

**VERSUCH NUMMER**

**TITEL**

AUTOR A

authorA@udo.edu

AUTOR B

authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Tomographie . . . . .	3
1.2	Interaktion Gamma-Strahlung mit Materie . . . . .	3
1.3	Messelektronik . . . . .	4
1.4	Berechnung der Absorptionskoeffizienten . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Aufbau</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
4.1	Matrixrechnung . . . . .	9
4.2	Spektrum der $^{137}\text{Cs}$ -Quelle . . . . .	9
4.3	Würfel 1 . . . . .	10
4.4	Würfel 2 . . . . .	11
4.5	Würfel 3 . . . . .	12
4.6	Würfel 4 . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
5.1	Würfel 2 . . . . .	14
5.2	Würfel 3 . . . . .	14
5.3	Würfel 4 . . . . .	14
5.4	Fehlerquellen . . . . .	14
	<b>Literatur</b>	<b>14</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Tomographie

Tomographie bezeichnet ein Verfahren bei dem schichtweise Aufnahmen von einem Objekt genommen werden, um so dessen innere Zusammensetzung darzustellen. In diesem Versuch wird mithilfe von der Absorption von Gammastrahlung die Zusammensetzung eines Würfels aus 3x3x3 einzelnen Würfeln bestimmt. Dazu wird erst die Interaktion von Gammastrahlung mit Materie beschrieben.

## 1.2 Interaktion Gamma-Strahlung mit Materie

Beim Durchlauf von Gamma-Strahlung durch feste Materie kann das  $\gamma$ -Quant auf 3 verschiedene Arten wechselwirken.

Bei den photoelektrischen Effekt wechselwirkt das  $\gamma$ -Quant mit den Hüllenelektronen und löst diese aus ihrer Position in der Schale. Dabei wird die gesamte Energie des Photons an das Elektron übertragen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen absorbiert wird, mit dem Wirkungsquerschnitt  $\tau$  ausgedrückt, welche von der Atomzahl  $Z$  des Materials und der Energie des  $\gamma$ -Quants  $E_\gamma$  abhängt.

$$\tau \propto Z^n / E_\gamma^m$$

$n$  und  $m$  sind dabei wiederum abhängig von der Teilchen-Energie und in einen Bereich zwischen 3 und 5. Der Absorptionskoeffizient, welcher ein Maß für die absorbierte Strahlung ist, ist somit:

$$\mu_{PE} = \tau \rho N_A / A. \quad (1)$$

Dabei ist  $\rho$  die Dichte des Materials,  $N_A$  die Avogadro Konstante und  $A$  die Massenzahl.

Die Comptonstreuung ist die inelastische Streuung eines Photons mit einem Elektron. Die Energie des Photons wird dabei nur teilweise an das Elektron abgegeben. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  dieses Vorganges hängt dabei, ähnlich wie der photoelektrische Effekt, mit der Atomzahl  $Z$  des Materials und der Energie des Photons zusammen

$$\sigma \propto f(E_\gamma) \propto 1/E_\gamma.$$

Mit der Annahme, dass das Verhältnis  $A/Z$  ist für einen Großteil des Periodensystems konstant ist, lässt sich der Absorptionskoeffizient für Comptonstreuung als

$$\mu_{CS} = \text{constant} \cdot \sigma \cdot f(E_\gamma) \quad (2)$$

angeben.

Bei der Paar-Produktion wechselwirkt das  $\gamma$ -Quant mit dem Coulomb-Feld des Atomkerns. Dort zerfällt es in ein Elektron-Positron-Paar. Damit muss das Photon mindestens die Energie von 2 Elektronen Massen haben um diese erzeugen zu können. Der Wirkungsquerschnitt der Paar-Produktion ist nicht trivial zu bestimmen, hängt dabei aber von der Atomzahl  $Z$  und Strahlungsenergie  $E_\gamma$  ab.

$$\kappa \propto Z^2 f(E_\gamma, Z)$$

Der Absorptionskoeffizient lässt sich analog zu den des photoelektrischen Effektes berechnen.

Die gesamte Absorption ist die Überlagerung aller Effekte. Damit ist der Absorptionskoeffizient insgesamt

$$\mu_T = \mu_{PE} + \mu_{CS} + \mu_{PP} + \mu_{RS} \quad (3)$$

$$= (\rho N_A / A)(\tau + \sigma + \kappa + \sigma_{RS}) . \quad (4)$$

Meist wird jedoch das Verhältnis zwischen Absorptionskoeffizient und Dichte des Materials angegeben:

$$\mu_t / \rho = (N_A / A)(\tau + \sigma + \kappa + \sigma_{RS}) . \quad (5)$$

### 1.3 Messelektronik

Die radioaktive Strahlung wird in diesen Versuch mittels eines Szintillationsdetektor gemessen. Ein Szintillator ist ein Material, welches einfallende Strahlung in Photonen umwandelt. In einen kristallinen Szintillator werden durch Dotierung Fremdatome in die Kristallstruktur eingebracht. Einfallende Gammastrahlung kann Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband heben. Dabei entstehen Elektronen-Loch-Paare, die sich frei im Kristall bewegen können. Diese wechselwirken mit den Fremdatomen, welche dabei angeregt werden. Unter Abgabe eines Photons fallen sie nach kurzer Zeit wieder in den Grundzustand zurück.

In einen nachgeschalteten Photomultiplier werden diese Photonen in Elektronen umgewandelt und verstärkt. Ein Photomultiplier besteht aus einer Photokathode, aus der mittels den photoelektrischen Effekt einfallenden Photonen Elektronen freisetzen. Diese werden mittels einer angelegten Spannung Richtung der Dynoden beschleunigt. Beim Aufprall der beschleunigten Elektronen werden weitere Elektronen freigesetzt. Am Ende des Photomultipliers werden die so gewonnenen Elektronen an einer Anode gesammelt und es entsteht ein messbarer elektrischer Puls.

Mittels eines Multichannelanalyser wird dieser Puls ausgewertet. Der einkommende Puls ladet dabei einen Kondensator. Dieser wird danach sofort wieder entladen und die dafür benötigte Zeit, welche proportional zu Pulshöhe ist, wird aufgenommen. Diese Ereignisse werden dann in zu den aufgenommenen Zeiten zugeordneten Registern aufaddiert.

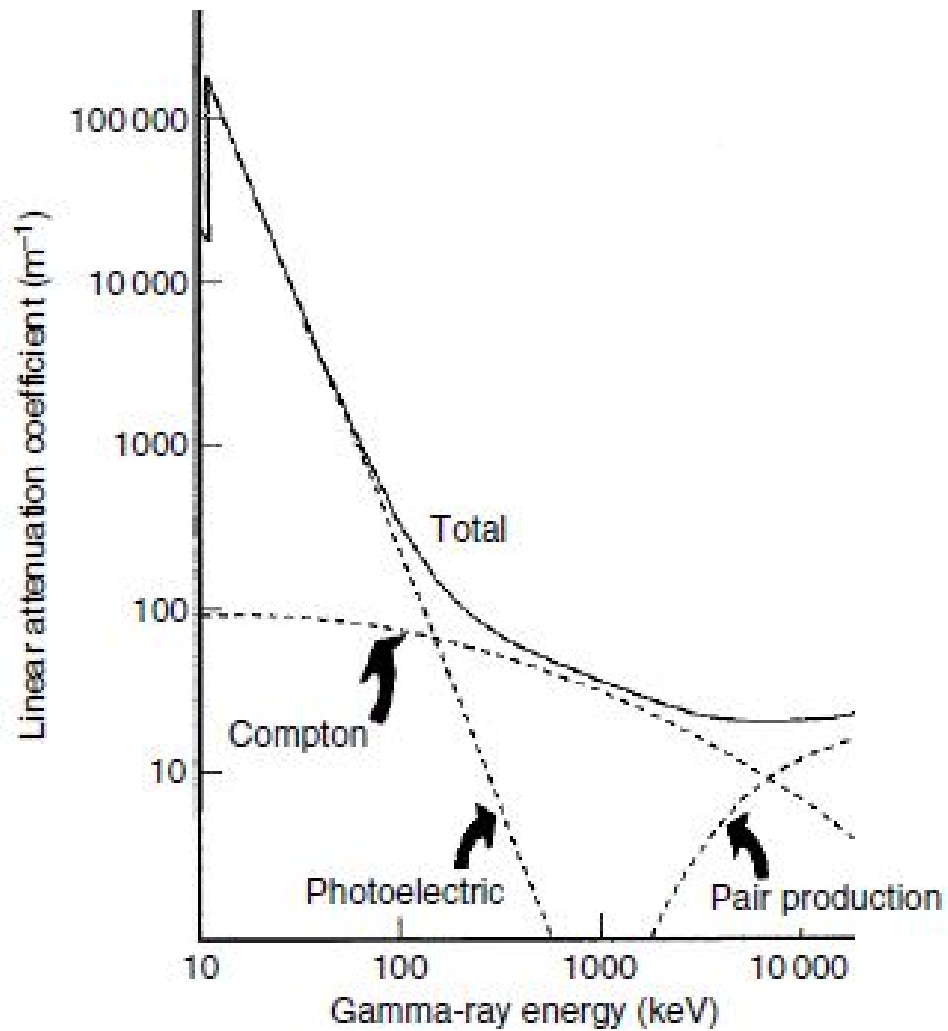
### 1.4 Berechnung der Absorptionskoeffizienten

Die Intensität von Gammastrahlung nach dem Durchgang durch Materie lässt sich mit der Formel

$$I = I_0 \exp\left(-\sum_i \mu_i d_i\right) \quad (6)$$

berechnen. Dabei ist  $I_0$  die Eingangsintensität des Strahls,  $\mu_i$  der Absorptionskoeffizient und  $d_i$  die Schichtdicke der i-ten Schicht. Dies lässt sich umstellen nach

$$\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \sum_i \mu_i d_i . \quad (7)$$



**Abbildung 1:** Absorptionskoeffizienten für die einzelnen Wechselwirkungsprozesse, sowie der Absorptionskoeffizient der gesamten Absorption an Beispiel von Germanium. [2]

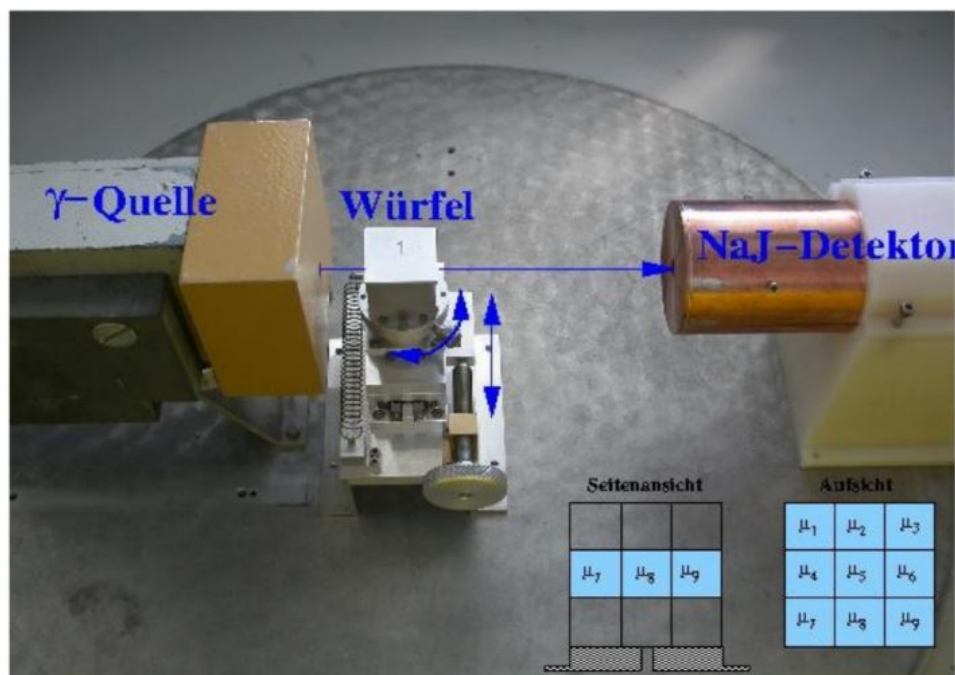
Mit der Matrixdarstellung ergibt sich dann für mehrere Messungen die Formel

$$\vec{I} = A\vec{\mu}. \quad (8)$$

Die Spalten von A stellen dabei den i-ten Block dar und die Zeilen jeweils die j-te Messung. Die einzelnen Einträge sind dabei die Strecke die der Strahl bei der jeweiligen Messung durch einen gegebenen Block genommen hat. Damit geben sie auch an, welchen Weg der Strahl durch den Block genommen hat. Damit das Gleichungssystem lösbar ist, muss die Matrix mindestens denselben Rang haben wie die Dimension von  $\vec{\mu}$ . Zudem muss die Matrix invertierbar sein.

## 2 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Grafik ?? abgebildet. Als  $\gamma$ -Quelle dient ein  $^{137}\text{Cs}$ -Strahler, welcher in einer Bleihalterung eingebaut wird. Durch eine kleine Öffnung in der Abdeckung wird ein Strahl kollimiert. Dieser trifft auf einen 3x3x3 cm großen Würfel, der aus 3x3x3 kleineren Würfel zusammengesetzt ist. Die Würfel besitzen damit eine Kantenlänge von jeweils 1 cm. Die Probenhalterung auf den der Würfel befestigt wird, erlaubt es den Würfel um seine z-Achse zu drehen, sowie ihn im Strahl zu verschieben. Bei Durchlaufen des Würfels wird der Strahl abgeschwächt und fällt in den NaJ-Detektor. Dort wird mithilfe der Auswertungs elektronik ein Histogramm der einfallenden Energien erzeugt. Zur Messung stehen mehrere Würfel bereit. Würfel 1 ist ein leerer Würfel nur aus den Aluminiumgehäuse, welchen alle Würfel umgibt. Würfel 2 und 3 bestehen aus jeweils einen zu bestimmenden Material. Würfel 4 ist eine Zusammensetzung aus den Materialien aus denen Würfel 2 und 3 bestehen.



**Abbildung 2:** Versuchsaufbau und schematische Zusammensetzung der Würfel. Aus Strahlenschutzgründen wurde dieser Aufbau zusätzlich mit Bleiblöcken abgeschirmt. [1]

### 3 Durchführung

Um alle Würfel bestimmen zu können sind mindestens 9 Messungen nötig. Um mögliche Messungenauigkeiten ausgleichen zu können werden aber mehr Messungen durchgeführt. Die gewählten Projektionen sind in Abbildung ?? dargestellt. Zuerst wird der Intensitätsabfall durch die Aluminiumhülle ausgemessen. Dafür wurde jeweils eine Projektion gerade durch den Würfel, mittig quer durch den Würfel, und um einen Elementarwürfel versetzt durch den Würfel aufgenommen. Damit wurde das  $I_0$  aller anderen Projektionen bestimmt. Bei den Würfeln 2 und 3 wurden diese Projektionen ebenso aufgenommen. Da die Würfel aus homogenen Material sind, reicht diese Anzahl an Projektionen aus um das Material der Würfel zu bestimmen. Bei den zusammengesetzten Würfel 4 wurden alle eingezeichneten Projektionen aufgenommen.

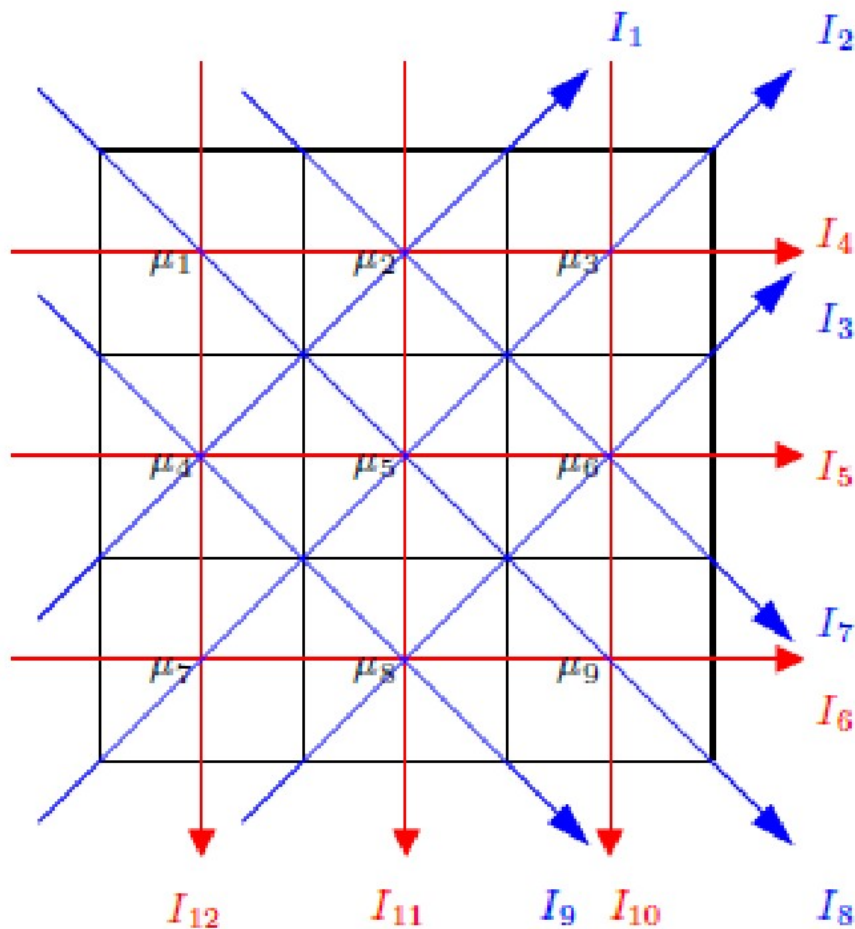


Abbildung 3: Gewählte Projektionen der Messung



## 4 Auswertung

### 4.1 Matrixrechnung

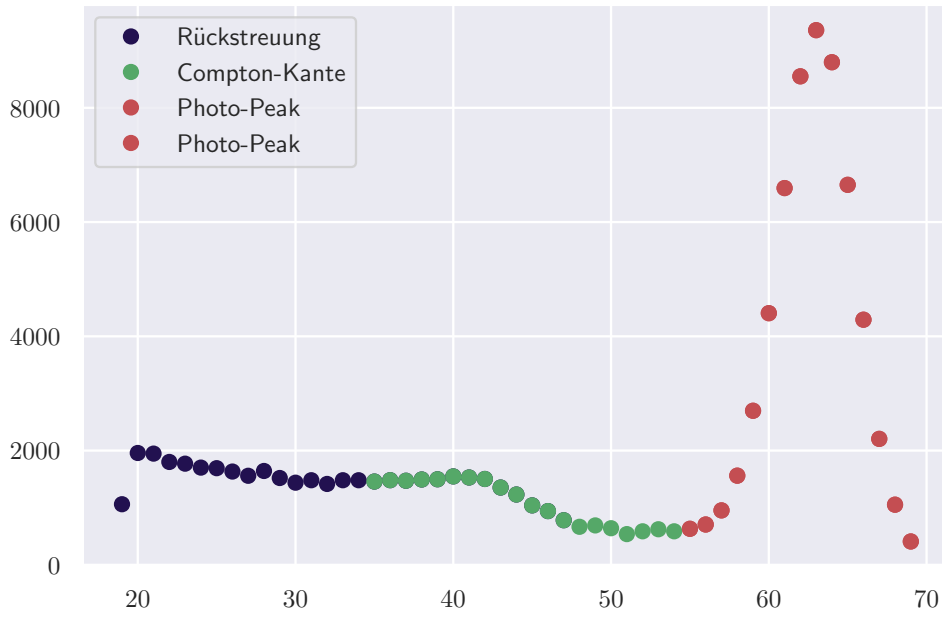
Die Matrix  $\underline{\underline{A}}$  aus Gleichung 8 für die Projektionen  $I_j$  aus Abbildung 3 hat die Form

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Damit menschliche Rechenfehler vermieden werden, werden alle Matrixrechnungen, auch Inversion und Transposition, in den folgenden Abschnitten mit dem Python-Modul `sympy` [3] bearbeitet. Das Python-Modul `sympy` ist ein Computeralgebrasystem zum Rechnen mit symbolischen Ausdrücken.

### 4.2 Spektrum der $^{137}\text{Cs}$ -Quelle

Für die Bestimmung der Prozesse in dem Messpektrum wurden die gemessenen Ereignisse am *NaJ*-Detektor grafisch gegen die Channels dargestellt in Abbildung 4. Bei dieser Messung war der erste Würfel zwischen  $\gamma$ -Quelle und Detektor.



**Abbildung 4:** Die identifizierten Prozesse in dem Spektrum der Messung der  $^{137}\text{Cs}$ -Quelle. Die Quelle strahlt bei dieser Messung durch die Hauptdiagonale des leeren Würfels.

In der Abbildung 4 sind die erkannten Prozesse im Spektrum eingezeichnet. Der Photo-Peak befindet sich im Channel 62.44. Nach der Literatur liegt dieser Punkt bei der Energie  $E_P = 661.7 \text{ keV}$  [4].

### 4.3 Würfel 1

Um die Untergrundstrahlung zu messen, wird für die Nullmessung der Intensität ein leerer Würfel verwendet, der die Nummerierung 1 beträgt und aus einem Aluminiummantel besteht. Diese wird in den Messungen jeweils automatisch vom gemessenen Spektrum abgezogen. Aufgrund der unterschiedlichen Dicken bei den verschiedenen Einstrahlungswinkel werden einmal die diagonalen Strahlengänge  $I_7$  und  $I_8$  sowie der horizontale Strahlengang  $I_4$  gemessen. Die Messwerte dazu befinden sich in der Tabelle 1.

Projektion	$t / \text{s}$	$N$	$I / 1/\text{s}$
$I_4$	300	$49176 \pm 306$	$163.9 \pm 1.0$
$I_7$	300	$48599 \pm 320$	$162.0 \pm 1.1$
$I_8$	300	$48599 \pm 320$	$162.0 \pm 1.1$

**Tabelle 1:** Die gemessenen Net-Areas des Photo-Peaks und die entsprechende Zählraten des leeren Würfels, welcher nur aus der Aluminiumhülle besteht

Die Counts  $N$  wurden hierbei im Messprogramm unter der Variable **Net Area** angegeben. Die Variable **Net Area** setzt sich so zusammen, dass alle Ereignisse im Photo-Peak integriert werden und der Untergrund automatisch subtrahiert wird. Der Fehler der Counts ist statistisch verteilt und hat die Form

$$\sigma_N = \sqrt{N}.$$

Die Zeit ist zwar auch fehlerbehaftet aber da diese am Computer gemessen wird und dieser die Zeit in Millisekunden genau messen kann, ist der Fehler in der Zeit bei den Messungen in diesem Versuch sehr klein und daher vernachlässigbar.

Die Intensitäten werden mit der folgenden Gleichung berechnet:

$$I = \frac{N}{t}$$

und der Fehler der Intensität wird nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung vereinfacht zu

$$\sigma_I = \frac{\sigma_N}{t}.$$

Die gemessenen Intensitäten in diesem Abschnitt werden im weiteren Verlauf als Intensität  $I_0$  verwendet, die den Hohlwürfel passieren.

#### 4.4 Würfel 2

Die Messwerte für den Würfel 2 befinden sich in der Tabelle 2. Die Absorptionskoeffizienten werden mit der Gleichung ?? berechnet, wobei die Diagonalelemente der Gewichtungsmatrix  $\underline{W}$  anhand der gaußschen Fehlerfortpflanzung also

$$\sigma_{W_i} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_0}}{I_0}\right)^2 + \frac{\sigma_{N_j}}{N_j}}^2 \quad (10)$$

berechnet werden. Die berechneten Absorptionskoeffizienten sind in der Tabelle 3 angegeben.

Projektion	$t / s$	$N$	$N_j / 1/s$
$I_4$	300	$41777 \pm 300$	$139.3 \pm 1.0$
$I_5$	300	$43230 \pm 289$	$144.1 \pm 1.0$
$I_6$	300	$41772 \pm 287$	$139.2 \pm 1.0$
$I_7$	300	$43714 \pm 273$	$145.7 \pm 0.9$
$I_8$	300	$42274 \pm 259$	$140.9 \pm 0.9$
$I_9$	300	$41326 \pm 297$	$137.8 \pm 1.0$
$I_{12}$	300	$41886 \pm 297$	$139.6 \pm 1.0$
$I_{11}$	300	$42662 \pm 288$	$142.2 \pm 1.0$
$I_{10}$	300	$44080 \pm 280$	$146.9 \pm 0.9$

**Tabelle 2:** Die gemessenen Net-Areas des Photo-Peaks und die entsprechenden Intensitäten des zweiten Würfels.

$\mu_k$	$\mu / 1/\text{cm}$
$\mu_1$	-0.601181
$\mu_2$	1.451370
$\mu_3$	0.631905
$\mu_4$	1.545090
$\mu_5$	0.429356
$\mu_6$	-0.093726
$\mu_7$	0.623833
$\mu_8$	0.866272
$\mu_9$	0.265099

**Tabelle 3:** Berechnete Absorptionskoeffizienten für den zweiten Würfel.

$$\bar{\mu}_2 = 0.57 \pm 0.22 \text{ cm} \quad (11)$$

#### 4.5 Würfel 3

Projektion	$t / \text{s}$	$N$	$N_j / 1/\text{s}$
$I_4$	300	$1788 \pm 55$	$5.96 \pm 0.18$
$I_5$	300	$1751 \pm 56$	$5.84 \pm 0.19$
$I_6$	300	$2148 \pm 58$	$7.16 \pm 0.19$
$I_7$	300	$1928 \pm 60$	$6.43 \pm 0.20$
$I_9$	300	$2689 \pm 62$	$8.96 \pm 0.21$
$I_8$	300	$1358 \pm 72$	$4.53 \pm 0.24$
$I_{12}$	300	$2145 \pm 60$	$7.15 \pm 0.20$
$I_{11}$	300	$1829 \pm 60$	$6.10 \pm 0.20$
$I_{10}$	300	$1904 \pm 60$	$6.35 \pm 0.20$

**Tabelle 4:** Die gemessenen Net-Areas des Photo-Peaks und die entsprechende Zählraten des dritten Würfels.

$\mu_k$	$\mu / 1/\text{cm}$
$\mu_1$	-0.080
$\mu_2$	0.164
$\mu_3$	0.025
$\mu_4$	0.096
$\mu_5$	0.005
$\mu_6$	-0.074
$\mu_7$	0.026
$\mu_8$	-0.108
$\mu_9$	0.124

**Tabelle 5:** Berechnete Absorptionskoeffizienten für den dritten Würfel.

$$\bar{\mu}_3 = 0.020 \pm 0.030 \text{ cm} \quad (12)$$

#### 4.6 Würfel 4

Projektion	$t / \text{s}$	$N$	$N_j / 1/\text{s}$
$I_4$	300	$14752 \pm 146$	$49.2 \pm 0.5$
$I_5$	300	$13959 \pm 170$	$46.5 \pm 0.6$
$I_6$	300	$13095 \pm 168$	$43.6 \pm 0.6$
$I_7$	300	$9203 \pm 140$	$30.7 \pm 0.5$
$I_8$	300	$8382 \pm 107$	$27.9 \pm 0.4$
$I_9$	300	$11430 \pm 194$	$38.1 \pm 0.6$
$I_{12}$	300	$41959 \pm 274$	$139.9 \pm 0.9$
$I_{11}$	300	$1732 \pm 52$	$5.77 \pm 0.17$
$I_{10}$	300	$40324 \pm 279$	$134.4 \pm 0.9$
$I_1$	300	$9735 \pm 161$	$32.5 \pm 0.5$
$I_2$	300	$8366 \pm 104$	$27.89 \pm 0.35$
$I_3$	300	$13498 \pm 170$	$45.0 \pm 0.6$

**Tabelle 6:** Die gemessenen Net-Areas des Photo-Peaks und die entsprechende Zählraten des vierten Würfels.

## 5 Diskussion

### 5.1 Würfel 2

### 5.2 Würfel 3

### 5.3 Würfel 4

### 5.4 Fehlerquellen

Es gibt einige Fehlerquellen, die beim Messverfahren beobachtet wurden. Zum einen lässt sich der Würfel nur mit Augenmaß und per Hand in den Strahlengang platzieren. Deswegen führt es zu ungenauen Einfallswinkeln und Positionierungen des Würfels im Strahl. In der Realität ist der  $\gamma$  Strahl nicht punktförmig, sondern er besitzt eine endlich breite Ausdehnung, so dass bei der diagonalen Messung nicht nur die diagonal angeordneten Würfel vom Strahl getroffen werden, sondern auch die seitlich angrenzenden.

Dies kann zu einer Verfälschung der Absorptionskoeffizienten führen. Eine weitere Fehlerquelle Fehlerquelle könnte das ungenaue Justieren des Würfels sein. Für eine genauere Justierung, soll am besten die Messvorrichtung verbessert werden und zum einen kann der Strahlengang verkleinert werden, was zu kleineren Intensitäten führen würde und gleichzeitig zu längeren Messzeiten. Es könnte mehr Strahlengänge aufgenommen werden, vor allem die diagonalen Strahlengänge, da sie durch ungenaue Justierung schneller auffallen, als die Strahlengänge, die senkrecht durch den Würfel durchstrahlen.

## Literatur

- [1] *Anleitung zu V14 Tomographie*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] Gordon R. Gilmore. „Practical Gamma-Ray Spectrometry: Second Edition“. In: *Practical Gamma-ray Spectrometry, 2nd Edition, by Gordon R. Gilmore. ISBN 978-0-470-86196-7. Published by Wiley-VCH Verlag, Weinheim, Germany, 2008.* (Apr. 2008). DOI: 10.1002/9780470861981.
- [3] Aaron Meurer u. a. „SymPy: symbolic computing in Python“. In: *PeerJ Computer Science* 3 (Jan. 2017), e103. ISSN: 2376-5992. DOI: 10.7717/peerj-cs.103. URL: <https://doi.org/10.7717/peerj-cs.103>.
- [4] *Table of Gamma rays*. <https://atom.kaeri.re.kr/old/gamrays.html>.