

V23 Quanten Analogien

Ziel des Versuchs

In diesem Versuch werden akustische Experimente mit Kugelresonatoren und einer Resonatorkette aus Aluminiumzylindern durchgeführt. Die Ergebnisse werden mit den quantenmechanischen Systemen eines Wasserstoffatoms, eines Wasserstoffmoleküls und eines 1-dim. Festkörpers verglichen. Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen dem akustischen Modell und dem quantenmechanischen Modell werden erarbeitet.

Literatur

1. F. Ehlitzky, Angewandte Mathematik für Physiker, Springer Verlag, Berlin 2017
<https://www.ub.tu-dortmund.de/katalog/titel/HT015317081>
2. W. Demtröder, Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme/ Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper, Springer Verlag, Berlin 2016/2018.
<https://www.ub.tu-dortmund.de/katalog/titel/HT006217502>

Vorbereitung

Die Bearbeitung dieser Fragen soll Sie auf das Gespräch mit Ihrer Betreuerin / Ihrem Betreuer und die Versuchsdurchführung vorbereiten. Die benötigte Information sollen Sie in der angegebenen Literatur finden können.

1. Unter welchen Bedingungen bildet sich in einem Hohlzylinder eine stehende Welle aus? Wie lautet die Helmholtzgleichung eines Kugelkondensators? Wie lautet die Schrödingergleichung eines Elektrons im Wasserstoffatom? Vergleichen Sie die beiden Gleichungen. Welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede weisen sie auf?
2. Was wird im Kugelresonator-Experiment gemessen?
3. Wie sehen die Energieeigenwerte eines Wasserstoffatoms und die Eigenfrequenzen eines sphärischen Hohlraumresonators aus? Welche Energiezustände (Quantenzahlen) kann ein Wasserstoffatom mit $n=4$ einnehmen? Welche Quantenzahl wird beeinflusst, wenn zwischen den Halbkugeln des Hohlraumresonators ein Ring eingesetzt wird? Wie lauten die ersten neun Legendrepolynome?
4. Erklären Sie anhand des akustischen Modells die Wellenfunktion eines Wasserstoffmoleküls. Wie werden die parallelen und antiparallelen Zustände im Experiment realisiert? Welche Quantenzahlen hat der 2sigma-Zustand des Wasserstoffmoleküls?
5. Wie sieht das Bändermodell eines Festkörpers aus? Was sind erlaubte und verbotene Bänder im Festkörper? Wie sehen die Elektronenenergien in Abhängigkeit von der Wellenzahl k aus?
6. Was ist Dispersion? Erklären Sie die Dispersion einer Schallwelle und einer elektromagnetischen (optischen) Welle. Welche sind die Unterschiede und die Gemeinsamkeiten? Wie lautet die spektrale Funktion eines Überganges?
7. Welche Defekte können in einem Kristallgitter auftreten? Welche dieser Defekte können mit dem akustischen Modell realisiert werden?

Versuchsaufbau

Der prinzipielle Aufbau des Versuches ist in der Abbildung unten zu sehen. Kernstück des Versuches ist die Steuerelektronik, mit der sich der Lautsprecher und das Mikrofon der verschieden geformten

Hohlraumresonatoren ansteuern lassen (siehe Abbildung 3). Für die Aufnahme eines Frequenzspektrums ist ein Frequenz-zu-Spannungs-Konverter in der Steuerelektronik integriert, um so ein Frequenzspektrum mit dem 2-Kanal-Oszilloskop aufzunehmen. Falls nicht explizit angegeben ist, mit welchem Gerät (Oszilloskop oder Computer) sie die Daten aufnehmen, können sie dies selbst bestimmen. Für die Datenaufnahme mit dem Computer steht das Programm SpectrumSLC zur Verfügung.

Beachten Sie bei der Messung mit dem Computer, dass Sie den Lautsprecherausgang des Computers nicht über die Box mit der Steuerelektronik führen, sondern den Lautsprecher in den Hohlraumresonatoren direkt mit dem Lautsprecherausgang und ein Mikrofon direkt mit dem Mikrofoneingang verbinden.

Das **Wasserstoffatom** wird durch einen Kugelresonator dargestellt, der aus zwei Halbkugeln zusammengesetzt ist. In der einen Halbkugel befindet sich ein Lautsprecher und in der anderen Halbkugel, die als untere Kugelhälfte verwendet wird, befindet sich ein Mikrofon. Lautsprecher und Mikrofon sind in einem Winkel von 45° relativ zur Horizontalen eingebaut, sodass sie sich bei einem Winkel von 180° gegenüberstehen. Beachten Sie, dass der Winkel α , der auf der oberen Kugelhälfte angegeben ist, NICHT der Polarwinkel Θ der Kugelflächenfunktion ist! Beachten Sie auch das durch das Einsetzen des Zwischenringes die Symmetrieachse der stehenden Schallwelle gedreht wird, sodass der Winkel α dem Azimutwinkel ϕ entspricht (siehe Abbildung 1).

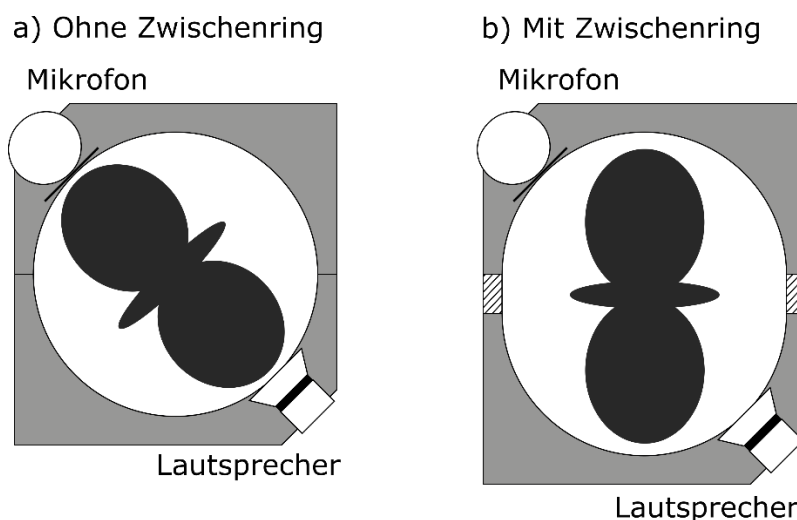


Abbildung 1: Ausrichtung der stehenden Wellen (a) im Kugelresonator und (b) im Kugelresonator mit Zwischenring

Das **Wasserstoffmolekül** wird aus zwei Kugelresonatoren zusammengebaut. Hierzu stehen zwei weitere Halbkugeln mit je einer Öffnung zur Verfügung. Die beiden Halbkugeln werden so zwischen die Halbkugeln mit dem Lautsprecher und dem Mikrofon gesetzt, dass zwei Kugelresonatoren entstehen.

Der **1-dim Festkörper** wird mit Hilfe einer Kette bestehend aus Aluminiumzylindern und Blenden dargestellt. Es stehen Aluminiumzylinder und Blenden mit drei verschiedenen Längen bzw. Lochdurchmesser zur Verfügung.

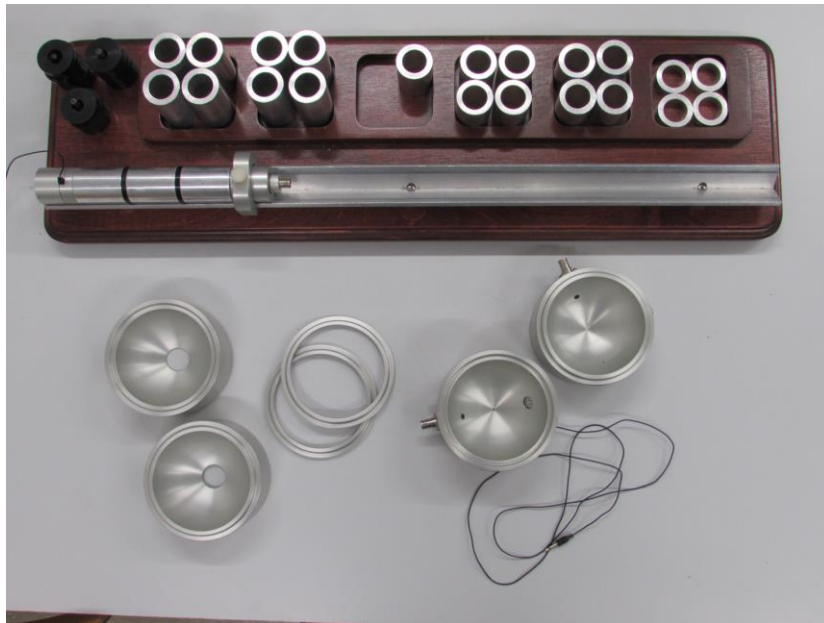


Abbildung 2: Hohlraumresonatoren, Irisblenden und Baukasten

Versuchsdurchführung

Vorbereitende Experimente: Verwenden Sie bei diesem Experiment Aluminiumzylinder mit einer Länge von 50mm, sofern nichts anderes angegeben ist.

1. Beginnen Sie bei diesem Versuch mit einem Zylinder und erhöhen Sie die Anzahl der Zylinder um jeweils eins bis Sie eine Röhre aus zwölf Zylindern aufgebaut haben. Nehmen Sie die Frequenzspektren für jede Anzahl an Zylindern zuerst mit dem 2-Kanaloszilloskop auf. Das Oszilloskop muss dazu bei diesem Versuchsteil im xy-Modus betrieben werden. Auf die x-Achse wird der Ausgang des Frequenz-zu-Amplitude Konverters (1V entspricht 1kHz) gelegt und auf die y-Achse die Amplitude des Schalldrucks. Nehmen Sie für eine verschiedene Anzahl an Zylindern ein Frequenzspektrum von 0,1kHz bis 12kHz auf. Nutzen Sie dazu die Sweep-Funktion des Sinus-Generators und setzen Sie die Dauer eines Sweeps nicht unter 30s.
2. Wiederholen Sie die Messungen mit dem Computer. Beobachten Sie Abweichungen von der Messung mit dem 2-Kanal-Oszilloskop?
3. Nehmen Sie außerdem das Frequenzspektrum eines einzelnen 75mm-Zylinders auf.

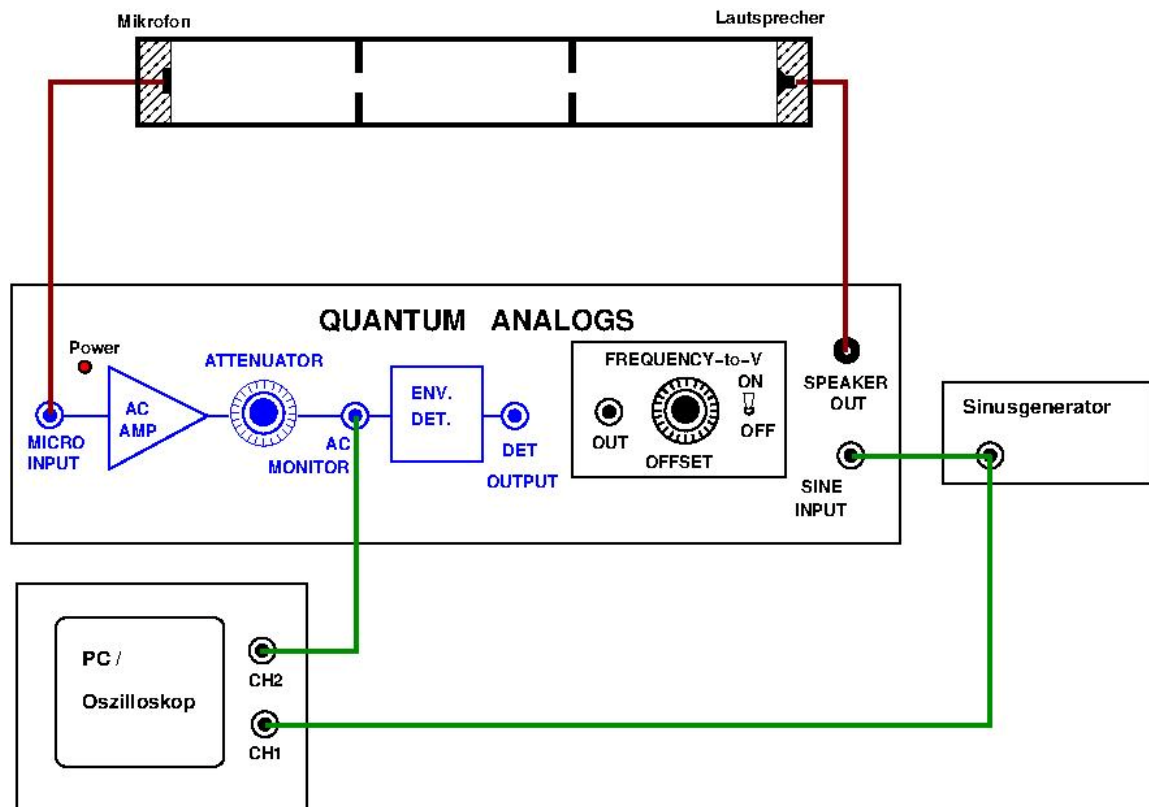


Abbildung 3: Schaltskizze für die Verbindung von Steuerelektronik (Box), Hohlraumresonatoren und Oszilloskop

Wasserstoffatom: Verwenden Sie für dieses Experiment die beiden Kugelhälften, die den Lautsprecher und das Mikrofon enthalten und setzen Sie die Kugelhälften so aufeinander, dass sich Lautsprecher und Mikrofon gegenüberstehen ($\alpha = 180^\circ$).

1. Führen Sie diesen Teil mit Hilfe des PCs durch. Nehmen Sie für den oben angegebenen Frequenzbereich ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum (5Hz-Schritte bei 60ms/Schritt) bei einem Winkel $\alpha = 180^\circ$ auf.
2. Fahren Sie die Frequenz am Sinusgenerator von 100Hz bis 10kHz durch, beobachten Sie Frequenz, Amplitude und Phasenverschiebung mit Hilfe des 2-Kanaloszilloskops und notieren Sie sich die Resonanzfrequenzen und die zugehörigen Ordnungen.
3. Führen Sie die folgenden Aufgabenteile wieder mit dem PC durch. Ermitteln Sie für mindestens 4 Resonanzen die Druckamplitude als Funktion des Drehwinkels. Nehmen Sie dazu für jeden Winkel ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum, wie im vorhergehenden Aufgabenteil beschrieben, auf. Variieren Sie den Winkel in 5° Schritten von 0° bis 180° . Tragen Sie die Ergebnisse in einem Polarplot (Θ) auf und vergleichen Sie sie mit der Theorie. Ermitteln Sie die Winkelverteilung der Druckamplitude für die Peaks mit Resonanzfrequenzen um 2,3kHz, 3,7kHz, 7,4kHz sowie eines Peaks Ihrer Wahl.
4. Setzen Sie den 3mm Zwischenring zwischen die untere und obere Halbkugel und wählen Sie einen Winkel von 180° . Vermessen Sie die Aufspaltung bei der in Aufgabenteil 1 gefundenen Resonanz bei 2,3kHz, indem Sie ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum (1Hz-Schritte, gleiche Zeiteinstellung) zwischen 1,8kHz und 2,6kHz aufnehmen. Bestimmen Sie aus dem Frequenzspektrum die Aufspaltung der Peaks. Wiederholen Sie die Messung für alle Zwischenringe und deren Kombinationen und tragen Sie die Aufspaltung der Peaks gegen die Dicke der Ringe auf.

5. Vermessen Sie mit einem Zwischenring von 9mm die Winkelabhängigkeit der Amplitude. Nehmen Sie hierzu wieder hochaufgelöste Spektren wie in Teil 4 um die Resonanzfrequenz von 2,3kHz auf. Zu welchen Quantenzahlen (l und m) gehören die Resonanzen?

Wasserstoffmolekül: Setzen Sie für dieses Experiment die beiden Halbkugeln mit Loch zwischen die Halbkugeln mit Lautsprecher und Mikrofon ($\alpha = 180^\circ$), sodass zwei Kugelresonatoren entstehen, deren Resonanzen durch die Öffnung gekoppelt ist.

1. Messen Sie ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum bei der Resonanz von 2,3kHz von 2,2kHz bis 2,5kHz (1Hz-Schritte, 75ms/Schritt). Sie zwischen die beiden Kugelresonatoren eine Blende von 10mm, 13mm und 16mm und nehmen Sie ein Frequenzspektrum auf. Tragen Sie die Resonanzfrequenzen als Funktion des Blendendurchmessers auf. Was ist zu beobachten?
2. Nehmen Sie eine Winkelverteilung mit einer 16mm-Blende um 2,3kHz auf. Nehmen Sie dazu ein hochaufgelöstes Frequenzspektrum, wie in Teil 1, zwischen 2,2kHz und 2,5kHz in 5° -Schritten von 0° bis 180° auf. Welche Quantenzustände haben Sie vermessen? Um die möglichen Zustände weiter einzuschränken, nehmen Sie für jede Resonanzfrequenz bei 180° die Phasenverschiebung zwischen der Druckamplitude in der oberen und der unteren Kugel auf. Beobachten Sie alle vier Peaks? Hinweis: Es sind nicht alle Peaks bei einer Winkelstellung von 180° zu erkennen.

1-dim Festkörper: Bei diesen Experimenten wird eine Resonatorkette aus einer Kombination von Aluminiumzylindern und Irisblenden verwendet. Beginnen Sie mit einem Zylinder und erhöhen Sie die Anzahl Stück für Stück, sodass sie den Übergang von einem Atom über ein Molekül zu einem 1-dim. Festkörper beobachten können. Verwenden Sie bei diesem Versuch die Zylinder mit einer Länge von 50 mm und einer Blende mit einem Durchmesser von 16mm, solange keine andere Angabe gemacht wird. Achten Sie darauf, direkt vor Lautsprecher bzw. Mikrofon keine Blende einzusetzen, sondern nur zwischen die Zylinder.

1. Nehmen Sie das Frequenzspektrum von 0,1kHz bis 12kHz (5Hz-Schritte, 50ms/Schritt) mit 2 Zylindern und einer Blende auf. Wie ändert sich das Frequenzspektrum? Ergänzen Sie die Kette jeweils um eine Blende und einen Zylinder und beobachten Sie die Änderung des Spektrums bis die Kette aus 10 Zylindern besteht. Was können Sie beobachten?
2. Wiederholen Sie das Experiment mit jeweils zwei, vier, 10 Zylindern mit Blenden, die einen Durchmesser von 13mm haben. Wiederholen Sie dies ebenso mit 10mm-Blenden. Wie ändert sich die Struktur?
3. Ersetzen Sie einen der 10 Zylinder durch einen Zylinder mit einer Länge von 75mm. Nehmen Sie ein Frequenzspektrum auf. Ersetzen Sie dann den 75mm-Zylinder durch Zylinder der Gesamtlänge 37,5mm sowie in einer weiteren Messung durch Zylinder der Länge 62,5mm. Was ändert sich?
4. Bauen Sie eine Kette aus 10 Zylindern auf, abwechselnd 50mm und 75mm und setzen Sie eine 16mm-Blende zwischen jeden Zylinder. Was ist zu beobachten? Drücken Sie ihre Beobachtung in der Sprache der Festkörperphysik aus. Vergleichen Sie das Frequenzspektrum mit den beiden Frequenzspektren eines einzelnen 50mm-Zylinders und eines einzelnen 75mm-Zylinders. Was fällt Ihnen auf?
5. Bauen Sie aus acht Zylindern und sieben Blenden eine Kette auf. Die Durchmesser der Blenden sollten abwechselnd 13mm und 16mm sein. Was ist hier zu beobachten? Drücken Sie auch hier ihre Beobachtung in der Sprache der Festkörperphysik aus.