1. В ы ч и с л и т ь з н а ч е н и е г р а д и е н т а ф у н к ц и и в т о ч к е x= 0:

f(x) = tg(x^2 - 2) + exp(sin(x))

Градиент — вектор, своим направлением указывающий направление наискорейшего возрастания некоторой величины u. Другими словами, направление градиента есть направление наибыстрейшего возрастания функции.

$$gradu = \frac{\partial u}{\partial x} i + \frac{\partial u}{\partial y} j + \frac{\partial u}{\partial z} k$$

Решение:

Дано:

f(x) = tan(x^2-2)+exp(sin(x))

Градиентом функции F = f(x) называется вектор, координатами которого являются частные производные данной функции, т.е.:

$$grad(z) = \frac{\partial z}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial z}{\partial y}\bar{j}$$

Находим частные производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2\cdot x(tg(x^2-2)^2+1)+e^{sin(x)}\cdot cos(x)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

Тогда величина градиента равна:

$$grad(z) = (2\cdot x(tg(x^2-2)^2+1)+e^{sin(x)}\cdot cos(x))\bar{i} + 0\bar{j}$$

Найдем градиент в точке A(0;0)

$$grad(z)_A = (2\cdot 0(tg(0^2-2)^2+1)+e^{sin(0)}\cdot cos(0))\bar{i} + (0)\bar{j}$$

или

$$grad(z)_A = \bar{i} + 0\bar{j}$$

Модуль grad(z) - наибольшая скорость возрастания функции:

$$|grad(z)_A| = \sqrt{(\frac{\partial z}{\partial x})^2 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2}$$

$$|grad(z)_A| = \sqrt{2+0^2} = 1$$

Направление вектора-градиента задаётся его направляющими косинусами:

$$cos(\alpha) = \frac{\frac{\partial z}{\partial x}}{|grad(z)|}; cos(\beta) = \frac{\frac{\partial z}{\partial y}}{|grad(z)|}$$

$$cos(\alpha) = \frac{1}{1}; cos(\beta) = \frac{0}{1}$$

2. Решить задачу многоклассокой классификации для нового измерения x = 2.5 с использованием модели GMM:

X_1 = {1,3,5,2,1,7,8,5,1,2,3,6,5,2}

X_2 = {11, 10, 0}

X_3 = {0,5,3,5,1,7,8,5,4,3,5,2,1}

x_new	2.5			
p(x_new) - ?				
	N(mu, sigma^2) = 1/(sigma * sqrt(2 pi)) * exp(-0.5 * (x - mu)^2 / sigma^2)			
	X_1	mu_1	sigma^2_1	
		3.642857143	5.478021978	
	X_2	mu_2	sigma^2_2	
		7	37	
	X_3	mu_3	sigma^2_3	
		3.769230769	5.692307692	
	p(x_new|X_1)	GMM(x_new | mu, sigma^2)		0.151294751
	p(x_new|X_2)	GMM(x_new | mu, sigma^2)		0.033824846
	p(x_new|X_3)	GMM(x_new | mu, sigma^2)		0.016472483

Ответ: К первому классу