

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσέκας Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

Άσκηση 1

(α) Τι παρατηρείτε εάν αντί για $T_s=0.02s$ ή $0.04s$ θέσετε $T_s=0.1s$; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

Απάντηση:

Παρατηρούμε την «αραίωση» του σήματος διακριτού χρόνου, που σημαίνει ότι τα σημεία δειγματοληψίας είναι πιο αραιά τοποθετημένα στο γράφημα, καθώς δειγματολυντούμε ανα μεγαλύτερη περίοδο, επομένως με μικρότερη συχνότητα.

(β) Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση , ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

Απάντηση:

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.02s	0.0001, 0.0088	0.0003, 0.0162	0.0105, 0.1028
0.04s	0.0005, 0.0225	0.0041, 0.0638	0.0416, 0.2041
0.1s	0.0288, 0.1698	0.1256, 0.3546	0.2430, 0.4932

Παρατηρούμε, ότι όσο αυξάνεται η συχνότητα δειγματοληψίας, η ανακατασκευή είναι πιο «εύστοχη» και «ποιοτική», καθώς δειγματολειπτούμε με μεγαλύτερο ρυθμό, επιτυγχάνοντας έτσι μια πιο καθαρή εικόνα του σήματος.

(γ) Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

Απάντηση:

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3
0.1s	0.0149, 0.1218	0.1256, 0.3546	0.2430, 0.4932

Η αρχική φάση του σήματος, επηρεάζει το σήμα, καθώς το μετατοπίζει κατά $\pi/4$ και όπως παρατηρήθηκε παραπάνω, επηρεάζει και την ακρίβεια της δειγματοληψίας και την βελτιώνει.

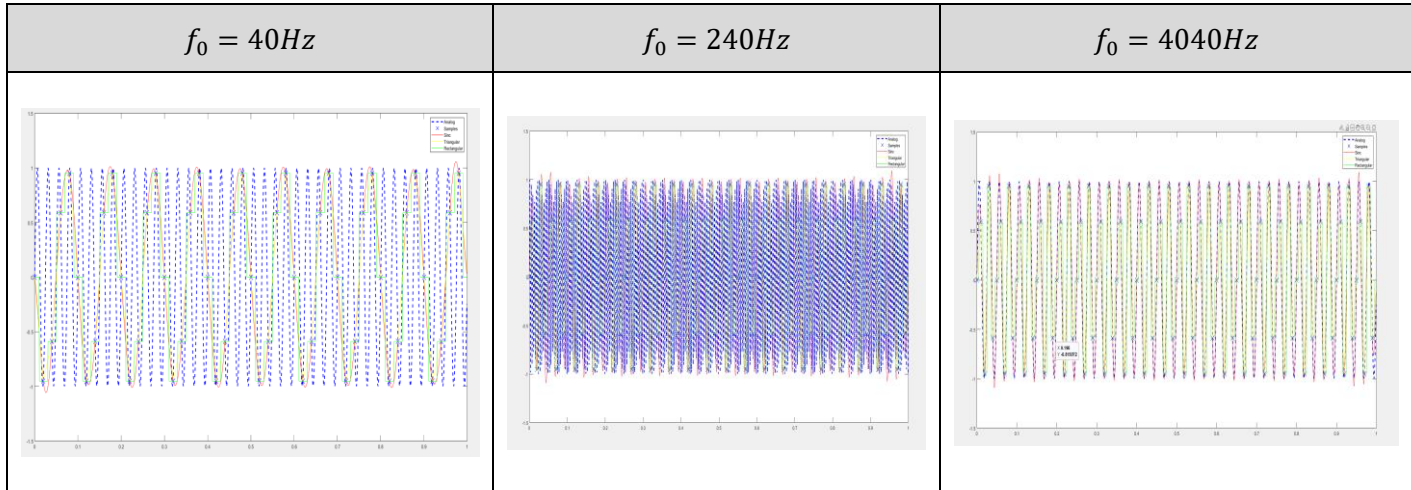
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσεκάς Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

(δ) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

Απάντηση:



Ερώτηση 5 (δ συνέχεια) Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

Απάντηση:

Παρατηρούμε μια «πυκνοποίηση» του γραφήματος, καθώς αυξάνουμε τη συχνότητα του σήματος, όμως υπάρχει ένα μικρο bug στα 4040Hz, όπου βλέπουμε παρόμοια εικόνα με τα 40Hz. Η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων παραμένει ίδια στα 40Hz, καθώς δεν επηρεάζουμε την συχνότητα δειγματοληψίας και αλλάζουμε μόνο την συχνότητα του σήματος.

Άσκηση 2

(α) Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

Απάντηση:

Αιτιατό, εφόσον δεν περιέχει «μελλοντική» αποτύπωση του σήματος $y[n] = 1/2x[n] + x[n - 1] - 1/2x[n - 2]$, γιατί σαν συντελεστές έχουμε n , $n-1$ και $n-2$ που είναι μόνο παροντικές και παρελθοντικές καταστάσεις του σήματος.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσεκάς Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

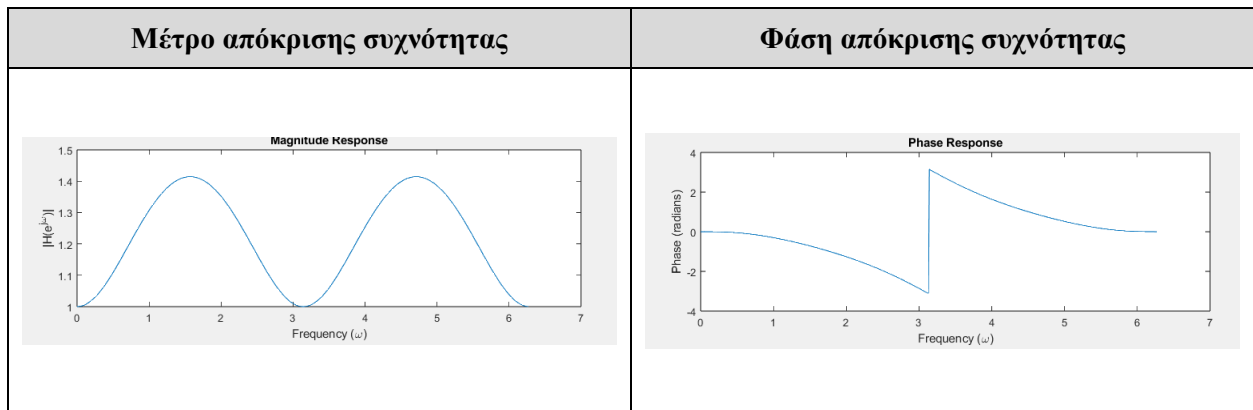
(β.1) Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

Απάντηση:

$$\int_0^t x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

(β.2) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

Απάντηση:



(δ) Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

Απάντηση:

Μεσαίες συχνότητες.

(δ) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο $x[n]$ (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

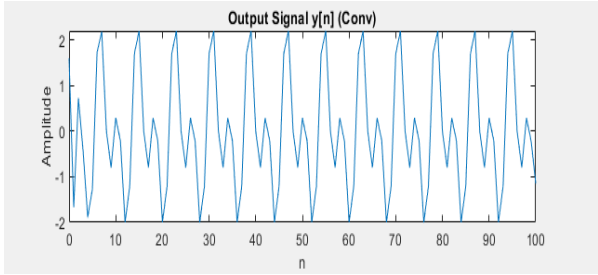
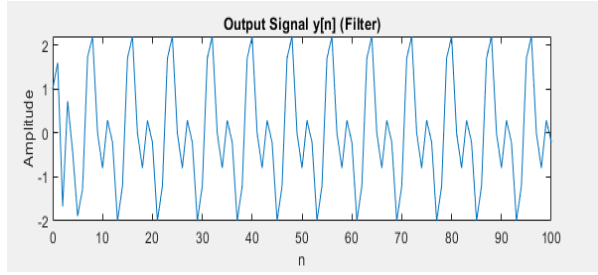
Απάντηση:

Ενώ και η *conv()* και η *filter()* μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επεξεργασία σήματος, η *filter()* είναι γενικά πιο βολική και αποτελεσματική για την εφαρμογή ψηφιακών φίλτρων σε ακολουθίες λόγω του αυτόματου χειρισμού των ορίων και των αρχικών συνθηκών. Η *conv()*, από την άλλη πλευρά, είναι πιο γενικής χρήσης και υπολογίζει τη γραμμική συνέλιξη άμεσα, καθιστώντας την κατάλληλη για διάφορες μαθηματικές πράξεις πέρα από το φιλτράρισμα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

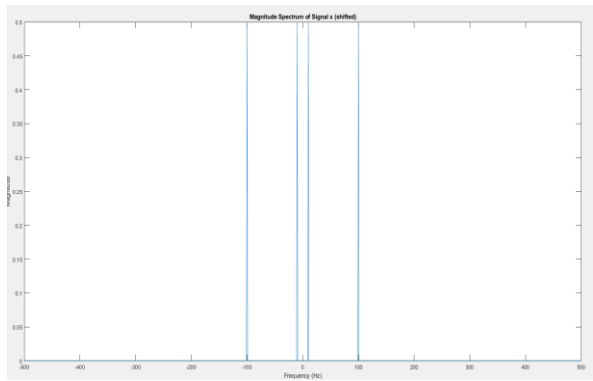
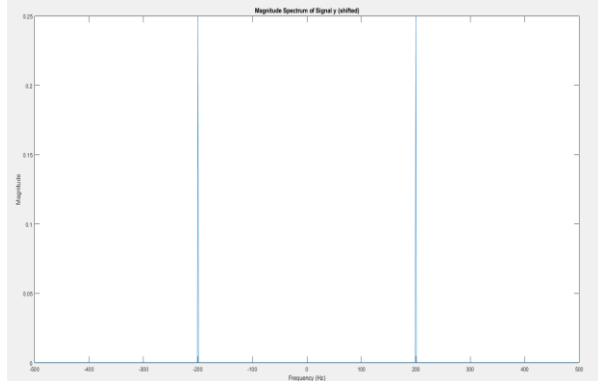
Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσέκας Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

Έξοδος για <i>conv()</i>	Έξοδος για <i>filter()</i>
	

(ε) Σχεδιάστε το `abs (fftshift (fft (x)))` και `abs (fftshift (fft (y)))`.

Απάντηση:

$ DFT\{x\} $	$ DFT\{y\} $
	

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσεκάς Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

(στ)

Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος	Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος
2^6	$4.7595 * 10^{-7} \text{ sec}$ (FFT)	2^{6-1}	$5.8701 * 10^{-7} \text{ sec}$ (DFT)
2^7	$5.2972 * 10^{-7} \text{ sec}$	2^{7-1}	$2.4619 * 10^{-6} \text{ sec}$
2^8	$7.3523 * 10^{-7} \text{ sec}$	2^{8-1}	$1.7885 * 10^{-6} \text{ sec}$
2^9	$1.0066 * 10^{-6} \text{ sec}$	2^{9-1}	$5.5005 * 10^{-6} \text{ sec}$
2^{10}	$2.3713 * 10^{-6} \text{ sec}$	2^{10-1}	$7.8892 * 10^{-6} \text{ sec}$
2^{11}	$3.8966 * 10^{-6} \text{ sec}$	2^{11-1}	$3.4454 * 10^{-5} \text{ sec}$
2^{12}	$6.9362 * 10^{-6} \text{ sec}$	2^{12-1}	$1.6731 * 10^{-5} \text{ sec}$
2^{13}	$1.3905 * 10^{-5} \text{ sec}$	2^{13-1}	$1.2075 * 10^{-4} \text{ sec}$
2^{14}	$3.4419 * 10^{-5} \text{ sec}$	2^{14-1}	$3.6391 * 10^{-4} \text{ sec}$
2^{15}	$6.7605 * 10^{-5} \text{ sec}$	2^{15-1}	$8.295 * 10^{-4} \text{ sec}$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ο κώδικας όλων των Ασκήσεων 1 – 2.

ΑΣΚΗΣΗ 2

(β.2)

b = [1/2, 1, -1/2];

a = 1;

[Hz, w] = freqz(b, a, 'whole');

figure;

subplot(2, 1, 1);

plot(w, abs(Hz));

xlabel('Frequency (\omega)');

ylabel('|H(e^{j\omega})|');

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσέκας Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

```
title('Magnitude Response');
```

```
subplot(2, 1, 2);
```

```
plot(w, angle(Hz));
```

```
xlabel('Frequency (\omega)');
```

```
ylabel('Phase (radians)');
```

```
title('Phase Response');
```

(δ)

```
n = 0:100;
```

```
x = cos(pi*n/4) - sin(pi*n/2) + (-1/2).^n;
```

```
b = [1/2, 1, -1/2]; % impulse response
```

```
y_filter = filter(b, 1, x);
```

```
y_conv = conv(x, b, 'same');
```

```
subplot(2,2,1);
```

```
plot(n, x);
```

```
title('Input Signal x[n] (Filter)');
```

```
xlabel('n');
```

```
ylabel('Amplitude');
```

```
subplot(2,2,2);
```

```
plot(n, y_filter);
```

```
title('Output Signal y[n] (Filter)');
```

```
xlabel('n');
```

```
ylabel('Amplitude');
```

```
subplot(2,2,3);
```

```
plot(n, x);
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσέκας Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

```
title('Input Signal x[n] (Conv)');  
xlabel('n');  
ylabel('Amplitude');  
subplot(2,2,4);  
plot(n, y_conv);  
title('Output Signal y[n] (Conv)');  
xlabel('n');  
ylabel('Amplitude');
```

(ε)

```
Fs = 1000; % Sampling frequency (Hz)  
t = 0:1/Fs:1-1/Fs; % Time vector (seconds)  
f1 = 10; % Frequency of signal 1 (Hz)  
f2 = 100; % Frequency of signal 2 (Hz)  
x = sin(2*pi*f1*t) + sin(2*pi*f2*t); % Signal with two frequencies  
y = 0.5*sin(2*pi*200*t); % Another test signal  
X = fft(x); % Compute FFT of signal x  
Y = fft(y); % Compute FFT of signal y  
X_shifted = fftshift(X); % Shift zero frequency to center for signal x  
Y_shifted = fftshift(Y); % Shift zero frequency to center for signal y  
N = length(x); % Number of samples  
f = Fs*(-N/2:N/2-1)/N; % Frequency vector (Hz)  
figure;  
plot(f, abs(X_shifted)/N);  
xlabel('Frequency (Hz)');
```

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσέκας Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

```
ylabel('Magnitude');  
title('Magnitude Spectrum of Signal x (shifted)');  
figure;  
plot(f, abs(Y_shifted)/N);  
xlabel('Frequency (Hz)');  
ylabel('Magnitude');  
title('Magnitude Spectrum of Signal y (shifted)');
```

(στ)

```
execution_time_DFT = zeros(10, 2); % For DFT, two cases: signal length 2^x and 2^x - 1  
execution_time_FFT = zeros(10, 2); % For FFT, two cases: signal length 2^x and 2^x - 1  
for x = 6:15  
    N = 2^x;  
    N_minus_one = 2^x - 1;  
    for repetition = 1:10000  
        x_signal = rand(N, 1);  
        x_signal_minus_one = rand(N_minus_one, 1);  
        tic;  
        X_DFT = fft(x_signal);  
        execution_time_DFT(x-5, 1) = execution_time_DFT(x-5, 1) + toc;  
        tic;  
        X_FFT = fft(x_signal);  
        execution_time_FFT(x-5, 1) = execution_time_FFT(x-5, 1) + toc;  
        tic;  
        X_DFT_minus_one = fft(x_signal_minus_one);
```


ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μπερτσεκάς Παρασκευάς- Σωτήριος	ΑΜ:	1093445	Έτος:	3ο
--------	---------------------------------------	-----	---------	-------	----

```
    execution_time_DFT(x-5, 2) = execution_time_DFT(x-5, 2) + toc;

    tic;

    X_FFT_minus_one = fft(x_signal_minus_one);

    execution_time_FFT(x-5, 2) = execution_time_FFT(x-5, 2) + toc;

end

execution_time_DFT(x-5, :) = execution_time_DFT(x-5, :) / 10000;

execution_time_FFT(x-5, :) = execution_time_FFT(x-5, :) / 10000;

end

figure;

x_values = 2.^(6:15);

plot(x_values, execution_time_DFT(:, 1), 'b-o', 'LineWidth', 2);

hold on;

plot(x_values, execution_time_FFT(:, 1), 'r-o', 'LineWidth', 2);

plot(x_values, execution_time_DFT(:, 2), 'b--o', 'LineWidth', 2);

plot(x_values, execution_time_FFT(:, 2), 'r--o', 'LineWidth', 2);

xlabel('Sequence Length (N)');

ylabel('Execution Time (s)');

title('Computational Cost of DFT and FFT');

legend('DFT (2^x)', 'FFT (2^x)', 'DFT (2^x - 1)', 'FFT (2^x - 1)');

grid on;
```