**Chaîne de Markov dans le Monopoly : modéliser afin d’élaborer une stratégie simple mais efficace**

**Motivation** *(50 mots max)*

Le jeu du Monopoly est souvent considéré comme très hasardeux, on suppose que toute propriété a une chance équitable d’être visitée. Cependant, je veux montrer que derrière ce plateau de jeu se cache une vraie stratégie explicable à travers les lois de probabilité qui nous permet d’obtenir un avantage considérable.

**Ancrage au thème** *(50 mots max)*

Le jeu progresse par tours successifs et comporte des boucles (prison, cartes, tour de plateau). Les flux d’argent et de positions induisent des rétroactions mesurables, bien modélisables par un modèle probabiliste en chaîne de Markov.

**Positionnements thématiques**

- MATHÉMATIQUES (probabilités, évaluation de stratégies)

- INFORMATIQUE (simulation monte carlo)

**Mots-clés** *(5 en français et en anglais)*

* Chaîne de Markov
* Distribution stationnaire
* Stratégie d’achat
* Simulation Monte Carlo
* Monopoly
* Markov Chain
* Steady-state distribution
* Buying strategy
* Monte Carlo simulation
* Monopoly

**Bibliographie commentée** *(650 mots max)*

Monopoly se prête naturellement à une modélisation stochastique où l’état correspond à la case occupée à la fin d’un tour. Ainsi à chaque tour le lancer de deux dés permet d’évaluer la probabilité de tomber sur chaque case en fonction de celle de départ. L’étude menée au MIT en 2010 “Markov and Mr. Monopoly Make Millions” détaillent la construction de la matrice de transition, listant pour chaque case toutes les branches d’issue du tour. Grâce à ça, nous pouvons calculer la distribution stationnaire qui mesure la fréquentation de chaque case, et identifier les zones chaudes du plateau[1][2].

Pour une matrice réaliste, il ne faut pas seulement se limiter au lancer de dés, mais aussi intégrer les règles officielles. Cela inclut la règle sur les doubles, les cartes communauté et chance (qui imposent des déplacements aléatoires comme reculer de 3 cases), la case aller en prison et les conditions de sortie de cette dernière. Ainsi les règles complexes du monopoly nous donnent une mécanique que les recherches scientifiques arpentent et documentent, et établissent des implémentations conformes [6][2][4].

Un résultat robuste est l’«attracteur prison » : on s’y retrouve souvent (case « Allez en prison », cartes, triples doubles) et l’on en sort par un lancer ; cela biaise la fréquentation vers les couleurs situées 6 à 9 cases plus loin. D’où la forte visite des groupes orange puis rouges, constatée par des analyses indépendantes [1][3][8].

Pour relier probabilités et stratégie, on combine la distribution stationnaire avec les loyers (selon le nombre de maisons) afin d’estimer un revenu moyen par lancer. Des praticiens mettent en avant la métrique « fréquence × loyer », éventuellement corrigée si l’on complète toute la propriété et que l’on pose des maisons dessus, qui est souvent le plus rentable. Les expériences suggèrent de classer chaque quartier via cette métrique, afin de bien diriger les choix d’investissement en début, milieu et fin de partie [5][1].

Plusieurs études utilisent des simplifications pour garder le modèle exploitable. Par exemple, certaines suggèrent d’ignorer temporairement la carte de sortie de prison, le stock limité de maisons, ou les enchères. Ce modèle quasi‑Markovien est par la suite comparé au modèle pur du jeu suivant toutes les règles, afin de pouvoir calibrer le modèle simplifié et donner un cadre réaliste pour y mener des expériences [2][4].

Enfin, des approches complémentaires modélisent la partie dans son ensemble (durée, risque d’infini en duel) ou mobilisent l’algèbre spectrale de la matrice (valeurs propres de 1). Elles éclairent la stabilité des probabilités de visite et aident à tester des politiques, par exemple « payer pour sortir » contre « rester en prison » selon la phase de jeu [9][4][7].

**Problématique retenue** *(50 mots max)*

À partir d’un modèle Markovien intégrant prison et cartes, peut-on dégager une règle d’achat simple à appliquer, qui maximise le revenu moyen par tour sous une contrainte de budget ?

**Objectifs du TIPE** *(100 mots max)*

1) Construire une matrice de transition fidèle suivant un monopoly un peu simplifié .

2) Calculer la distribution stationnaire et le revenu attendu par couleur de propriété avec et sans maison.

3) Comparer deux stratégies en prison et plusieurs priorités d’achat.

4) Mettre en place plusieurs stratégies à partir des anciennes, puis simuler une partie avec plusieurs joueurs incorporant différentes tactiques et déterminer la meilleure.

**Références bibliographiques** *(2 à 10 références)*

[1] MIT, 11.SP.268, “Markov and Mr. Monopoly Make Millions”, 2010, PDF.

<https://web.mit.edu/sp.268/www/probability_and_monopoly.pdf>

[2] MAS275 Probability Modelling, “Monopoly – example”, cours/notes, ~2018, PD

<https://www.normalesup.org/~stephens/MAS275/monopoly.pdf>

[3] A. Nilsson, “Exploring strategies in Monopoly using Markov chains”, MSc Thesis, Uppsala Univ., 2020.

<https://uu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1471765/FULLTEXT01.pdf>

[4] C. Gartland, N. Burson, S. Ferguson, “A Markovian Exploration of Monopoly”, Univ. of Illinois, 2014.

<https://pi4math.web.illinois.edu/wp-content/uploads/2014/10/Gartland-Burson-Ferguson-Markovopoly.pdf>

[5] Society of Actuaries, “Actuarial Monopoly – bringing Markov home to the family”, 2012.

<https://www.soa.org/news-and-publications/newsletters/compact/2012/may/com-2012-iss43/actuarial-monopoly--bringing-markov-home-to-the-family/>

[6] Hasbro, “Monopoly Rules”, PDF.

<https://instructions.hasbro.com/api/download/C1009_en-gb_monopoly-game.pdf>

[7] M. Rossetti et al., “Estimating the probability that a game of Monopoly never ends”, Cornell ORIE, ~2009–2010, PDF.

<https://people.orie.cornell.edu/shane/pubs/monopoly.pdf>

[8] B. Bernard, “Monopoly – An Analysis using Markov Chains”,Columbia 2017, slides PDF.

<https://carlabernard.ch/beni/downloads/bernard_monopoly.pdf>

[9] Ben Li, “Markov Chains in the Game of Monopoly”, Williams College, 2013.

<https://web.williams.edu/Mathematics/sjmiller/public_html/hudson/Li_Markov%20Chains%20in%20the%20Game%20of%20Monopoly.pdf>