

ANÁLISIS DEL SISTEMA IEEE DE 30 NODOS EMPLEANDO EL MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON PARA FLUJOS DE POTENCIA

Laura Pérez, Sebastian Pérez, Andres Puerto, Jonnathan Pinilla

{Laura.perez-a, Sebastian.perez-l, Andres.puerto, Jonnathan.pinilla}@escuelaing.edu.co

Docente: Ing. Josimar Tello-Maita

Palabras clave: Flujo de potencia, Método de Newton–Raphson, Slack, PV y PQ, Matriz Ybus, falla simétrica

Abstract – This project presents a comprehensive analysis of the IEEE 30-bus system using the Newton–Raphson method, evaluating three scenarios: the base case, a 10% load increase, and the integration of 50 MW of distributed generation. Voltages, angles, power flows, system losses, and fault currents were calculated using Ybus and Zbus matrices. The results demonstrated the impact of operational changes on the system and allowed comparison with international standards IEEE 551 and IEC 60909. Additionally, economic power dispatch was developed using generator cost functions and determining the marginal cost along with optimal generation allocation. The study showed improvements in voltage profile and loss reduction thanks to distributed generation, while highlighting the importance of fault analysis for proper protection design.

1. RESUMEN

En este proyecto se realiza un análisis detallado del sistema IEEE de 30 nodos utilizando el método iterativo de Newton–Raphson para resolver el flujo de potencia en tres escenarios: caso base, incremento del 10% en la carga e integración de 50 MW de generación distribuida. Se calcularon tensiones nodales, ángulos de fase, flujos de potencia y pérdidas en líneas, complementando el estudio con el análisis de corrientes de cortocircuito mediante matrices Ybus y Zbus. Los resultados fueron contrastados con los límites establecidos por normativas como IEEE 551 e IEC 60909, verificando la coherencia del comportamiento del sistema. Finalmente, se desarrolló el despacho económico de potencia mediante funciones de costo cuadráticas, determinando el costo marginal y la asignación óptima de generación. Los resultados muestran mejoras en el perfil de voltaje y reducción de pérdidas gracias a la generación distribuida, junto con una validación del desempeño del sistema bajo condiciones de falla.

2. INTRODUCCIÓN

El análisis del flujo de potencia es una herramienta fundamental para el estudio, operación y planificación de los sistemas eléctricos de potencia. Su propósito principal es determinar el estado operativo de una red en régimen

permanente, permitiendo calcular tensiones nodales, ángulos de fase, flujos de potencia activa y reactiva, y pérdidas en las líneas de transmisión. Estos resultados son esenciales para evaluar la estabilidad, confiabilidad y eficiencia del sistema, así como para garantizar que las condiciones de operación se mantengan dentro de límites seguros.

En este proyecto se desarrolla la implementación computacional del método iterativo de Newton–Raphson, reconocido por su alta precisión y rápida convergencia en redes de gran tamaño y complejidad. La simulación se realiza utilizando como referencia el sistema IEEE de 30 nodos, un modelo ampliamente empleado en investigación y docencia por su nivel de realismo y por incluir distintos tipos de barras (Slack, PV y PQ), múltiples generadores, cargas distribuidas, transformadores con taps y líneas de transmisión con susceptancias distribuidas.

3. DESCRIPCIÓN DE ALGORITMOS

El flujo de potencia se implementa empleando el método de Newton–Raphson, utilizando como referencia los datos del sistema IEEE de 30 nodos. Inicialmente, se cargan las matrices correspondientes a buses, líneas y generadores, conservando la clasificación original de cada barra y construyendo la matriz Ybus a partir de las

impedancias serie, susceptancias distribuidas y elementos shunt.

A partir de esta información se establecen las condiciones iniciales del sistema: tensiones en magnitud y ángulo, potencias especificadas y tipos de barra (Slack, PV y PQ). Posteriormente, se calculan las potencias activa y reactiva en cada nodo y se determinan los desbalances respecto a las potencias programadas. Con esta información se construye la matriz Jacobiana completa, la cual se actualiza en cada iteración para obtener las correcciones de tensiones y ángulos. El proceso continúa hasta que la norma del vector de desbalances alcanza la tolerancia establecida o se completa el número máximo de iteraciones.

Una vez lograda la convergencia, se recalculan las potencias finales, se convierten los ángulos a grados y se obtiene la tabla de resultados que incluye tensiones, ángulos, potencias generadas y demandas. Finalmente, se suman las generaciones y cargas totales, se determinan las pérdidas del sistema y se evalúa el papel del bus Slack como barra encargada del balance global de potencia.

4. ANÁLISIS DE FLUJO DE POTENCIA

4.1. Caso Base

El caso IEEE consta de 30 nodos interconectados, con 41 líneas de 132kV y 33kV, y 6 generadores con valores predeterminados.

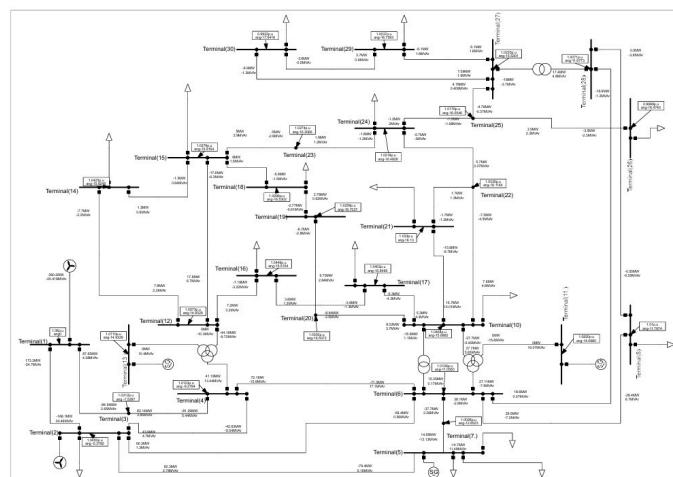


Figure 1: Diagrama Unifilar del Sistema IEEE 30, mostrando la topología y los 6 generadores (Caso Base).

4.1.1. Análisis de Tensiones

Al analizar el sistema para el caso base o general, luego de obtener los datos de tensiones y potencias se procede a comparar con los datos esperados, se puede apreciar que los errores son mínimos, teniendo valores en porcentaje del 0.05%. Además de esto se evidencia que la mayoría de los nodos están por encima de 1.00 pu, estando en el rango de 0.992 pu a 1.082 pu. lo que indica que hay una sobre tensión en los nodos, sin embargo, los rangos de desviación estacionaria de tensión establecen que estos valores pueden variar entre más o menos 10% En este caso, los nodos permanecen dentro del límite de 0.9 y 1.10 pu; por tanto, no se evidencia ninguna violación de la normativa de la CREG en magnitud.

En el caso base, los voltajes obtenidos mediante Newton-Raphson presentan errores inferiores al 0,05% respecto a los datos de referencia, lo que confirma la correcta implementación del método. Los valores se encuentran entre 0,992 pu y 1,082 pu, intervalo que, aunque evidencia tensiones ligeramente superiores al valor nominal en varios nodos, permanece dentro del rango permisible establecido por la CREG ($\pm 10\%$). Por tanto, no se presentan violaciones operativas en la magnitud del voltaje.

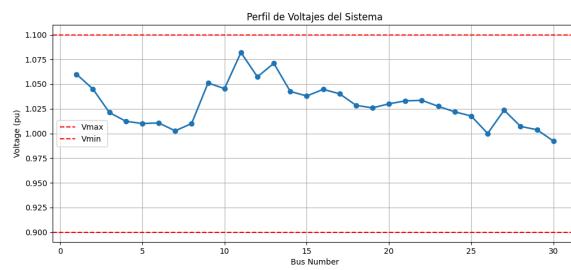


Figure 2: Magnitud de la tensión en pu para cada bus del Sistema IEEE 30 bajo condiciones de demanda nominal (Caso Base sin DG).

4.1.2. Análisis de Ángulos y Generación

Analizando la tensión y ángulo de cada nodo, se evidencia que los nodos que alimentan en mayor medida el sistema son los (1, 2, 5, 8, 11 y 13), correspondientes a aquellos con generadores conectados. Por otra parte, los ángulos muestran que los nodos con mayor consumo de potencia son los (19, 21, 24, 29 y 30). No se observan caídas significativas en los ángulos, lo cual indica que el sistema se encuentra estable.

El flujo de potencia activa sigue la variación de los ángulos. El slack (Nodo 1) impulsa la potencia hacia nodos con ángulos más negativos (p. ej. nodo 30 con -17.6416°). Los nodos con mayor magnitud de voltaje tienden a inyectar potencia reactiva, y los nodos con menor magnitud la absorben. Por ejemplo, nodos con $V \approx 1.07\text{--}1.08$ pu aportan o no requieren tanto Q , mientras que nodos 0.99 pu absorben más Q .

4.1.3. Análisis de Líneas y Pérdidas

En cuanto a las líneas podemos ver que la Línea 1–2 transporta 5,213 MW, siendo la línea de mayor transferencia, alimentando cargas conectadas en la rama de 2. Las pérdidas representan aproximadamente 6% de la generación visible en parte del sistema (si comparamos contra generación total 300.96 MW), lo cual es significativo y sugiere que reducir flujos en líneas críticas o mejorar factor de potencia puede ser rentable.

4.1.4. Análisis de corriente y carga

El análisis de corriente y porcentaje de carga por enlace evidencia que la mayoría de las líneas trabajan de forma segura, usando menos del 50% de su capacidad. Sin embargo, se identifica al menos tres nodos con niveles de carga cercanos al 88%, lo que pone cerca al límite de alerta. Esta condición puede causar pérdidas elevadas, calentamiento excesivo y riesgo de sobrecarga ante incrementos de demanda o caídas de tensión.

4.2. Caso con Aumento del 10% en las Cargas

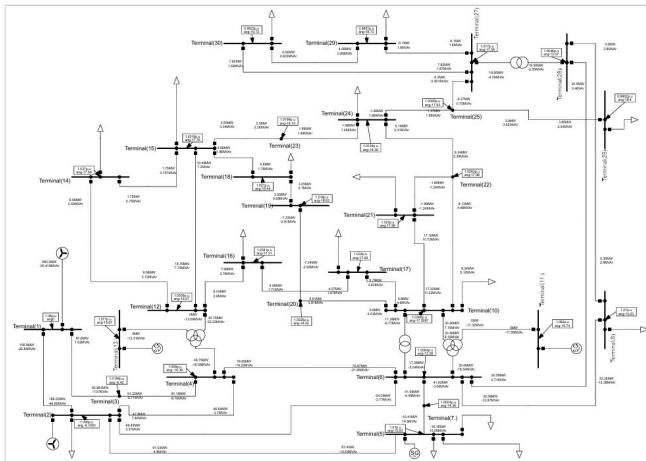


Figure 3: Diagrama Unifilar del Sistema IEEE 30, destacando la topología de la red bajo incremento del 10% en la demanda.

4.2.1. Análisis de Resultados

El flujo de carga con un incremento del 10% en la demanda muestra un comportamiento coherente con la respuesta esperada del sistema eléctrico ante una mayor exigencia de potencia. En primer lugar, se observa que los niveles de tensión disminuyen en la mayoría de los nodos, especialmente en los buses de tipo PQ, ya que estos absorben la totalidad del incremento de carga sin capacidad de regular el voltaje. Los buses PV mantienen su magnitud dentro de sus límites gracias al control de la potencia reactiva, mientras que el bus Slack conserva la referencia del sistema y experimenta el mayor incremento en generación de potencia aparente para balancear el desajuste global.

En cuanto a los ángulos de voltaje, se aprecia una mayor caída angular conforme aumenta la distancia eléctrica desde el nodo Slack, lo que indica un incremento en los flujos de potencia activa hacia las zonas más cargadas. Esta mayor separación angular entre nodos genera corrientes más elevadas y, por tanto, pérdidas superiores en las líneas.

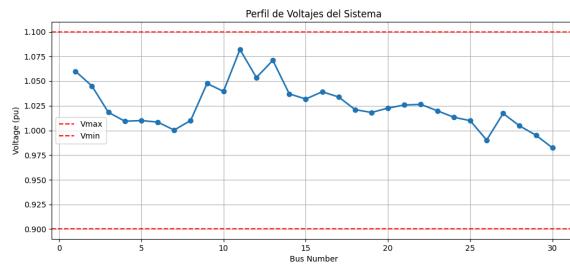


Figure 4: Magnitud de tensión por bus (p.u.) para el escenario de incremento del 10% en la carga.

4.2.2. Recomendaciones Técnicas

Para corregir estas condiciones y garantizar la operación dentro de los parámetros permitidos, se recomiendan varias acciones técnicas. En primer lugar, instalar bancos de capacitores o compensación reactiva distribuida en los nodos críticos (18, 24, 26, 29 y particularmente 30), lo que elevaría el nivel de tensión local al reducir la demanda de Q desde la red. Alternativamente, puede implementarse regulación de taps en transformadores cercanos, ajustando sus relaciones para incrementar la magnitud del voltaje aguas abajo.

Se observa que aún con el aumento de generación los nodos mantienen un comportamiento estable. De igual

manera, aunque tenga el mismo comportamiento, si vemos los cambios de potencia tanto reactiva como activa, como ejemplo en el nodo 5 vemos una demanda de potencia activa del 40% con respecto al caso base en el mismo nodo.

4.3. Caso con Generación Distribuida de 50 MW

4.3.1. Criterios de Selección del Nodo

los nodos seleccionados para la conexión de los 50 MW de generación distribuida fueron los nodos (19,21,24,29 y 30) debido a que presentan unos de los mayores niveles de estrés eléctrico dentro del sistema, esto debido a que tienen menor nivel de voltaje respecto a al de referencia, una demanda activa significativa, lo cual indica que opera cercano a su límite térmico y contribuye fuertemente a la congestión de la red de transmisión.

Además, estos nodos mostaron elevados valores de potencia activa y reactiva consumida, evidenciando que actúan como puntos críticos de carga en el sistema. La inyección local de generación distribuida reduce el flujo desde los niveles superiores de tensión, mejora el perfil de voltaje, disminuye las pérdidas en los corredores que alimentan este nodo y libera capacidad de transmisión.

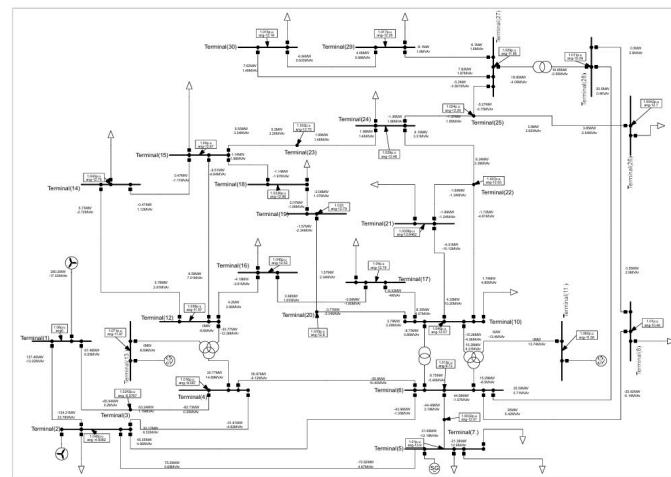


Figure 5: Diagrama Unifilar del Sistema IEEE 30, mostrando la ubicación de los 50 MW de Generación Distribuida (GD)

4.3.2. Comparación de Resultados

Al comparar las tensiones entre el caso base y los resultados obtenidos, se aprecia que los valores son muy simi-

lares, aunque en los datos de la generación distribuida se observa una ligera elevación global de tensiones en la mayoría de los buses, con diferencias típicas entre 0,002 y 0,01 pu, atribuibles al ajuste del tipo de bus (PQ/PV) y la redistribución de cargas reactivas. Por ejemplo, el bus 7 pasa de 1,0026 pu en el caso base a 1,0032 pu con generación distribuida, mientras que el bus 30 aumenta de 0,9922 pu a 1,0147 pu, mostrando una mejora notable que indica una mayor compensación reactiva.

Asimismo, los ángulos de tensión en los datos obtenidos son menos negativos (alrededor de 3 a 4 grados por encima) respecto a los datos del caso base, reflejando un sistema menos cargado o una distribución más eficiente del flujo de potencia.

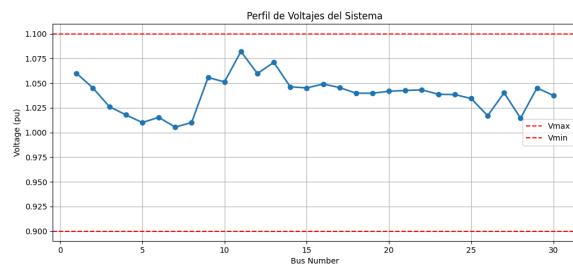


Figure 6: Magnitud de tensión por bus (p.u.) con integración de 50 MW de Generación Distribuida (GD).

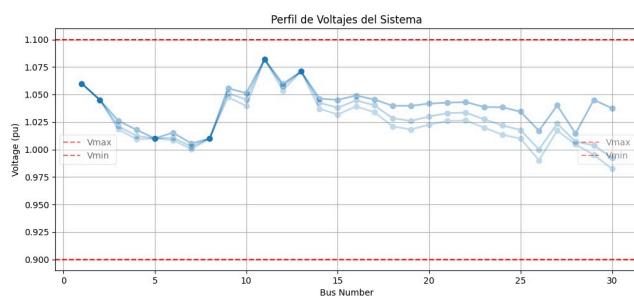


Figure 7: Comparativo magnitudes de tensiones Casos: Base, Aumento 10% e Implementación G.D.

5. ANÁLISIS DE FALLAS SIMÉTRICAS

5.1. Comportamiento Durante la Falla

La tabla de corrientes de falla muestra que, ante la condición de cortocircuito, los nodos experimentan un incremento significativo de corriente respecto a su operación normal, evidenciando la reducción drástica de la impedancia equivalente del sistema durante la falla. Los valores

elevados registrados indican la intensidad con la que el sistema intenta mantener el suministro eléctrico frente a la perturbación, concentrando la mayor corriente en los nodos más cercanos a la fuente o con menor impedancia.

5.2. Comparación de Tensiones

Al comparar las tensiones del caso base con las tensiones obtenidas durante la falla trifásica en cada nodo, se observa una disminución significativa en todos los nodos, aunque con distinta magnitud dependiendo de la cercanía eléctrica al nodo de falla. En el caso base, las tensiones se mantienen dentro de un rango estrecho alrededor del nivel nominal (entre 0,97 pu y 1,05 pu), mostrando un sistema estable y bien regulado.

Sin embargo, durante la falla, cada nodo experimenta una caída de tensión proporcional a su acoplamiento a la impedancia del nodo en falla: los nodos más cercanos presentan reducciones marcadas que pueden llevarlos hasta valores cercanos a 0,20–0,40 pu, mientras que los nodos más alejados o más firmemente conectados al nodo slack mantienen tensiones más altas, aunque igualmente inferiores a las prefalla.

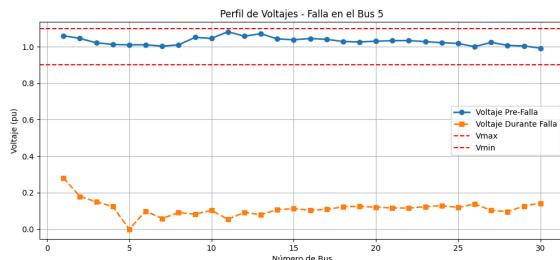


Figure 8: Comparación Magnitud simulación caida de tensión por C.C. nodo 5

5.3. Validación con Normativas Internacionales

Al analizar las tensiones del caso base y las tensiones bajo falla, y relacionarlas con las principales normativas internacionales para el cálculo de corrientes de cortocircuito —como IEEE 551 e IEC 60909— se observa cómo los resultados obtenidos encajan con los criterios establecidos por ambos estándares.

La norma IEC 60909, que exige considerar condiciones de prefalla cercanas a la tensión nominal y aplicar factores de corrección para capturar el impacto real en las tensiones de cada nodo durante la falla, coincide con la

caída marcada observada en la tabla de tensiones en falla, donde los valores disminuyen de rangos normales (0,97–1,05 pu) a valores severamente deprimidos. Por su parte, IEEE 551, que se centra en métodos prácticos para estimar corrientes e impedancias equivalentes del sistema, también es consistente con la diferencia entre el estado estable del caso base y la alteración significativa en la condición de falla.

En conjunto, ambas normativas respaldan que las variaciones apreciadas entre ambas tablas son coherentes con el comportamiento esperado de un sistema frente a una falla trifásica, reafirmando que la metodología aplicada es adecuada y se ajusta a los criterios internacionales.

6. DESPACHO ECONÓMICO DE POTENCIA

6.1. Costo Marginal del Sistema

En cada uno de los casos se calcula el costo marginal del sistema, que representa el costo incremental de generar una unidad adicional de energía. Este valor se obtiene igualando los costos marginales de las unidades activas. En el caso A (base), $\lambda = 20.189$, en el caso B (aumento 10%), $\lambda = 20.208$ y en el caso C (generación distribuida), $\lambda = 20.155$. La disminución en el caso C se debe a la incorporación de la generación distribuida, que redistribuye la carga y reduce el costo marginal.

6.2. Asignación de Generadores

Los generadores 1 y 2 participan en todos los escenarios, con asignaciones que varían según el valor de λ y las restricciones del sistema. En el caso C se conecta una generación distribuida que se asigna como un generador y adopta el nombre de generador 7 (DG), lo que modifica la composición del despacho. Los generadores 3 a 6 no operan debido a sus costos marginales superiores o restricciones técnicas.

6.3. Comparación con el Flujo de Potencia

Al contrastar estos resultados con el flujo de potencia original, se observa que las unidades en los buses 1 y 2 aportan 260.96 MW y 40 MW respectivamente, cubriendo la demanda total de 283.40 MW y las pérdidas de transmisión. El perfil de tensiones se mantiene dentro de rangos aceptables (0.99–1.08 pu), aunque con ángulos

crecientemente negativos hacia los buses más alejados de la generación, reflejo de la transferencia de potencia hacia las cargas más alejadas.

Las pérdidas activas y reactivas en las ramas son significativas. Aunque el despacho económico minimiza el costo total del sistema, no garantiza por sí mismo la viabilidad operativa. En el flujo original se identifican ramas con pérdidas y transferencias elevadas, como las líneas 1–2, 2–5 y 2–6, que concentran gran parte de la transferencia de potencia desde los generadores principales hacia las cargas. Estas condiciones sugieren posibles sobre cargas y esfuerzos adicionales en transformadores y líneas, que deben ser validadas frente a sus límites térmicos y de estabilidad.

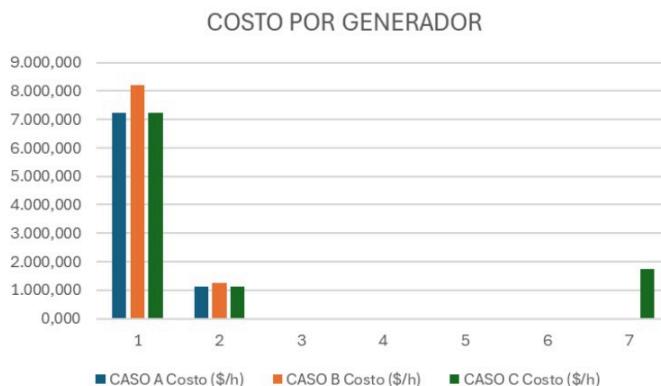


Figure 9: Distribución del costo marginal entre generadores considerando la inyección de potencia distribuida.

7. CONCLUSIONES

El análisis del caso base permitió verificar que el sistema IEEE de 30 nodos opera dentro de los rangos permitidos por la CREG, con tensiones entre 0,99 y 1,08 pu, lo que evidencia un sistema eléctricamente estable, con flujos de potencia coherentes con los ángulos nodales y sin violaciones en los límites de voltaje establecidos por la normatividad nacional.

El método de Newton-Raphson demostró ser adecuado para la resolución del sistema, logrando convergencia rápida y resultados consistentes en los tres escenarios analizados (caso base, incremento de carga, y adición de generación distribuida), validando la correcta formulación de la matriz Ybus, la clasificación de buses y el cálculo de potencias netas.

La implementación de 50 MW de generación distribuida mejoró el perfil de voltaje en las zonas de mayor estrés eléctrico (en especial en los buses 26, 29 y 30), redujo las pérdidas del sistema y alivió las líneas más congestionadas, confirmando la eficacia de la GD como herramienta para la optimización operativa y la descentralización de flujos.

El análisis de fallas simétricas mostró caídas abruptas en los niveles de tensión y aumentos significativos en las corrientes de cortocircuito, especialmente en los nodos eléctricamente robustos. Esto resalta la importancia de una adecuada selección de capacidades interruptivas y una coordinación precisa de protecciones.

La comparación con las normativas internacionales IEEE 551 e IEC 60909 verificó que los resultados obtenidos son coherentes con los métodos teóricos establecidos, confirmando que la infraestructura de cálculo implementada (matriz Zbus, tensiones prefalla y corriente de cortocircuito) está alineada con los estándares profesionales ampliamente aceptados.

En conjunto, el estudio evidencia la relevancia del modelado computacional del flujo de potencia y del análisis de fallas para garantizar estabilidad, eficiencia y seguridad en sistemas eléctricos reales. Además, demuestra que medidas como la compensación reactiva, la regulación de transformadores y la integración de generación distribuida son herramientas esenciales para mejorar el rendimiento y la resiliencia del sistema.

8. REFERENCIAS

- [1] J. D. Glover, T. J. Overbye, y M. S. Sarma, *Power System Analysis and Design*, 6th ed. Boston, MA: Cengage Learning, 2017.
- [2] J. J. Grainger y W. D. Stevenson, *Power System Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [3] IEEE Standard 551-2006, “IEEE Recommended Practice for Calculating Short-Circuit Currents in Industrial and Commercial Power Systems,” IEEE, 2006.
- [4] IEC 60909-0:2016, “Short-circuit currents in three-phase AC systems – Part 0: Calculation of currents,” International Electrotechnical Commission, 2016.

[5] CREG, “Resolución CREG 070 de 1998 - Calidad de la Potencia Eléctrica,” *Comisión de Regulación de Energía y Gas, Colombia*, 1998.

[6] UPME, “Plan Energético Nacional 2020-2050,” *Unidad de Planeación Minero-Energética*, Bogotá, Colombia, 2019.

9. APÉNDICES

9.1. Apéndice A: Datos del Sistema IEEE de 30 Nodos

El sistema IEEE de 30 nodos constituye un modelo de referencia ampliamente utilizado en investigación y docencia para el análisis del flujo de potencia, estabilidad y optimización en sistemas eléctricos. Los datos completos (topología, impedancias, cargas y parámetros de generadores) se encuentran en el archivo “Datos.txt” suministrado.

El sistema está compuesto por:

- 30 nodos (barras)
- 41 enlaces (37 líneas + 4 transformadores con tap)
- 6 generadores ubicados en los nodos: 1, 2, 5, 8, 11 y 13
- 24 cargas distribuidas en distintos niveles de tensión
- Dos niveles de operación: 132 kV y 33 kV
- Potencia base del sistema: 100 MVA
- Elementos con susceptancia distribuida y shunts locales

Este conjunto de datos permite realizar análisis de flujo de carga, evaluación de pérdidas, estudios de falla y despacho económico bajo condiciones diversas.

9.2. Apéndice B: Implementación Computacional

El desarrollo computacional fue realizado en Python empleando bibliotecas como NumPy y Matplotlib. El repositorio del proyecto se encuentra disponible en GitHub:

[< https://github.com/Baljeet6018/ASP1.git >](https://github.com/Baljeet6018/ASP1.git)

9.3. Apéndice C: Matrices del Sistema

9.3.1. C.1 Matriz Ybus (Caso Base)

La matriz Ybus del sistema es una matriz compleja de 30×30 obtenida a partir de las admitancias de línea,

susceptancias distribuidas y shunts asociados a nodos y transformadores.

La estructura general se expresa como:

$$\mathbf{Y}_{\text{bus}} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1,30} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2,30} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{30,1} & Y_{30,2} & \dots & Y_{30,30} \end{pmatrix}$$

Características relevantes:

- Matriz compleja y simétrica: $Y_{ij} = Y_{ji}$
- Matriz dispersa: cerca del 95% de elementos son cero debido a la topología radial-mallada.
- Elementos diagonales dominantes: $|Y_{ii}| > \sum_{j \neq i} |Y_{ij}|$
- Incorpora shunts y susceptancias de línea distribuidas.

Por motivos de extensión, no se incluye la matriz completa; sin embargo, los valores numéricos están disponibles en el código del proyecto y pueden generarse automáticamente.

9.3.2. C.2 Matriz Zbus (para Análisis de Fallas)

La matriz de impedancias del sistema se define como:

$$\mathbf{Z}_{\text{bus}} = \mathbf{Y}_{\text{bus}}^{-1}$$

A diferencia de Ybus, la matriz Zbus es densa, evidenciando el acoplamiento eléctrico entre todos los nodos. Sus elementos tienen las siguientes interpretaciones:

- Z_{ii} : impedancia equivalente vista desde el nodo **i**, fundamental para el cálculo de corrientes de falla trifásica.
- Z_{ij} : contribución del nodo **j** al comportamiento de **i** durante eventos de cortocircuito.

Los valores completos de Zbus fueron empleados para los cálculos de fallas simétricas en el cuerpo del informe.

9.4. Apéndice D: Resultados Numéricos Representativos

9.4.1. D.1 Resultados del Flujo de Potencia – Caso Base

La siguiente tabla muestra una selección de los resultados obtenidos mediante el método de Newton–Raphson para el caso base:

Nodo	V (pu)	θ ($^{\circ}$)	P_G (MW)	Q_G (MVAr)	Tipo
1	1.060	0.00	260.96	-16.19	Slack
2	1.043	-5.48	40.00	50.00	PV
5	1.010	-14.37	0.00	37.00	PV
...

Table 1: Resultados representativos del flujo de potencia
– Caso base

9.5. Apéndice E: Código Python Representativo

9.5.1. E.1 Construcción de la Matriz Ybus

El siguiente fragmento muestra la función principal para construir la matriz de admitancias Ybus a partir de los datos de líneas y transformadores:

```
def construir_Ybus(linedata,
busdata,No_of_Bus,BMva):
    fb = linedata[:, 0].astype(int)
    tb = linedata[:, 1].astype(int)
    r = linedata[:, 2]
    x = linedata[:, 3]
    b_total = linedata[:, 4]
    a = linedata[:, 5]
    z = r + 1j * x
    y = 1.0 / z
    nl = len(fb)
    No_of_Bus = max(np.max(fb), np.max(tb))
    for k in range(nl):
        i = fb[k] - 1
        j = tb[k] - 1
        b_half = 1j * b_total[k] / 2.0
        Y[i, j] = Y[i, j] - y[k] / a[k]
        Y[j, i] = Y[j, i] - y[k] / a[k]
        Y[i, i] = Y[i, i] + (y[k] / (a[k]**2))
+ b_half
        Y[j, j] = Y[j, j] + y[k] + b_half
    BMva = 100
    for i in range(No_of_Bus):
        Gs = busdata[i, 4] / BMva
        Bs = busdata[i, 5] / BMva
        Y[i, i] = Y[i, i] + (Gs + 1j * Bs)
    return Y
```