

## 1 Модули, неравенства с модулями

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

$$|x - y| \geq ||x| - |y||$$

## 2 Арифметическая и геометрическая прогрессии

Арифметическая прогрессия

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_1 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

**Problem 2.1:** Известно, что  $a_1, a_2, \dots$  – арифметическая прогрессия и  $a_3 + a_9 = 8$ . Найти  $a_1 + a_2 + \dots + a_{11}$ .

Геометрическая прогрессия [ССЫЛКА](#)

$$b_i = b_{i-1} \cdot q; \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad q \neq 1$$

$$\text{при } |q| < 1, \quad S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$b_k = \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}$$

**Problem 2.2:** Известно, что  $a_1, a_2, a_3, a_4$  – геометрическая прогрессия,  $a_1 > 0$ , причем  $a_1 + a_4 = -49$ ,  $a_2 + a_3 = 14$ . Найти  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

## 3 Элементарные преобразования графиков функций

[ССЫЛКА](#)

1.  $f(x) \rightarrow f(x) + c$ . График  $f(x)$  сдвигается как твердое тело на  $c$  вверх, если  $c > 0$ , и на  $|c|$  вниз, если  $c < 0$ .

2.  $f(x) \rightarrow f(x + c)$ . График  $f(x)$  сдвигается как твердое тело на  $c$  влево, если  $c > 0$ , и вправо на  $|c|$ , если  $c < 0$ .
3.  $f(x) \rightarrow -f(x)$ . График  $f(x)$  отражается симметрично относительно оси абсцисс.
4.  $f(x) \rightarrow f(-x)$ . График  $f(x)$  отражается симметрично относительно оси ординат.
5.  $f(x) \rightarrow |f(x)|$ . Та часть графика  $f(x)$ , которая находится ниже оси абсцисс, симметрично отражается относительно последней. Та часть, которая выше оси абсцисс, остается без изменений.
6.  $f(x) \rightarrow f(kx)$ .

**Problem 3.1:** Построить график функции  $y = |-2x^2 + 5|$

## 4 Метод математической индукции. Суммирование

**Problem 4.1:** Доказать, что  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

**Problem 4.2:** Доказать, что  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

**Problem 4.3:** Доказать, что  $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

**Problem 4.4:** Вычислить суммы:  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(3k-2)(3k+1)}$ ,  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(4k-3)(4k+1)}$

## 5 Верхняя (нижняя) грань числового множества

Супремум, инфимум, ограниченность последовательности

## 6 Предел последовательности

Предел последовательности