

1 Модули, неравенства с модулями

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

$$|x - y| \geq ||x| - |y||$$

2 Арифметическая и геометрическая прогрессии

Арифметическая прогрессия

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_1 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

Problem 2.1: Известно, что a_1, a_2, \dots – арифметическая прогрессия и $a_3 + a_9 = 8$. Найти $a_1 + a_2 + \dots + a_{11}$.

Геометрическая прогрессия [ССЫЛКА](#)

$$b_i = b_{i-1} \cdot q; \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad q \neq 1$$

$$\text{при } |q| < 1, \quad S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$b_k = \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}$$

Problem 2.2: Известно, что a_1, a_2, a_3, a_4 – геометрическая прогрессия, $a_1 > 0$, причем $a_1 + a_4 = -49$, $a_2 + a_3 = 14$. Найти a_1, a_2, a_3, a_4 .

3 Элементарные преобразования графиков функций

[ССЫЛКА](#)

1. $f(x) \rightarrow f(x) + c$. График $f(x)$ сдвигается как твердое тело на c вверх, если $c > 0$, и на $|c|$ вниз, если $c < 0$.

2. $f(x) \rightarrow f(x + c)$. График $f(x)$ сдвигается как твердое тело на c влево, если $c > 0$, и вправо на $|c|$, если $c < 0$.
3. $f(x) \rightarrow -f(x)$. График $f(x)$ отражается симметрично относительно оси абсцисс.
4. $f(x) \rightarrow f(-x)$. График $f(x)$ отражается симметрично относительно оси ординат.
5. $f(x) \rightarrow |f(x)|$. Та часть графика $f(x)$, которая находится ниже оси абсцисс, симметрично отражается относительно последней. Та часть, которая выше оси абсцисс, остается без изменений.

Problem 3.1: Построить график функции $y = |-2x^2 + 5|$

4 Метод математической индукции

Problem 4.1: Доказать, что $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$.

Problem 4.2: Доказать, что $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$