

1. Числовые ряды: определение, частичные суммы и сходимость.
2. Пример сходящегося ряда: геометрическая прогрессия.
3. Критерий Коши сходимости числового ряда.
4. Доказательство сходимости гармонического ряда с помощью критерия Коши.
5. Необходимое условие сходимости и замечание.
6. Доказательство расходимости геометрической прогрессии с помощью необходимого условия сходимости.
7. Признак сравнения сходимости положительного ряда.
8. Признак сравнения сходимости положительного ряда в предельной форме. Замечание об использовании эквивалентных бесконечно малых.
9. Признак Даламбера и радикальный признак Коши сходимости положительного ряда.
10. Интегральный признак Коши и исследование с его помощью сходимости обобщённого гармонического ряда.
11. Абсолютная сходимость. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда.
12. Ряд Лейбница и теорема Лейбница. Пример условно сходящегося ряда.
13. Теорема об оценке остатка ряда Лейбница.
14. Определение функциональной последовательности и поточечной сходимости.
15. Определение метрического пространства и сходимости в нём.
16. Норма в линейном пространстве и сходимость по норме.
17. Норма в пространстве непрерывных на отрезке функций; норма в пространстве ограниченных функций.
18. Определение равномерной сходимости функциональной последовательности.
19. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
20. Необходимое и достаточное условие равномерной сходимости функциональной последовательности.
21. Определение функционального ряда. Поточечная и равномерная сходимость.
22. Критерий Коши. Замечание об отбрасывании и добавлении конечного числа членов ряда.
23. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.
24. Теорема о почленном интегрировании функционального ряда.
25. Теорема о почленном дифференцировании функционального ряда.
26. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
27. Признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.
28. Признак Абеля равномерной сходимости функционального ряда.
29. Первая теорема Абеля о степенных рядах.
30. Определение радиуса и интервала сходимости. Характер сходимости степенного ряда.
31. Формула Коши-Адамара.
32. Вторая теорема Абеля о степенных рядах.
33. Лемма о радиусах сходимости почленно продифференцированного и проинтегрированного степенного ряда.
34. Теорема о почленном интегрировании степенного ряда.
35. Теорема о почленном дифференцировании степенного ряда.
36. Ряд Тейлора. Пример функции, которая не представляется суммой своего ряда Тейлора.
37. Разложения в ряды по степеням  $x$  основных элементарных функций (пять разложений).
38. Определение собственного интеграла, зависящего от параметра.
39. Теорема о непрерывности собственного интеграла, зависящего от параметра.
40. Правило Лейбница для вычисления производной собственного интеграла, зависящего от параметра

41. Интегрирование по параметру собственного интеграла, зависящего от параметра.
42. Дифференцирование интеграла по параметру в случае, когда и пределы интегрирования зависят от параметра.
43. Определение равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
44. Критерий Коши равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
45. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости интеграла, зависящего от параметра.
46. Примеры равномерно и неравномерно сходящегося несобственного интеграла, зависящего от параметра.
47. Теорема о непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра.
48. Теорема об интегрировании несобственного интеграла, зависящего от параметра.
49. Теорема о дифференцировании несобственного интеграла, зависящего от параметра.
50. Бесконечномерное евклидово пространство и норма в таком пространстве.
51. Ортогональные и ортонормированные системы в бесконечномерном евклидовом пространстве.
52. Коэффициенты Фурье и ряд Фурье по ортогональной системе.
53. Теорема о минимальном свойстве коэффициентов Фурье.
54. Замечание к теореме о минимальном свойстве коэффициентов Фурье.
55. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Замкнутость ортогональной системы.
56. Замкнутость ортогональной системы и сходимость соответствующего ряда Фурье.
57. Пространство  $C_2[a, b]$  и скалярное произведение в этом пространстве.
58. Тригонометрическая система на отрезке  $[-\pi, \pi]$ . Проверка ортогональности и вычисление норм.
59. Равенство Парсеваля для тригонометрической системы на отрезке.
60. Сходимость в среднем квадратичном для тригонометрического ряда; определение сходимости в среднем квадратичном для последовательности функций.
61. Условия Дирихле и теорема Дирихле.
62. Применение теоремы Дирихле для изучения поведения неполных рядов Фурье.
63. Тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-1, 1]$ .
64. Топологические понятия для плоских множеств: окрестность, открытое, замкнутое, связное и ограниченное множество; область, граничная точка, граница множества, замкнутая область.
65. Определение двойного интеграла.
66. Вычисление объёма цилиндрического бруса.
67. Сведение двойного интеграла к повторному.
68. Определение верхней и нижней меры Жордана для ограниченного множества на плоскости.
69. Определение меры Жордана плоского множества.
70. Пример ограниченного неизмеримого множества.
71. Критерий измеримости по Жордану.
72. Мера Жордана спрямляемой плоской кривой.
73. Свойства меры Жордана.
74. Кратный интеграл Римана.
75. Основные свойства кратного интеграла (на примере двойного интеграла).
76. Теорема о среднем для двойного интеграла.
77. Теорема о замене переменных в двойном интеграле.
78. Теорема о замене переменных в тройном интеграле.
79. Криволинейный интеграл первого рода: определение и условия существования.
80. Формула для вычисления криволинейного интеграла первого рода: различные

варианты.

81. Ориентация кривой. Криволинейный интеграл второго рода: определение и условия существования.
82. Два свойства криволинейного интеграла второго рода.
83. Формула для вычисления криволинейного интеграла второго рода.
84. Криволинейный интеграл второго рода по плоским кривым: вычисление в некоторых частных случаях.
85. Формула Грина: доказательство для области специального вида.
86. Формула Грина: доказательство для области общего вида.
87. Формула Грина для многосвязной области.
88. Дифференциальная форма. Определение независимости от пути интегрирования.
89. Полный дифференциал и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница для криволинейных интегралов.
90. Теорема об условиях независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования в односвязных областях.
91. Поверхности: способы задания.
92. Гладкие и кусочно-гладкие поверхности.
93. Формула для вычисления площади поверхности; гауссовы коэффициенты поверхности.
94. Вычисление площади явно заданной поверхности.
95. Поверхностный интеграл первого рода: определение и условия существования.
96. Формула для вычисления поверхностного интеграла первого рода.
97. Ориентация гладкой поверхности с помощью единичного вектора нормали.
98. Ориентация явно заданной поверхности. Вектор знака перед радикалами.
99. Согласованные ориентации поверхности и её края. Ориентация кусочно-гладкой поверхности.
100. Определение поверхностного интеграла второго рода для гладкой и кусочно-гладкой поверхности.
101. Равенство нулю поверхностного интеграла второго рода по цилиндрической поверхности.
102. Вычисление поверхностного интеграла второго рода.
103. Определение кольца множеств. Простейшие свойства колец.
104. Кольцо, порождённое системой множеств. Существование и единственность.
105. Существование и единственность  $\sigma$ -кольца, порождённого системой множеств.
106. Единица системы множеств. Определение алгебры и  $\sigma$ -алгебры множеств.
107. Полукольцо множеств. Примеры полуколец.
108. Лемма о пересечении и разности объединений множеств.
109. Теорема о кольце, минимальном над полукольцом.
110. Определение меры и два замечания.
111. Продолжение меры. Теорема о продолжении меры с полукольца на порождённое им кольцо.
112. Теорема о счётной аддитивности продолжения меры.
113. Теорема о равносильности свойств счётной аддитивности и счётной полуаддитивности.
114. Определение внешней меры и измеримости по Лебегу.
115. Теорема о счётной полуаддитивности внешней меры.
116. Теорема о мере элементов полукольца и порождённого им кольца.
117. Лемма о четырёх включениях.
118. Теорема о кольце измеримых по Лебегу множеств.
119. Лемма о разности внешних мер двух множеств.

120. Лемма о мере объединения множеств, имеющих непустое пересечение.
121. Теорема об аддитивности меры Лебега на кольце измерим. множеств и замечание о счётной аддитивности.
122. Теорема  $\sigma$ -кольце измеримых по Лебегу множеств.
123. Теорема о непрерывности меры и следствие
124. Общее определение измеримых функций;  $\mu$ -измеримые и борелевские функции
125. Теорема об измеримости сложной функции
126. Необходимое и достаточное условие измеримости и два замечания
127. Теорема об арифметических действиях над измеримыми функциями
128. Теорема об измеримости предела последовательности измеримых функций
129. Сходимость почти всюду. Теорема о сходящейся почти всюду последовательности функций
130. Определение полной меры и эквивалентности функций
131. Теорема об измеримости эквивалентных функций
132. Сходимость по мере. Теорема о сходимости по мере последовательности измеримых функций
133. Пример последовательности функций, сходящейся по мере, но не сходящейся ни в одной точке
134. Теорема об измеримости простой функции
135. Определение интеграла Лебега от простой функции
136. Три свойства интеграла Лебега от простой функции
137. Определение интеграла Лебега от произвольной измеримой функции, заданной на множестве конечной меры

### Без доказательства

138. Формула Остроградского-Гаусса и формулировка соответствующей теоремы
139. Формула Стокса и формулировка соответствующей теоремы
140. Определение производной по направлению и операций  $\text{grad}$ ,  $\text{div}$ ,  $\text{rot}$
141. Поверхностно односвязная область; условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования в пространстве
142. Оператор Гамильтона; запись с его помощью градиента, дивергенции и ротора
143. Криволинейные координаты, коэффициенты Ламе; запись градиента в криволинейных координатах
144. Коэффициенты Ламе в случае цилиндрических координат, запись оператора Лапласа в таких координатах
145. Коэффициенты Ламе в случае сферических координат, запись оператора Лапласа в таких координатах