Probabilité Continue

Fonction densité

1. f est intégrable (continue ou continue par morceaux)
2. f est positive
3. $$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$$

Fonction de répartition

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)dx$$

Variables statistiques

	Espérance	Variance	Ecart-Type
Définition	$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)dt$	$V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - E(X))^2 f(t)dt$	$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$
Propriétés	• $E(aX+b) = aE(X) + b$ • $E(aX+Y) = aE(X) + E(Y)$	• $V(aX+b) = a^2V(X)$ • $V(aX+bY) = a^2V(X) + b^2V(Y)$ (si X et Y sont indépendantes)	• $\sigma(aX+b) = \|a\|\sigma(X)$

Relation entre f et F

Si on a f, comment on trouve F?

On calcul:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)dx,\ t \in \mathbb{R}$$

(Souvent, on a besoin de discuter plusieurs cas selon les valeurs de t.)

Si on a F, comment on trouve f?

Il suffit de dériver F:

$$f(x) = F'(x),\ x \in \mathbb{R}$$

À SAVOIR

- $P(X = a) = 0.$

- $P(X \geq a) = 1 - F(a).$

- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a).$

Prop \ Loi	Uniforme	Exponentielle	Normale	Khi-2	Student
Densité	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, \text{si } x \in [a,b] \\ 0, \text{sinon} \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, \text{ si } x \geq 0 \\ 0, \text{ sinon} \end{cases}$	$f(x) = \frac{e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$	non simple	non simple
Répartition	$F(x) = \begin{cases} 0, \text{si } x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, \text{si } x \in [a,b] \\ 1, \text{si } x > b \end{cases}$	$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, \text{ si } x \geq 0 \\ 0, \text{ sinon} \end{cases}$	Table de la loi normale	Table de Khi-2	Table de Student
Espérance	$E(X) = \frac{a+b}{2}$	$E(X) = \frac{1}{\lambda}$	$E(X) = m$	$E(X) = n$	$E(X) = 0$
Variance	$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$	$V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$	$V(X) = \sigma^2$	$V(X) = 2n$	$V(X) = \frac{n}{n-2}$

La loi exponentielle est la seule sans mémoire c-à-d:

$$P(X > (s+t)/X > t) = P(X > s)$$