Rapport sur la Thèse "Théorie de l'indice pour les familles d'opérateurs G-transversalement elliptiques" de Alexandre Baldare:

La thèse de Alexandre Baldare traite de divers aspects de la théorie d'indice des opérateurs transversalement elliptiques sur des variétés compactes. Son objectif principal est la généralisation de nombreux théorèmes de l'indice, connus dans le cas d'un seul opérateur, au cas de familles continues d'opérateurs transversalement elliptiques. La thèse comprend quatre sections. Leurs contenu est le suivant.

- I) Reformulation de la théorie des opérateurs transversalement elliptiques sur une variété compacte, invariants sous une action d'un groupe de Lie compact G, dans le contexte de la K-théorie bivariante de Kasparov. Interprétation de leur indice distributionnel en termes du produit de Kasparov et sa généralisation aux familles d'opérateurs transversalement elliptiques sur une base compacte. Vérification de ses propriétés élémentaires (excision, multiplicativité, réduction aux indices ordinaires dans le cas des actions libres, induction).
- II) Construction d'un indice cohomologique abstrait des familles d'opérateurs transversalement elliptiques à valeurs dans la cohomologie cyclique locale bivariante. Relation avec l'indice distributionnel d'Atiyah.
- III) Révision des formules de localisation en K-théorie équivariante et en cohomologie (de de Rham) équivariante. Rappel du formalisme des superconnexions de Quillen. Généralisation de la formule de l'indice équivariant délocalisé de Berline-Vergne à valeurs en cohomologie équivariante au cas des familles.
- IV) Généralisation de la formule de l'indice cohomologique délocalisé de Paradan-Vergne pour un opérateur transversalement elliptique au cas de familles continues de tels opérateurs. Equivalence entre l'indice de Paradan-Vergne généralisé et l'indice abstrait construit en II).

Alexandre Baldare utilise dans son travail un grand nombre de concepts et théories mathématiques sophistiqués. Son mémoire apporte une contribution intéressante à la théorie de l'indice qui clarifie les relations entre différentes approches (assez complémentaires) au problème de l'indice pour les opérateurs transversalement elliptiques. Il généralise avec succès les résultats connus pour un seul opérateur aux familles transversalement elliptiques. Son travail constitue une très bonne thèse.

Morseille, le 21.1. 2018

Michael Duschigg