente i dati forniti dal problema e rispettando la leggenda dello script.

In particolare, la matrice delle aree effettive, ossia le singole aree fisiche che separano le camere, moltiplicate per i rispettivi coefficienti di efflusso, risulta:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.56 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0.42 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 0.56 & 0 \\ 0.56 & 0.56 & 0.56 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per $CD_{1-2} = 0$;

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.3 & 0 & 0.56 & 0.8 \\ 0.3 & 0 & 0.42 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 0.56 & 0 \\ 0.56 & 0.56 & 0.56 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per $CD_{1-2} = 0.5$;

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0 & 0.56 & 0.8 \\ 0.6 & 0 & 0.42 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0.42 & 0 & 0.56 & 0 \\ 0.56 & 0.56 & 0.56 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per $CD_{1-2} = 1$;

1.1.3 RISULTATI

Sono di seguito plottati gli andamenti delle pressioni e del gradiente di pressione tra le camere 1 e 2, nel dominio del tempo.

I plot sono ordinati a due a due per $CD_{1-2} = [0, 0.5, 1]$;

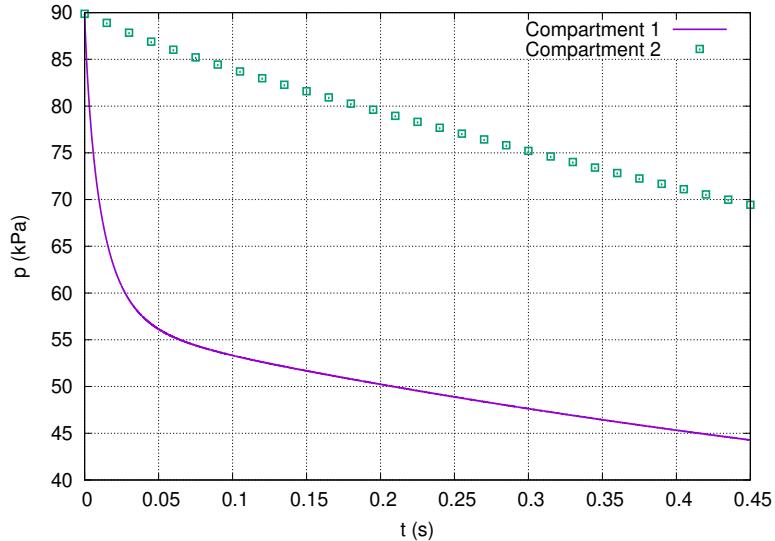


Figure 3: Pressioni di entrambe le camere nel tempo, $t_{dec} = 3.28250\text{ s}$

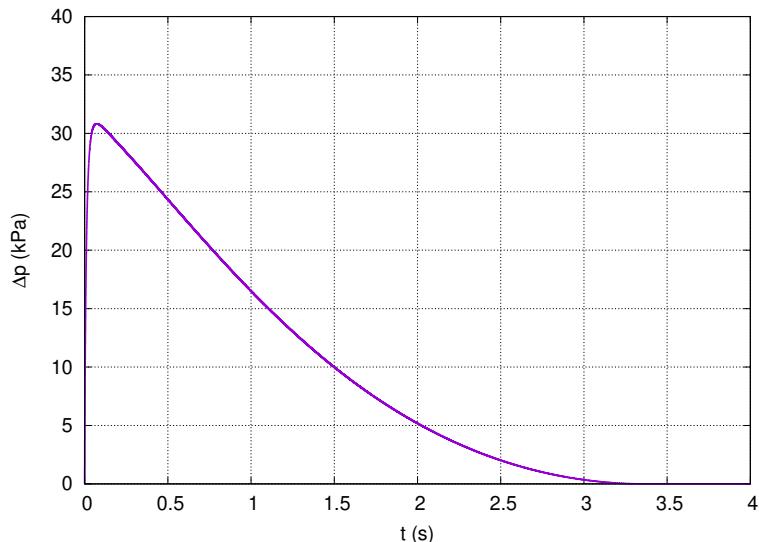


Figure 4: Gradiente di pressione tra le due camere, $t_{dec} = 3.28250\text{ s}$

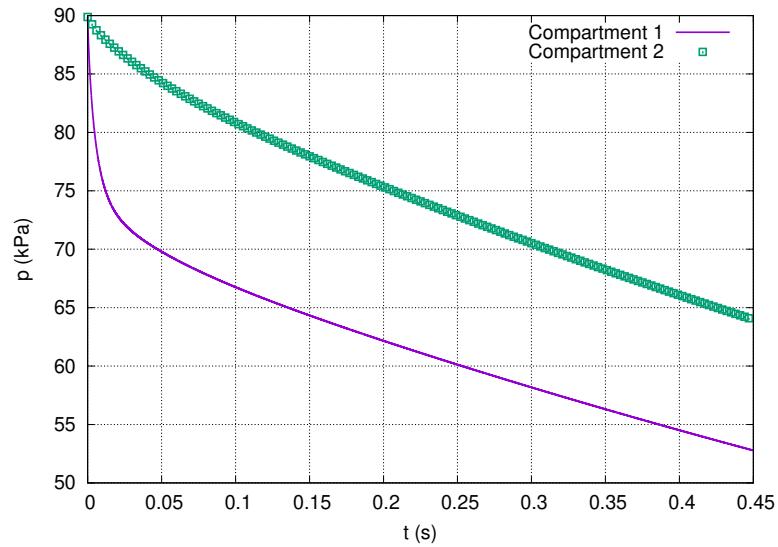


Figure 5: Pressioni di entrambe le camere nel tempo, $t_{dec} = 2.62989 \text{ s}$

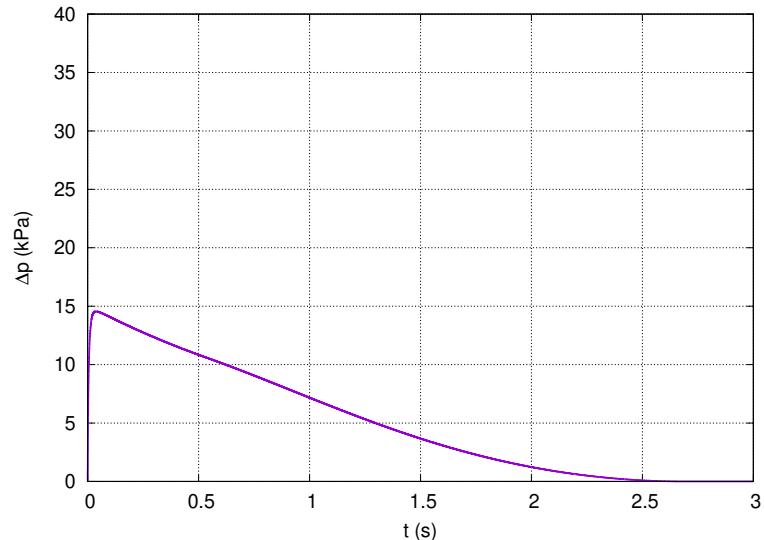


Figure 6: Gradiente di pressione tra le due camere, $t_{dec} = 2.62989 \text{ s}$

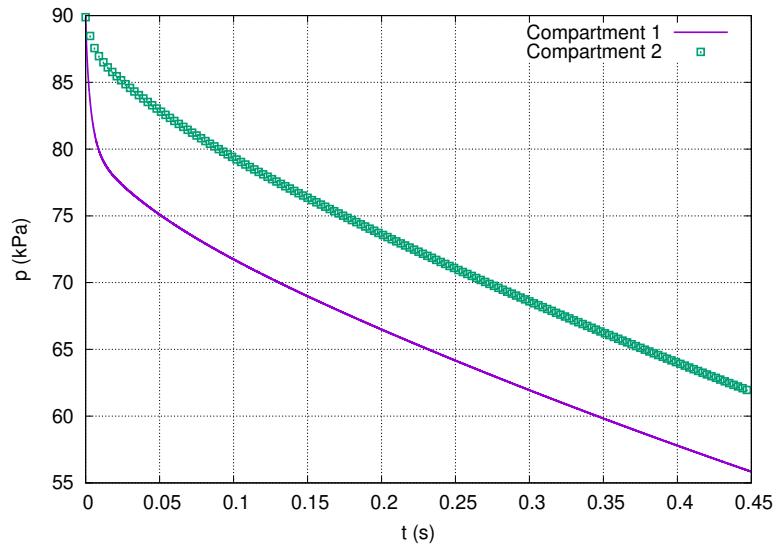


Figure 7: Pressioni di entrambe le camere nel tempo, $t_{dec} = 2.42283 \text{ s}$

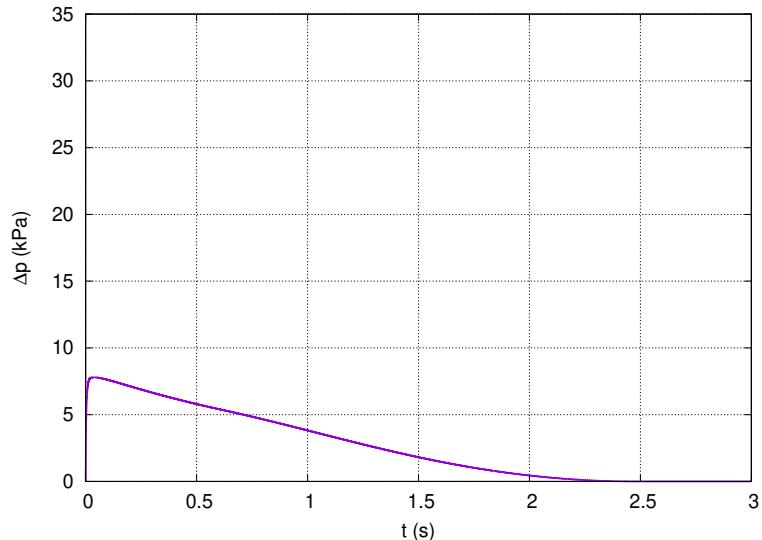


Figure 8: Gradiente di pressione tra le due camere, $t_{dec} = 2.42283 \text{ s}$

1.2 Esercizio 2

Viene presa in analisi la depressurizzazione dell'*UPM-Sat1* [3], in un tempo massimo di 225 s.

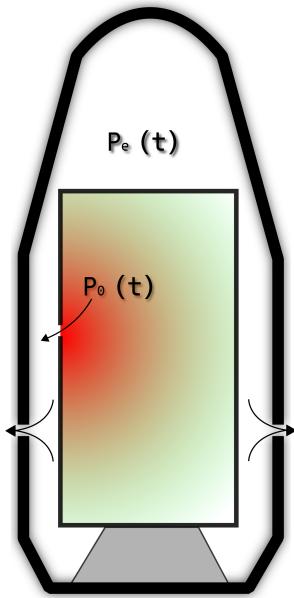


Figure 9: *UPM-Sat1* (Disegnato con *Inkscape* [6])

L'analisi é svolta assumendo un *coefficiente di efflusso* unitario, rispettando inoltre il modello fornito di depressurizzazione della camera esterna: la pressione inizialmente ha un determinato valore, che non puó piú essere considerato costante come nei casi precedenti, ma avrá un andamento esponenziale del tipo:

$$\frac{p_e}{p_i} = e^{-\left(\frac{t}{t_p}\right)^2} \quad (3)$$

Dove t_p é un tempo caratteristico, pari a 0.75 s in questo caso.

Infatti, mentre il volume esterno era assunto infinito per l'Esercizio 1 (1.1), va chiaramente considerato finito in questo caso, con la conseguenza che la pressione diminuisce.

Il volume dell'unica camera considerata é pari a 0.13 m^3 , mentre l'area che la separa dall'esterno é presa in tre valori test differenti, ossia:

$$24 \cdot [10^{-5} \text{ m}^2 \quad 10^{-6} \text{ m}^2 \quad 10^{-7} \text{ m}^2]$$

1.3 RISULTATI

Anche in questo caso, sempre tramite lo script in Fortran fornito a lezione, vengono calcolate le pressioni nel tempo e il gradiente di pressione Δp agente sulle pareti del satellite, plottando poi il tutto con *gnuplot*.

I plot sono ordinati a due a due, per ogni area considerata.

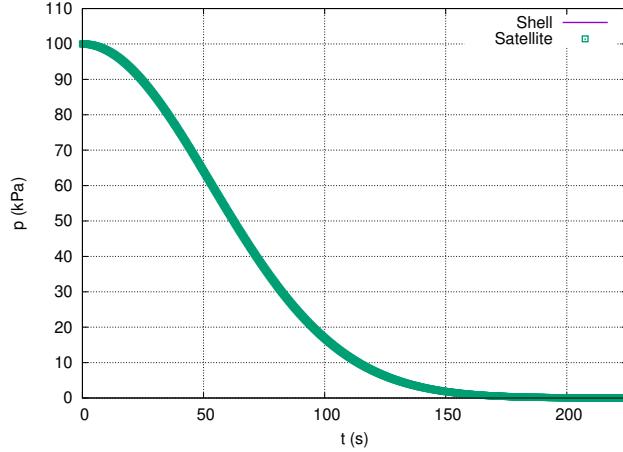


Figure 10: Andamento delle pressioni, $t_{subcritico} = 225.001\text{ s}$

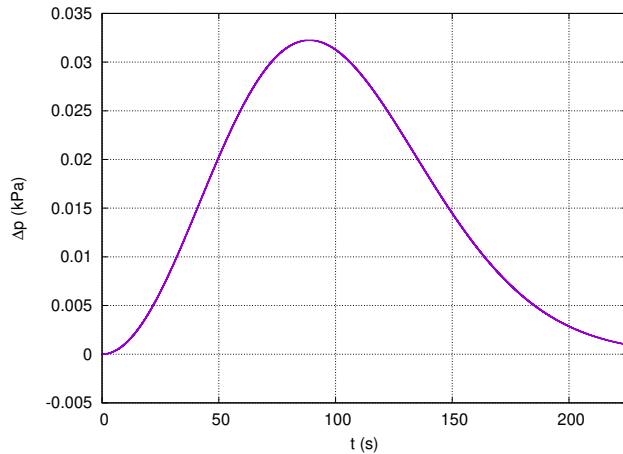


Figure 11: Andamento del gradiente di pressione, $t_{subcritico} = 225.001\text{ s}$

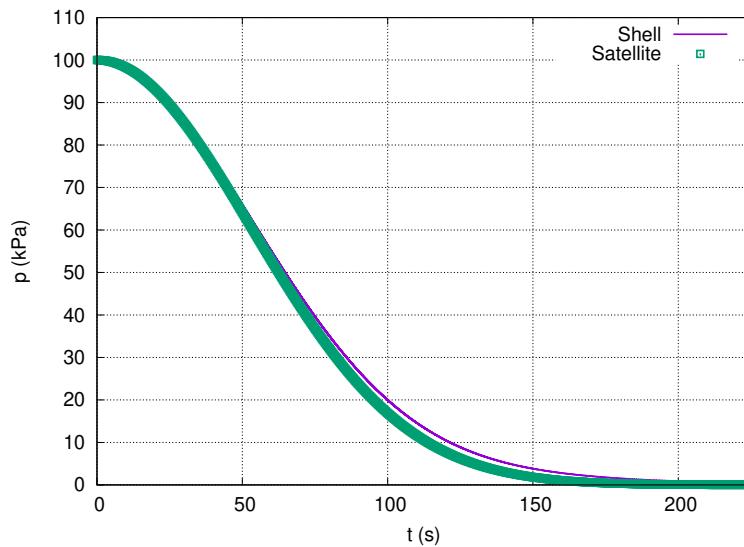


Figure 12: Andamento delle pressioni, $t_{subcritico} = 145.106 \text{ s}$

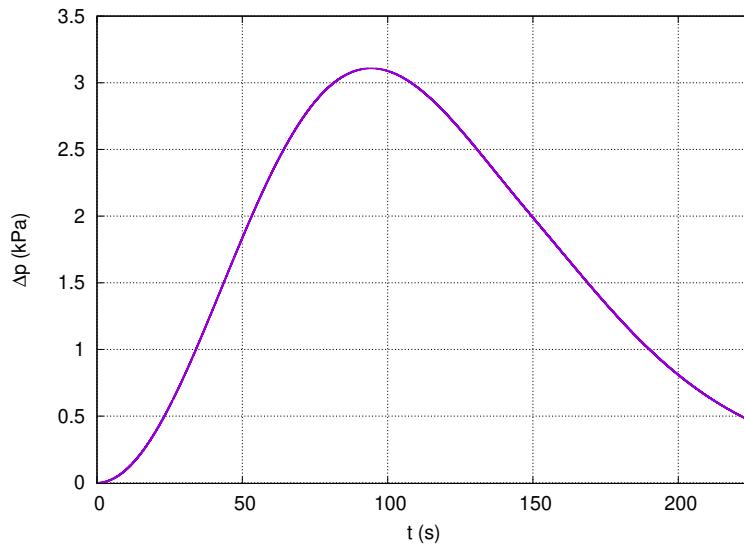


Figure 13: Andamento del gradiente di pressione, $t_{subcritico} = 145.106 \text{ s}$

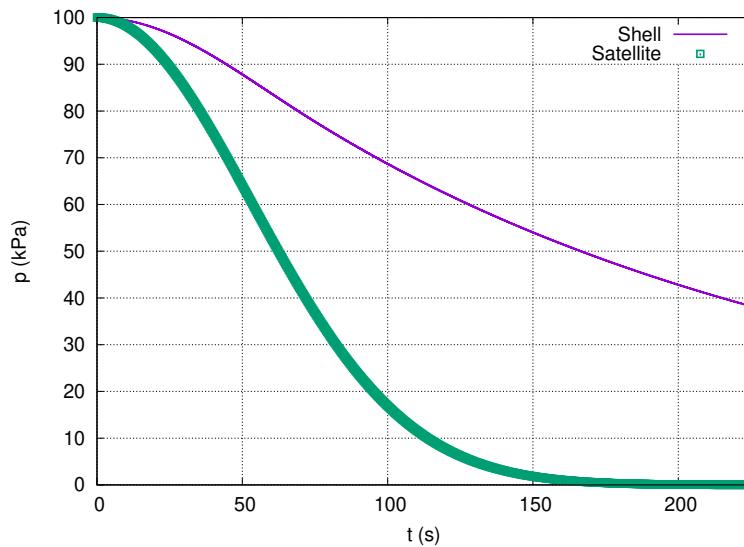


Figure 14: Andamento delle pressioni, $t_{subcritico} = 69.735 \text{ s}$

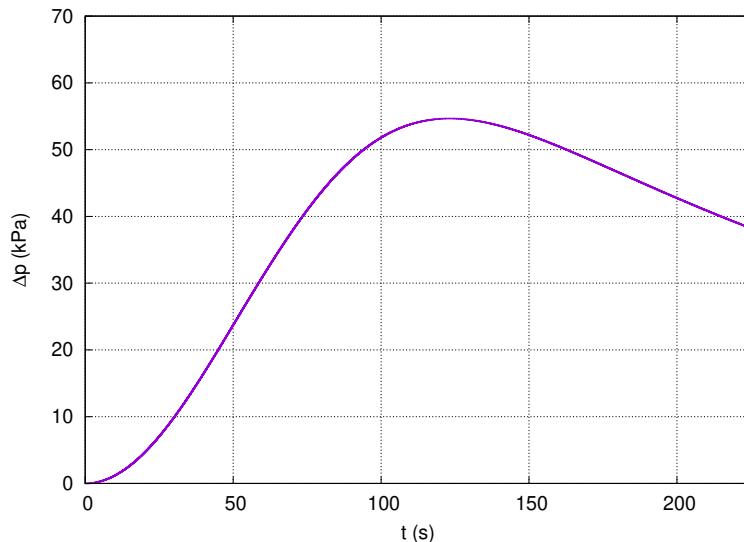


Figure 15: Andamento del gradiente di pressione, $t_{subcritico} = 69.735 \text{ s}$

1.4 Riflessioni

Dal primo Esercizio (1.1), prendendo in analisi le prime due camere, si può immediatamente notare come, a parità di condizioni e di area comunicante tra i due volumi, il coefficiente di efflusso giochi un ruolo importante nel determinare l'andamento delle pressioni nelle due camere e, di conseguenza, il gradiente di pressione tra le due, a sua volta origine di carichi agenti sulla parete.

Sono stati considerati tre casi, ossia il caso limite di efflusso nullo, quello di efflusso totale ed un caso intermedio.

Nel caso di efflusso nullo (1.1.3), la pressione decresce vertiginosamente entro pochi istanti nella prima stanza, con un picco più elevato rispetto agli altri casi, dopodiché resta costante, mentre nella seconda camera si ha una decrescita lineare più lenta fino ad un picco più basso che negli altri casi.

Considerando un efflusso intermedio (1.1.3), si può già notare come la pressione nella prima camera decresca sì rapidamente, ma fino ad un valore di picco meno elevato, per poi stabilizzarsi brevemente e riprendere con una decrescita molto lenta, mentre nella seconda camera si ha una decrescita più rapida del caso precedente e fino ad un valore di picco più alto.

Il trend è ancora più evidente se si prende in considerazione un efflusso totale (1.1.3): la pressione della prima camera raggiunge un picco ancora più basso e tende a decrescere un po' più rapidamente dopo una breve stabilizzazione, ma comunque entro valori più bassi dei casi precedenti, mentre la seconda camera vede una decrescita di pressione ancora più rapida e fino ad un picco più alto.

Quindi, dato che il gradiente è semplicemente calcolato come il valore assoluto della differenza tra i due profili di pressione, si nota immediatamente che, all'aumentare del coefficiente di efflusso da 0 a 1, il suo valore massimo si minimizza e si ottiene anche una decrescita più rapida.

Da ciò si deduce che, avere un efflusso troppo basso (o, peggio ancora, nullo) tra cabina e altri compartimenti in presenza di una breccia verso l'ambiente esterno, genera dei carichi di sollecitazione più elevati, con possibili danni strutturali catastrofici.

Nel secondo Esercizio (1.2), il coefficiente di efflusso viene assunto unitario ed il focus è sull'area che separa i due ambienti studiati.

Nello specifico, vengono ancora una volta analizzate le pressioni tra le camere, al fine di studiarne l'andamento del gradiente di pressione, mettendo in risalto l'influenza che l'area di comunicazione può avere.

Il valore è ridotto, progressivamente nei tre casi, di un ordine di grandezza.

Nel primo caso in questione, i due profili di pressione sono pressappoco identici (si ricorda che il modello utilizzato è esponenziale (3)), per cui il gradiente ha un valore di picco molto basso (1.3).

Nel secondo caso l'area si riduce di un ordine di grandezza: i due profili di pressione cominciano a differenziarsi in maniera più evidente per la scala studiata, ed il gradiente assume, come logico aspettarsi, un andamento analogo al precedente ma con un massimo significativamente più elevato, di ben due ordini di grandezza per la precisione (1.3).

Nell'ultimo caso, l'area viene ulteriormente ridotta di un altro ordine di grandezza: stavolta gli andamenti delle pressioni si discostano sostanzialmente, con un decadimento molto più rapido per la seconda camera.

Di conseguenza, il gradiente risultante, pur mantenendo lo stesso tipo di andamento, è cresciuto ulteriormente di un ordine di grandezza (1.3).

Si può quindi intuire che, in una situazione di depressurizzazione, il ruolo dell'area di efflusso sia fondamentale nel tenere sotto controllo i carichi dovuti al gradiente di pressione: un'area troppo piccola potrebbe creare un gradiente eccessivamente alto e potenzialmente pericoloso per le strutture coinvolte.

2 Esercitazione 2

Lo scopo di questa esercitazione è l'analisi modale di un sistema a quattro gradi di libertà, composto da quattro masse discretizzate, rappresentanti i due stage, il fairing ed il payload di un lanciatore che ricalca il *Falcon 9*. Le varie masse sono connesse da molle e smorzatori viscosi, questi ultimi trascurati per semplificare il modello matematico.

Inoltre, la spinta nei primi 160 secondi è ipotizzata costante, utilizzando un modello con carico a gradino.

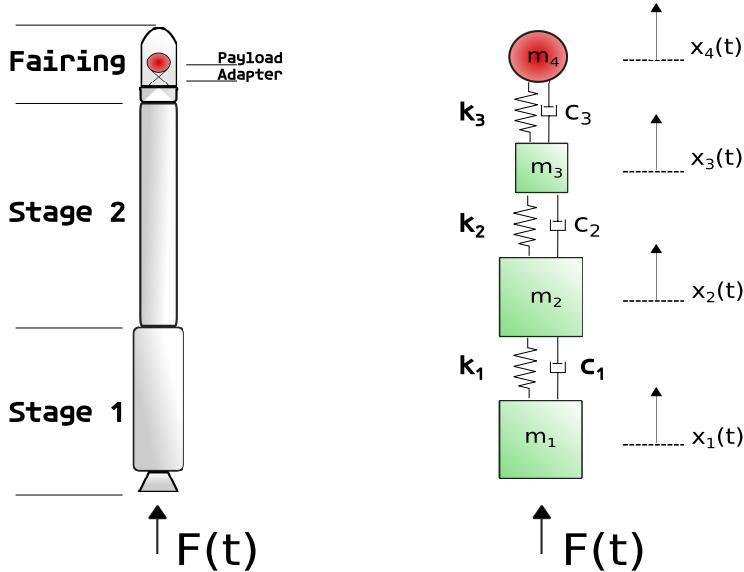


Figure 16: Lanciatore (Disegnato con *Inkscape* [6])

2.1 Dati

- $m_{1 \rightarrow 4} = \{445, 116, 2, 15\} \cdot 10^3 \text{ kg}$
- $k_{1 \rightarrow 3} = \{5, 5, 1\} \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$
- $c_{1 \rightarrow 3} \approx \{0, 0, 0\}$
- $F_0 = 775 \cdot 10^3 \text{ kgf}$
- $t_{launch} = 160 \text{ s}$

2.2 Frequenze naturali e modi propri di vibrare

Si considera inizialmente un sistema con equazioni di equilibrio accoppiate, in forma omogenea, ossia con vettore delle forze applicate nullo. In notazione matriciale:

$$M\ddot{x} + Kx(t) = 0 \quad (4)$$

dove M e K sono rispettivamente le matrici delle masse concentrate e di rigidezza, cosí definite:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{pmatrix}$$

La soluzione omogenea é chiaramente un *moto armonico*, non smorzato e privo di forzante. Rappresenta un classico problema agli autovalori, risolto in uno script su *Octave* [1], disponibile nel repository di questo report [7], col nome di *Esercitazione2.m* e comprendente la risoluzione del resto di questa esercitazione. Oltre alla soluzione banale, si ottiene il vettore degli autovalori, da cui sono ricavate le pulsazioni e le frequenze naturali del sistema, oltre alla matrice contenente tutti e quattro i vettori modali in colonna.

$$\vec{\omega}_n = [0.0000, 63.2520, 87.4808, 552.0482] \text{ rad} \cdot s^{-1} \quad (5)$$

$$\vec{f}_n = [0.0000, 10.0669, 13.9230, 87.8612] \text{ Hz} \quad (6)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0.0013 & -0.0006 & -0.0004 & 0.0000 \\ 0.0013 & 0.0016 & 0.0021 & 0.0003 \\ 0.0013 & 0.0023 & 0.0008 & -0.0222 \\ 0.0013 & 0.0059 & -0.0055 & 0.0005 \end{pmatrix} \quad (7)$$

2.3 Grandezze generalizzate

Si passa quindi alla risoluzione del sistema completo, utilizzando questa volta le incognite modali, che permettono di riscrivere il sistema con delle grandezze generalizzate.

Vale la relazione $x(t) = \phi q(t)$, per cui il sistema risulta:

$$M_g \ddot{q}(t) + K_g q(t) = F_g \quad (8)$$

in cui M_g , K_g e F_g sono rispettivamente la matrice delle masse, la matrice delle rigidezze ed il vettore delle forze applicate in forma generalizzata.

Tali grandezze sono quindi calcolate dallo script [7] e sono pari a:

$$M_g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ kg} \quad (9)$$

$$K_g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0765 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0476 \end{pmatrix} \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (10)$$

$$F_g = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.4762 \\ -0.2686 \\ -0.009 \end{pmatrix} \cdot 10^4 \text{ N} \quad (11)$$

La matrice delle masse generalizzate coincide con la matrice identità, per cui l'algoritmo utilizzato dalla funzione `eig(K, M)` garantisce degli autovettori M-normalizzati.

A questo punto, il sistema di equazioni accoppiate a quattro gradi di libertà è scorporato in quattro equazioni armoniche indipendenti ad un grado di libertà, grazie al principio di sovrapposizione.

In questo modo, la risoluzione viene notevolmente semplificata, pur utilizzando un sistema del tutto equivalente a quello di partenza.

2.4 Calcolo dei displacement verticali delle quattro masse

Sempre attraverso lo stesso script [7], vengono calcolate le quattro componenti del vettore displacement $\vec{x}(t)$, a partire dal vettore modale $\vec{q}(t)$.

Data la natura semplificata del problema, si ricavano facilmente due soluzioni analitiche per la prima e per le restanti componenti:

$$q_1 = \frac{F_{g1}}{2M_{g1}} t^2 \quad (12)$$

$$q_i = \frac{F_{gi}}{K_{gi}} [1 - \cos(\omega_{ni} t)] \quad (13)$$

Viene quindi plottato l'andamento del vettore nel tempo:

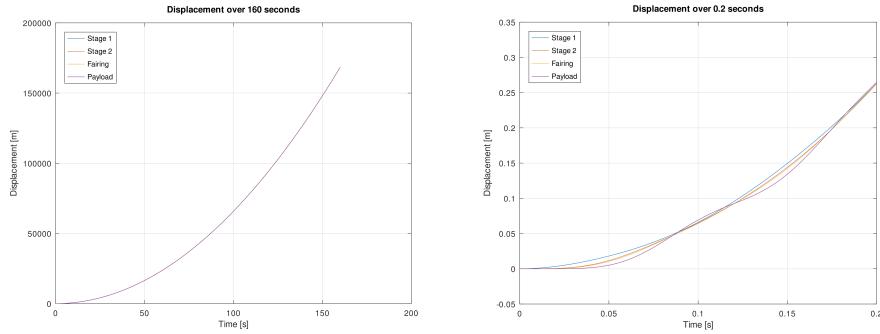


Figure 17: Displacement per 160 s e per 0.2 s

Si puó notare come, su un tempo sufficientemente lungo, l'andamento delle quattro masse sia praticamente coincidente. Per la durata molto breve del lift-off, invece, si nota che l'andamento delle varie parti si discosta leggermente, con particolare enfasi per il payload, che subisce delle oscillazioni particolarmente evidenti, motivo per cui é necessario studiare accuratamente in fase progettuale questo transitorio, onde evitare potenziali danni ad attrezzature estremamente costose e spesso molto soggette a starature, se sottoposte a variazioni repentine di questo tipo.

2.5 Accelerazione e carico trasmessi al payload

In virtú di quanto detto in sezione 2.4, si calcolano anche i vettori accelerazione e carico tra 0 e 2 secondi, con particolare attenzione all'andamento del payload.

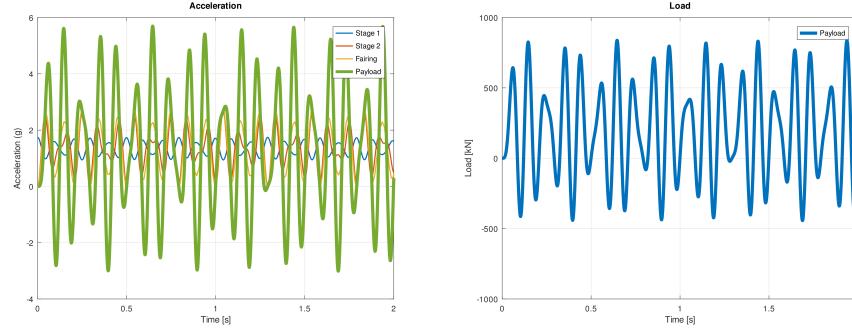


Figure 18: Accelerazioni e carico sul payload, tra 0 e 2 s

Come detto in precedenza, il payload é spesso molto sensibile a oscillazioni così notevoli di accelerazioni (e dei carichi che ne derivano, ottenuti riscalando le accelerazioni per un fattore pari alla massa), specie nel caso di payload ottici. Si possono osservare picchi estremamente alti, fino a 6g, che dovrebbero essere assolutamente ridotti in fase di progettazione, tenendo anche in considerazione che é necessario ideare un sistema posizionamento ed ancoraggio del payload ottimale.

Va però tenuto a mente che il problema é stato notevolmente semplificato, proprio a partire da un'assunzione estremamente forte, ossia la rimozione dei coefficienti di smorzamento viscoso.

Naturalmente, in una situazione piú realistica, la presenza di meccanismi assimilabili a smorzatori é assolutamente d'obbligo, per cui le forti oscillazioni osservate finora sono senz'altro una grossa sovrastima, dato che verrebbero smorzate in maniera efficiente, in un progetto reale.

2.6 Power Spectral Density dell'accelerazione

A questo punto si calcola la *Power Spectral Density* dell'accelerazione $\ddot{x}_4(t)$, che rappresenta la potenza distribuita su un dominio scomposto di frequenze.

Nello script si utilizza la funzione *periodogram* per valutare la PSD, di seguito plottata.

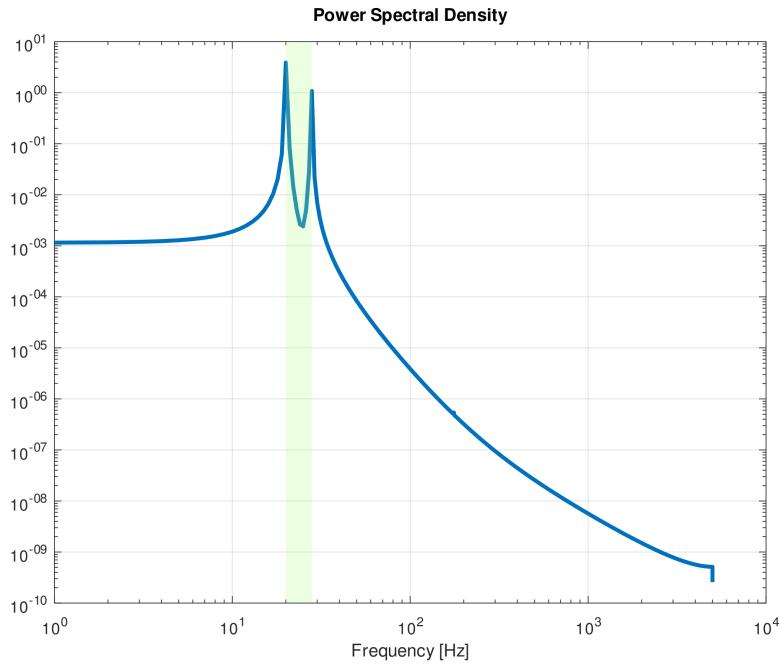


Figure 19: Power Spectral Density dell'accelerazione del payload

Si possono osservare due picchi compresi tra i 20 Hz e i 30 Hz, per i quali si hanno i maggiori valori di potenza.

Si é quindi calcolato un valore quadratico medio pari a $\ddot{x}_{4,rms} = 24.3278 \text{ g}$.

3 Esercitazione 3

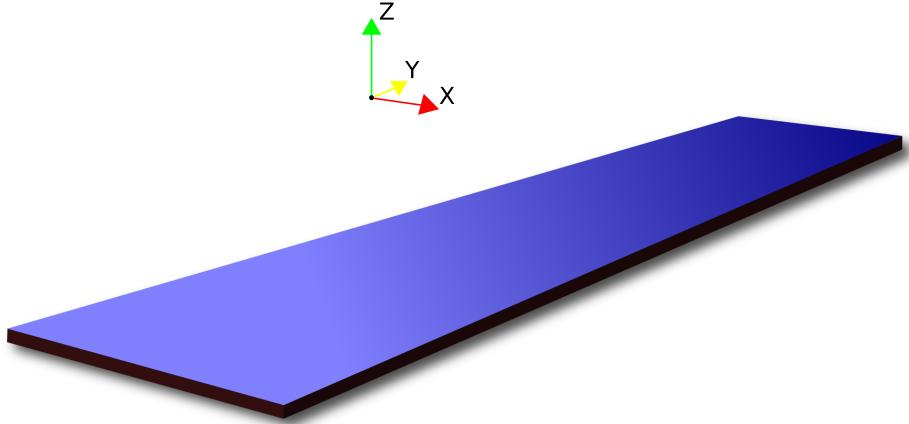


Figure 20: Piastra incastrata ad una delle estremitá

Lo scopo di questa esercitazione é lo svolgimento di un'analisi FEM di una piastra incastrata su uno dei lati corti, di cui si valuteranno i risultati ottenuti.

3.1 Dati

- $Dim = \{1, 0.2, 0.006\} \text{ m}$
- $\alpha_{layers} = \{0, 90, 0\} \text{ deg} \wedge \{0, 45, 0\} \text{ deg}$
- $t_{single \ layer} = 0.002 \text{ m}$
- $\vec{E}_{1 \rightarrow 3} = \{138, 9.5, 9.5\} \text{ GPa}$
- $\vec{G} = \{G_{12}, G_{13}, G_{23}\} = \{5.2, 5.2, 1.45\} \text{ GPa}$
- $\vec{\nu} = \{\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}\} = \{0.28, 0.28, 0.4\}$
- $\rho = 1570 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (Materiale omogeneo e ad alto grado di ortotropia)

3.2 Frequenze naturali e modi propri di vibrare

Tramite uno script in Fortran fornito a lezione [4], che utilizza vari file di input testuale, si calcolano le prime dieci frequenze naturali della struttura.

L'algoritmo in questo caso utilizzato implementa una discretizzazione in 31 nodi indipendenti (10 elementi con 4 nodi longitudinali, 9 nodi trasversali per layer, 6 nodi condivisi tra strati adiacenti), sfruttando un'analisi *layer wise* con modello LE (lagrangiano).

3.2.1 Laminazione a 90 gradi

f_1	0.894014303E+01	Hz	(flex)
f_2	0.323353291E+02	Hz	(torque)
f_3	0.558631886E+02	Hz	(flex)
f_4	0.108330254E+03	Hz	(torque)
f_5	0.155727004E+03	Hz	(flex)
f_6	0.215825295E+03	Hz	(torque)
f_7	0.220986476E+03	Hz	(flex)
f_8	0.303227073E+03	Hz	(flex)
f_9	0.365244247E+03	Hz	(flex)
f_{10}	0.497030995E+03	Hz	(torque)

Table 1: Frequenze naturali

In seguito, con il software open-source *Paraview* [5], estremamente versatile nel postprocessing dei dati, sono state visualizzate le deformazioni dovute ai dieci modi propri di vibrare, di seguito riportati (in ordine, prima tutti i gradi flessionali e poi quelli torsionali).

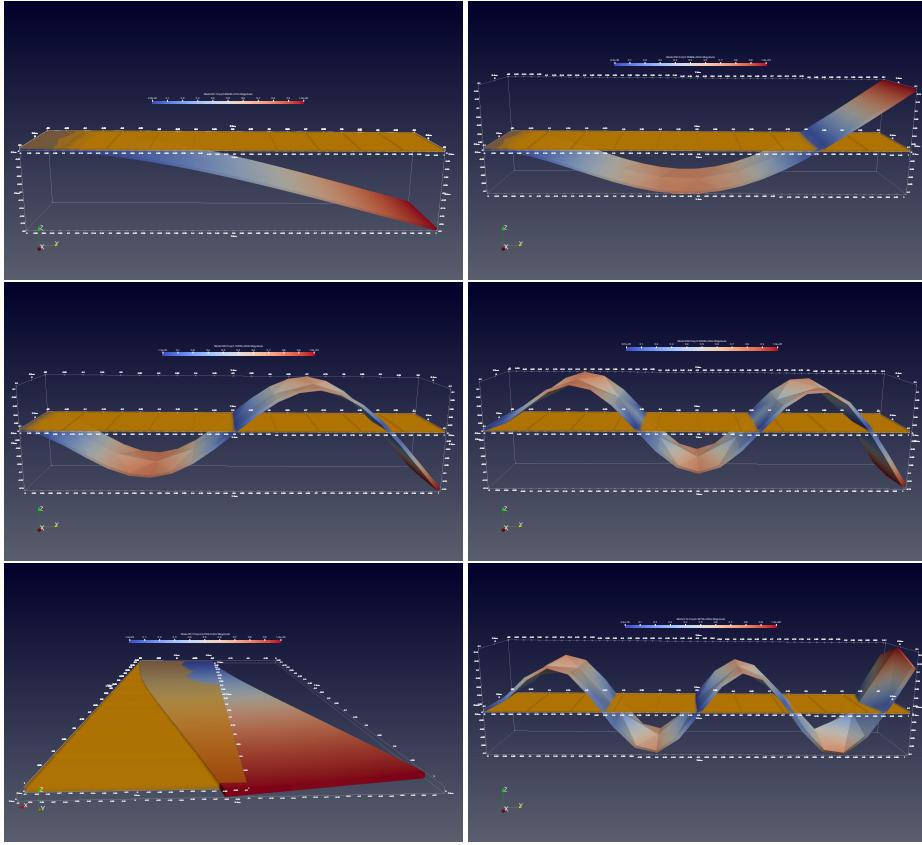


Figure 21: Modi propri di vibrare flessionali, laminazione a 90°

Si puó immediatamente notare che, all'aumentare del numero d'ordine di frequenza naturale, si ha un aumento del numero di semionde di flessione.
 Fa eccezione il grado a cui corrisponde la frequenza f_7 , per la quale si verifica una deflessione planare.

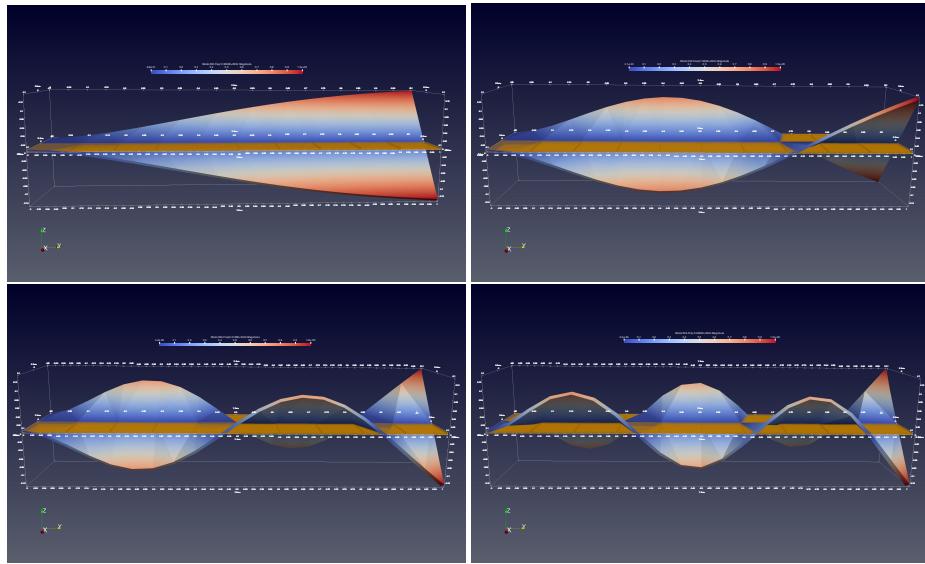


Figure 22: Modi propri di vibrare torsionali, laminazione a 90°

Analogamente a quanto visto per i modi di vibrare flessionali, si riscontra un aumento di semionde anche nel caso relativo alla torsione.

3.2.2 Laminazione a 45 gradi

f_1	0.896269770E+01	Hz	(flex)
f_2	0.347435712E+02	Hz	(torque)
f_3	0.559455115E+02	Hz	(flex)
f_4	0.114966962E+03	Hz	(torque)
f_5	0.155772133E+03	Hz	(flex)
f_6	0.224831941E+03	Hz	(torque)
f_7	0.237404462E+03	Hz	(flex)
f_8	0.302721670E+03	Hz	(flex)
f_9	0.374516568E+03	Hz	(flex)
f_{10}	0.497551402E+03	Hz	(torque)

Table 2: Frequenze naturali

Come fatto prima si visualizzano le deformazioni con *Paraview* [5].

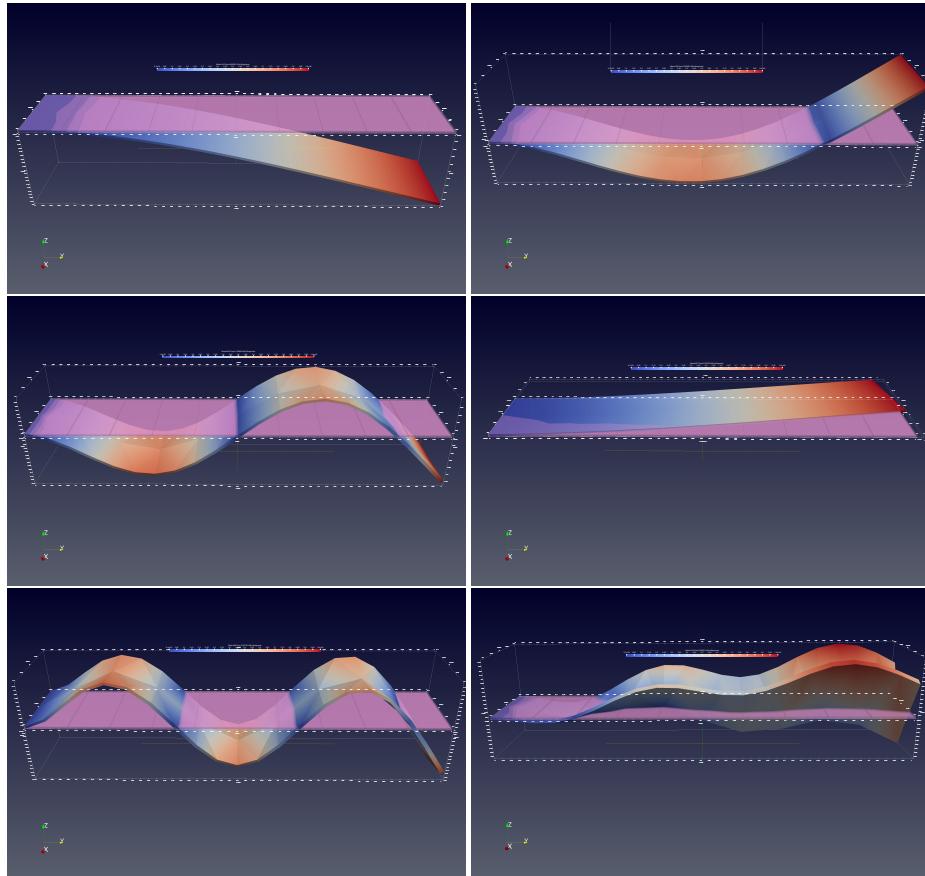


Figure 23: Modi propri di vibrare flessionali, laminazione a 45°

Le considerazioni in merito alle semionde fatte per il caso a 90 gradi valgono anche cambiando la laminazione.

Si puó però notare che gli effetti della laminazione a 45 gradi tendono a far ripiegare la piastra su sé stessa, lungo l'asse longitudinale e l'effetto diventa man mano piú visibile con l'aumentare del grado di frequenza propria.

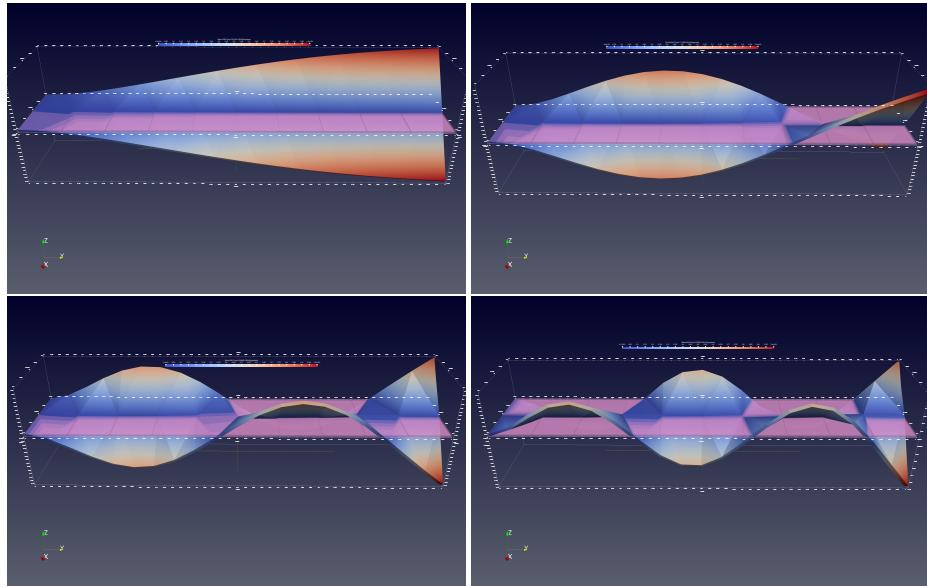


Figure 24: Modi propri di vibrare torsionali, laminazione a 45°

Quanto detto per la laminazione a 90 gradi rimane valido e, come già messo in evidenza poc'anzi, la laminazione a 45 gradi causa un crescente ripiegamento lungo l'asse longitudinale, tuttavia più visibile nei gradi flessionali.

3.3 Analisi Statica: displacement massimo

Supponendo un carico di 200 N, agente ortogonalmente sull'estremo libero della piastra, si visualizza il massimo displacement lungo l'asse z, calcolato dallo script in Fotran menzionato nella sezione 3.2, con modello LE.

Anche i dati di riferimento per le successive analisi statiche e termiche sono output dello stesso script, per il quale vengono opportunamente modificati i file di input.

3.3.1 Laminazione a 90 gradi

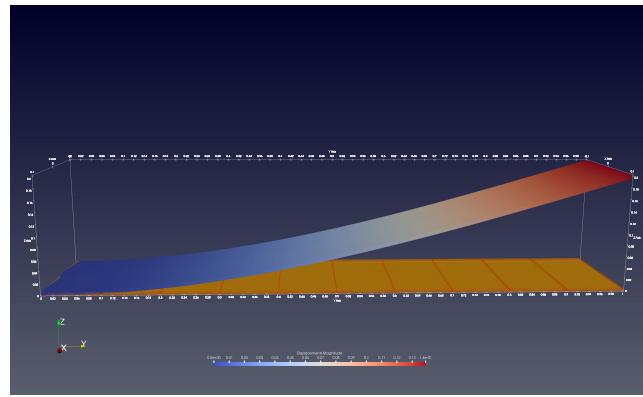


Figure 25: Displacement massimo, pari a $1.4 \cdot 10^{-1} m$

3.3.2 Laminazione a 45 gradi

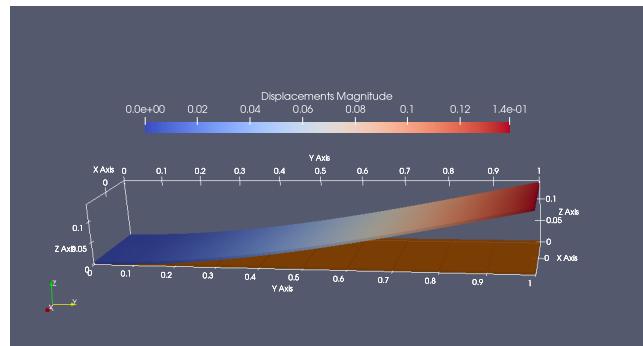


Figure 26: Displacement massimo, pari a $1.4 \cdot 10^{-1} m$

3.4 Analisi statica: distribuzione degli stress

Attraverso uno script in *Octave* [1], disponibile sul repository di questo report [7] col nome di *Plot_sigmas.m*, tutti gli stress richiesti, ottenuti come output dell'analisi statica e dell'analisi termica (per laminazione a 90 e 45 gradi) vengono plottati lungo lo spessore z in corrispondenza del baricentro, prestando attenzione alla differenza tra il modello lagrangiano LE e il modello di Taylor TE, quest'ultimo iterato dal primo fino al sesto grado del polinomio approssimante.

3.4.1 Laminazione a 90 gradi

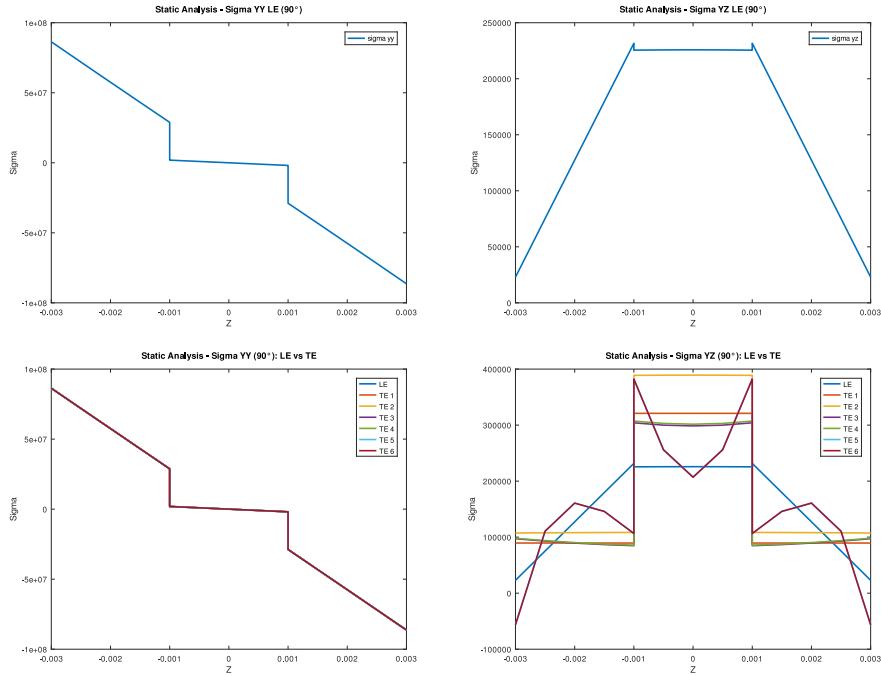


Figure 27: Sigma YY e Sigma YZ, modelli LE e TE a confronto

Si notano delle discontinuità (di varia entità a seconda dello stress e del modello considerato) lungo lo spessore, in prossimità del baricentro, poiché la lamina centrale ha un orientamento diverso, per cui la piastra presenta rigidezze diverse nella stessa direzione. Inoltre, per quanto riguarda la σ_{yy} , il risultato di tutti i modelli è praticamente coincidente, per cui un'approssimazione al primo ordine ha già la massima accuratezza desiderabile. Invece, per quanto riguarda la σ_{yz} , la precisione aumenta con l'incremento di grado del polinomio, tendendo man mano all'andamento del metodo lagrangiano. Si evidenzia infine un'inversione al centro della piastra, dovuta alla laminazione.

3.4.2 Laminazione a 45 gradi

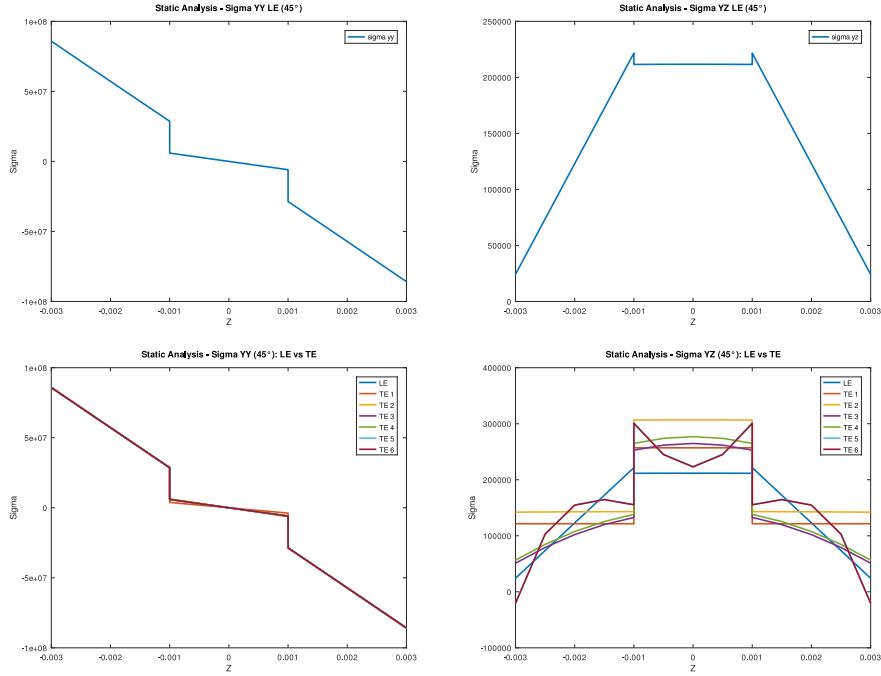


Figure 28: Sigma YY e Sigma YZ, modelli LE e TE a confronto

Rispetto alla laminazione a 90 gradi, sebbene gli andamenti siano generalmente simili, si evidenzia in σ_{yy} un leggero discostamento dal modello LE, apprezzabile solo per quanto riguarda il polinomio di primo grado.

L'andamento di σ_{yz} rispecchia in buona parte il precedente, con una magnitudine però inferiore nell'intorno del baricentro e con un'inversione solo nel polinomio di sesto grado.

3.5 Analisi Termica: displacement massimo

Si procede con un'analisi termica, con la stessa procedura vista per l'analisi statica. Tuttavia, si utilizza questa volta un carico termico pari a 120 C.

3.5.1 Laminazione a 90 gradi

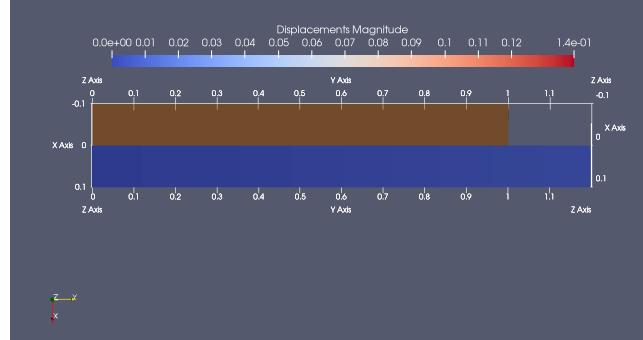


Figure 29: Displacement massimo, pari a $1.4 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

3.5.2 Laminazione a 45 gradi

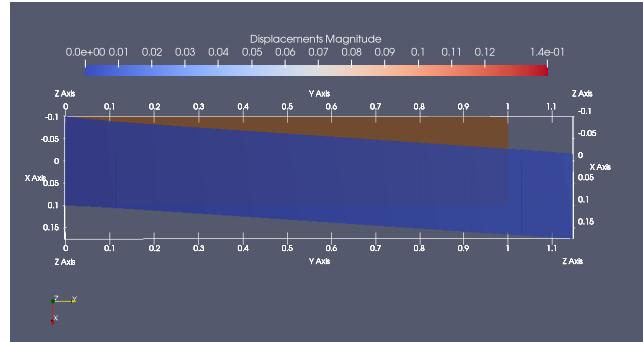


Figure 30: Displacement massimo, pari a $1.4 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

A differenza dell'analisi statica, non si ha un displacement lungo z, ma solo una dilatazione volumica dovuta al carico termico, apprezzabile come displacement massimo lungo y.

La laminazione a 45 gradi fa sì che la dilatazione si sviluppi comunque in maniera preponderante lungo y, ma con una deviazione planare lungo l'asse x.

3.6 Analisi Termica: distribuzione degli stress

Si analizzano in questo caso gli stress normali σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} .

3.6.1 Laminazione a 90 gradi

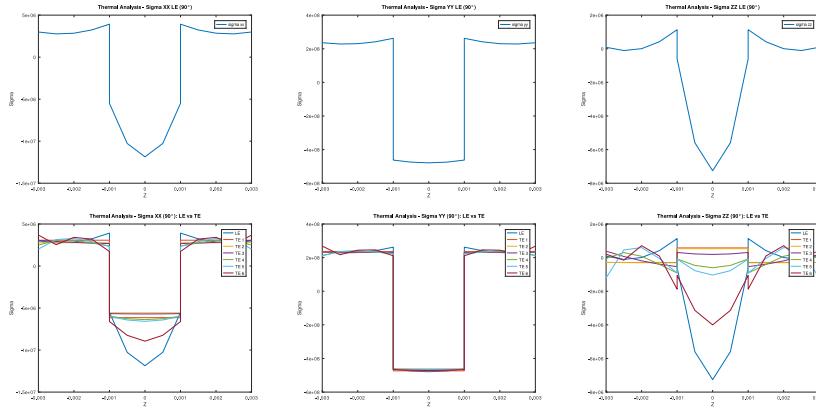


Figure 31: Sigma XX, Sigma YY e Sigma ZZ, modelli LE e TE a confronto

A conferma di quanto già visto in sezione 3.5, lo stress σ_{yy} è più grande degli altri di ben due ordini di grandezza, dato che la direzione y è quella più sollecitata. Inoltre, analogamente a quanto visto per l'analisi statica, la laminazione a 90 gradi fa sì che il layer centrale presenti, nell'intorno del baricentro, un picco negativo di sollecitazione, dovuto all'orientamento delle fibre.

Infine, le considerazioni fatte per l'analisi statica e il confronto tra i modelli TE ed LE valgono anche per l'analisi termica.

All'aumentare del grado del polinomio approssimante del modello di Taylor, si ha un andamento man mano più fedele a quello ottenuto col modello lagrangiano, in cui, per σ_{xx} , solo il sesto grado riesce ad approssimare con discreta accuratezza l'avvallamento centrale.

3.6.2 Laminazione a 45 gradi

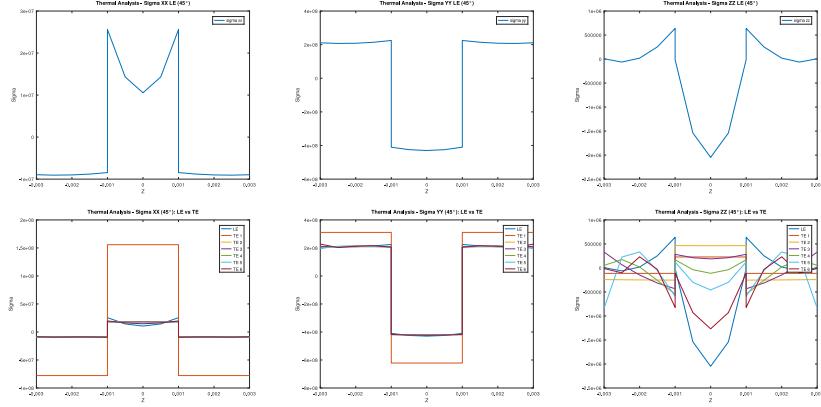


Figure 32: Sigma XX, Sigma YY e Sigma ZZ, modelli LE e TE a confronto

La laminazione a 45 gradi, in questo caso, produce degli effetti abbastanza visibili sull'andamento degli stress normali.

In primo luogo, sebbene l'andamento di σ_{yy} e σ_{zz} siano comparabili con quelli della laminazione a 90 gradi, si nota immediatamente che σ_{xx} ha un andamento sostanzialmente diverso, oltretutto con picchi più grandi di un ordine di grandezza.

Questo andamento è coerente con quanto osservato in sezione 3.5.2, dato che rispetto alla laminazione a 90 gradi, si ha una deviazione verso l'asse x, nel primo caso del tutto assente, come visibile in 3.5.1.

Infine, continua a valere la migliore approssimazione dell'andamento lagrangiano da parte di polinomi di Taylor di grado più elevato.

Tuttavia, si osserva come, nel caso di σ_{xx} e σ_{yy} , l'approssimazione del polinomio di primo grado sia molto grossolana, con quasi un ordine di grandezza di errore, mentre i gradi dal secondo in poi si avvicinano in maniera molto precisa all'andamento target.

4 Esercitazione 4

References

- [1] John W. Eaton and many others. *GNU Octave*. <https://www.gnu.org/software/octave/index>. 2020.
- [2] *gnuplot*. <http://www.gnuplot.info/>. Accessed on 2020-15-11.
- [3] Universidad Politécnica de Madrid. *UPM-Sat*. <http://www.idr.upm.es/index.php/es/programas-de-satellites-upm-sat>. Accessed on 2020-20-11.
- [4] *MUL2*. <https://www.mul2.com>. Accessed on 2020-15-11.
- [5] *Paraview*. <https://www.paraview.org/>.
- [6] The Inkscape Project. *Inkscape*. <https://inkscape.org/>.
- [7] Giorgio De Trane. *Esercitazioni Strutture per veicoli aerospaziali*. https://github.com/BaldPolnareff/Esercitazioni_Strutture_per_veicoli_aerospaziali. 2020.