

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Задачи по электричеству и магнетизму из разных учебников

Содержание

1	Электростатика	3
1.1	Закон Кулона. Принцип суперпозиции.	3
1.2	Расчет напряженности непрерывного распределения заряда в вакууме на основе теоремы Гаусса.	4
1.3	Потенциал электрического поля. Работа электрического поля.	4
1.4	Электрическое поле диполя.	6
1.5	Проводники и диэлектрики в электрическом поле. . .	6
1.6	Энергия электростатического поля. Конденсаторы. .	7
1.7	Постоянный электрический ток. Правила Киргофа. .	8
2	Магнитное поле.	9
2.1	Стационарное магнитное поле.	9
2.1.1	Закон Био-Савара-Лапласа. (3 балла)	9
2.1.2	Закон полного тока. (1 балл)	10
2.1.3	Магнитное поле в веществе. (2 балла)	10
2.1.4	Силы в магнитном поле. Момент сил. Работа сил в магнитном поле. (2 балла)	11
2.2	Электромагнитная индукция.	12
2.2.1	Закон Фарадея. Правило Ленца. (1.5 баллов) .	12
2.2.2	Энергия магнитного поля. (0.5 баллов)	12

1 Электростатика

1.1 Закон Кулона. Принцип суперпозиции.

1. В центре равностороннего треугольника расположен заряд $q_0 = 10$ нКл. Рассчитайте, какие одинаковые заряды q_1 необходимо расположить в вершинах этого треугольника, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю.

Ответ: $q_1 = -1.7$ нКл.

2. Система состоит из протона p и электрона e , расстояние между которыми $r = 50$ пм. Рассчитать модуль напряжённости электрического поля, создаваемого этими частицами в точках A и B , когда эти частицы находятся в положении, изображённом на (рис. 1).

Ответ: $|\mathbf{E}_B| = 4.3 \cdot 10^{11}$ В/м, $|\mathbf{E}_B| = 4.4 \cdot 10^{11}$ В/м.

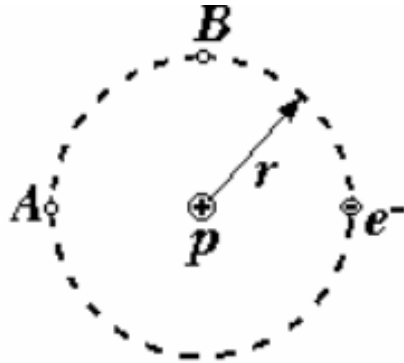


Рис. 1. К задаче 1

3. В вершинах квадрата со сторонами $a = 0.08$ м расположены одинаковые заряды $q^{(+)} = 5$ нКл. Рассчитайте модуль напряжённости электрического поля в середине одной из сторон квадрата.

Ответ: $|\mathbf{E}| \approx 10 \text{ кВ/м}$.

4. Свинцовый шарик диаметр которого $d = 7 \text{ мм}$ поместили в однородное электрическое поле в глицериновый раствор и взвесили. Рассчитать заряд этого шарика, если электрическое поле направленно вверх, а его модуль его напряжённости $|\mathbf{E}| = 9 \text{ кВ/см}$.

Ответ: $q \approx 20 \text{ нКл}$.

5. Тонкий стержень длины l имеет равномерно распределённый заряд q . Рассчитать, модуль напряжённости электрического поля в точке расположенной на расстоянии a от одного из концов стержня, по линии стержня.
6. Линейная плотность тонкого заряженного кольца радиуса R зависит от азимутального угла по закону $\rho = \rho_0 \cos \varphi$ (ρ_0 – постоянная). Рассчитать модуль напряжённости электрического поля в центра кольца и на оси симметрии кольца в зависимости от расстояния до центра кольца.

1.2 Расчет напряженности непрерывного распределения заряда в вакууме на основе теоремы Гаусса.

1. Система представлена областью пространства. По пространству распределён заряд, плотность которого зависит от расстояния до центра по закону $\rho = \rho_0 \exp(-\alpha r^3)$, где α некоторая постоянная. Найти модуль напряжённости электрического поля, как функцию r .

1.3 Потенциал электрического поля. Работа электрического поля.

1. Потенциал электрического поля зависит от координат x, y по закону:
- $\varphi(x, y) = \alpha(x^2 + y^2)$,
 - $\varphi(x, y) = \alpha xy$,

где $\alpha = \text{const}$. Определить напряжённости этих полей.

2. В вершинах равностороннего треугольника, сторона которого $a = 5$ см, расположены 3 точечных заряда q и $-2q$, как это показано на (рис. 2). Рассчитать работу электрических сил при перемещении заряда $-2q$ из точки B в точку C если $q = 3$ нКл.

Ответ: $A = 6.5$ мкДж.

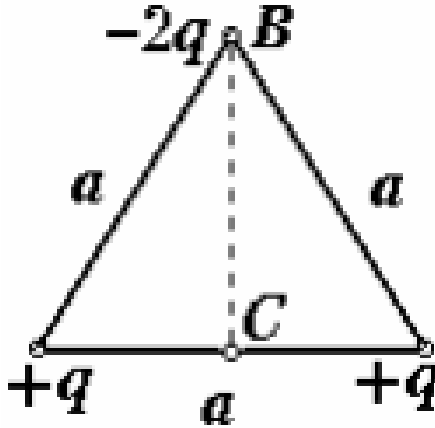


Рис. 2

3. Тонкая проволока свёрнутая в кольцо несёт равномерный заряд $q = 20$ нКл. Рассчитать потенциал электрического поля кольца в точке, лежащей на оси кольца на расстоянии $a = 50$ см от центра кольца. Радиус кольца $R = 8$ см.

Ответ: $\varphi = 0.36$ кВ.

4. Электрическое поле создано равномерно заряженным шаром радиуса $R = 20$ см. Объёмная плотность заряда $\rho = 10$ нКл/м³. Рассчитать разность потенциалов между точками, лежащими на расстоянии $r_1 = 1$ см и $r_2 = 25$ см от центра шара соответ-

ственно. Диэлектрическая проницаемость всюду равна 1.

Ответ: $\Delta\varphi = 11 \text{ В}$.

1.4 Электрическое поле диполя.

1. Заряд q помещён в точку с координатами $(a, 0)$. Найти дипольный момент, если заряд $-q$ поместить в точку с координатами:
 - $(-a, -0)$;
 - $(0, a)$;
 - $(-a, -a)$.
2. По полуокружности радиуса R равномерно распределён положительный заряд q . В центре полуокружности расположен отрицательный заряд $-q$. Найти:
 - Электрический дипольный момент \mathbf{p} этой системы.
 - Модуль напряжённости электрического поля, создаваемого этой системой на оси дипольного момента на расстоянии $r \gg R$.

1.5 Проводники и диэлектрики в электрическом поле.

1. С одной стороны проводящей плоскости расположены 2 заряда q и $-q$. Расстояние между зарядами равно l , расстояние от каждого заряда до плоскости равно $l/2$. Рассчитать модуль силы, действующей на каждый заряд.
2. Система состоит из нити и проводящей плоскости. Нить заряжена равномерно, с линейной плотностью λ , и ориентирована перпендикулярно плоскости. Расстояние от ближайшего конца нити, ближайшего к плоскости, до плоскости l . Рассчитать поверхностную плотность индуцированного на плоскости заряда:
 - в точке O , являющейся следом нити на плоскости;

- как функцию расстояния x до точки O .
3. В центре шара, состоящего из однородного диэлектрика с проницаемостью ε расположен точечный заряд q . Найти поляризованность \mathbf{P} , как функцию радиус-вектора \mathbf{r} относительно центра шара, а также связанный заряд q' внутри сферы, радиус которой меньше радиуса шара.
 4. Показать, что на границе однородного диэлектрика с проводником поверхностная плотность связанных зарядов $\sigma_{\text{св}} = -\frac{\sigma(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$, где ε – диэлектрическая проницаемость, а σ – поверхностная плотность зарядов на проводнике.

1.6 Энергия электростатического поля. Конденсаторы.

1. Система состоит из 4-х одинаковых зарядов $q = 500$ нКл, расположенных в вершинах квадрата сторона которого $a = 20$ см. Рассчитать потенциальную энергию взаимодействия данной системы.
Ответ: $W = 61$ мДж.
2. Получить формулы для расчёта ёмкости следующих конденсаторов (ε среды между обкладками принять равной 1):
 - Сферического, если известно что радиус внутренней обкладки R_1 , а внешней R_2 ;
 - Цилиндрического, если известно, что радиус внутренней обкладки R_1 , внешней R_2 , а высота равна d ;
 - Плоского, если известно, что площадь обкладок равна S , а расстояние между обкладками d .
3. Система состоит из двух концентрических проводящих сфер радиусами $R_1 = 10$ см и $R_2 = 40$ см, имеющими одинаковый заряд $q = 200$ нКл. Рассчитать энергию электрического поля заключённого между двумя этими сферами и ёмкость этой

системы.

Ответ: $W = 1.4$ мДж, $C = 14.8$ пФ.

1.7 Постоянный электрический ток. Правила Киргофа.

1. Бесконечно тонкая трубка радиуса R , заряженная равномерно, движется со скоростью, модуль которой v , вдоль своей оси. Рассчитать постоянный электрический ток, обусловленный механическим переносом заряда, если модуль напряжённости поля у поверхности трубки равен E .
2. По прямому проводнику длина которого $l = 400$ м течёт постоянный ток, сила которого $I = 10$ А. Рассчитать суммарный импульс электронов в проводнике.

Ответ: $p = 2.3 \cdot 10^{-8}$ Н с.

3. В схеме, изображённой на (рис. 3) $\varepsilon_1 = 40$ В, $\varepsilon_2 = 10$ В, $\varepsilon_3 = 20$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ом, внутренними сопротивлениями источников э.д.с. можно пренебречь. Рассчитать токи I_1 и I_{ε_2} , протекающие через R_1 и ε_2 , соответственно.

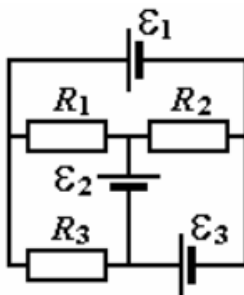


Рис. 3

2 Магнитное поле.

2.1 Стационарное магнитное поле.

2.1.1 Закон Био-Савара-Лапласа. (3 балла)

1. Замкнутый контур, по которому течёт ток силы I имеет форму показанную на (рис. 4). Радиус окружности R , длина стороны квадрата a . Найти индукцию магнитного поля в точке O .

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(\frac{3\pi}{4R} - \frac{\sqrt{2}}{a} \right)$.

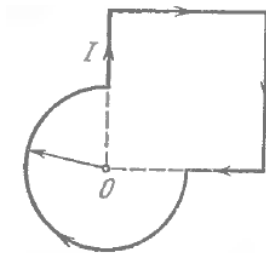


Рис. 4

2. Тонкий провод с изоляцией образует плоскую спираль из $N = 200$ плотно прилегающих витков, по которым течёт ток $I = 5$ мА. Радиус внутреннего витка $a = 100$ мм, радиус внешнего витка $b = 200$ мм. Рассчитать индукцию магнитного поля в центре спирали.

Ответ: $B = 4.4$ мкТл.

3. В параллельных плоскостях, расположенных на расстоянии $d = 8$ см друг от друга на одной оси находятся два круговых витка радиуса $R = 5$ см каждый. По виткам в одном направлении текут токи $I_1 = I_2 = 2$ А. Рассчитать напряжённость магнитного поля в центре одного из витков.

Ответ: $H = 23$ А/м.

2.1.2 Закон полного тока. (1 балл)

1. По бесконечному прямому проводу, радиус сечения которого R , течёт постоянный ток, плотность которого \mathbf{j} . Найти вектор магнитной индукции поля, создаваемого этим током, в точке, положение которой относительно оси провода определяется радиус-вектором \mathbf{r} .
2. По длинному цилиндрическому проводу течёт ток, плотность которого \mathbf{j} . Внутри провода имеется цилиндрическая полость, идущая параллельно оси провода. Расстояние от оси провода до оси полости задаётся вектором \mathbf{l} . Найти вектор индукции магнитного поля внутри полости.

2.1.3 Магнитное поле в веществе. (2 балла)

1. Среда состоит из однородного изотропного магнетика и вакуума. Модуль вектора индукция магнитного поля вблизи поверхности магнетика со стороны вакуума равен B . Найти модуль индукции магнитного поля B' в магнетике вблизи его поверхности, если вектор \mathbf{B} составляет угол α с нормалью к поверхности раздела магнетика и вакуума (поверхность можно считать плоскостью), а магнитная проницаемость магнетика μ .
2. По длинному цилиндрическому проводу течёт ток перпендикулярно плоскости поперечного сечения. Сила тока I . Провод изготовлен из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ . Найти:
 - силу поверхностного молекулярного тока $I'_{\text{пов}}$;
 - силу объёмного молекулярного тока $I'_{\text{об}}$.

Определить, как эти токи направлены друг относительно друга.

2.1.4 Силы в магнитном поле. Момент сил. Работа сил в магнитном поле. (2 балла)

1. В однородное магнитное поле направленное по вертикали поместили медный провод изогнутый в виде 3-х сторон квадрата так, что он может вращаться вокруг горизонтальной оси OO' (рис. 5). Рассчитать индукцию поля, если при пропускании по проводу тока $I = 16$ А, он отклоняется от первоначального положения на угол $\vartheta = 20^\circ$. Сечение провода имеет площадь $S = 2.5$ мм².

Ответ: $B = 10$ мТл.

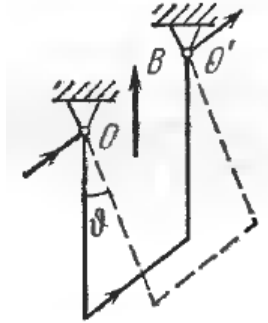


Рис. 5

2. Магнитное поле создаётся длинным прямым проводником, по которому течёт ток $I_0 = 5$ А. В одной плоскости с проводником расположена квадратная рамка с током $I = 0.9$ А, сторона рамки $a = 8$ см. Рассчитать работу, которую необходимо совершить при медленном повороте рамки вокруг оси параллельной проводнику, проходящей через центры противоположных сторон рамки, если расстояние от этой оси до проводника в 1.5 раз больше стороны рамки.

Ответ: $A = 0.1$ мкДж.

2.2 Электромагнитная индукция.

2.2.1 Закон Фарадея. Правило Ленца. (1.5 балла)

1. Квадратная рамка со стороной $a = 70$ см помещена в магнитное поле так, что нормаль к рамке составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с направлением магнитного поля. Индукция магнитного поля меняется по закону $B = B_0 \cos \omega t$, где $B_0 = 0.2$ Тл, $\omega = 6$ с⁻¹. Рассчитать ЭДС индукции, возникающей в рамке в момент времени $t = 3$ с.

Ответ: $\varepsilon = -0.31$ В.

2. В прямом бесконечном проводнике течёт ток, сила которого меняется по закону $I = \beta t^3$, где $\beta = 2$ А/с³. В одной плоскости с проводником, параллельно ему, расположена квадратная рамка, сторона которой $a = 20$ см, а сопротивление материала рамки $R = 7$ Ом. Расстояние от ближайшей стороны рамки до проводника $l = 20$ см. Рассчитать силу тока в рамке в момент времени $t = 10$ с.

Ответ: $I \approx 2.4 \cdot 10^{-6}$ А.

3. Ток сила которого $I = 0.5$ А протекает через соленоид индуктивностью $L = 0.4$ мГн. Намотка соленоида состоит из $N = 100$ витков проволоки, площадь поперечного сечения соленоида $S = 10$ см². Рассчитать индукцию магнитного поля внутри соленоида.

Ответ: $B = 2$ мТл.

2.2.2 Энергия магнитного поля. (0.5 балла)

1. Рассчитать энергию взаимодействия 2-х контуров с током имеющих форму окружностей с радиусами R_1 и R_2 ($R_2 \gg R_1$) если центры этих контуров располагаются в одной точке, а плоскости контуров составляют угол ϑ друг с другом. По контурам текут токи силой I_1 и I_2 соответственно.