**Chaînes de Markov dans le Monopoly**

**Motivation** *(50 mots max)*

Dans le monopoly, un jeu simple et a priori aléatoire, nous pouvons mettre en lumière des habitudes de passage sur chaque case du plateau. Ainsi, nous pouvons mettre en place une véritable stratégie, transformant ainsi l’intuition de jeu en décisions fiables vérifiées par les lois de probabilité.

**Ancrage au thème** *(50 mots max)*

Le jeu progresse par tours successifs des joueurs autour d’un plateau de jeu cyclique. Cela implique l’existence de boucles. C’est grâce à ces dernières, alliées aux flux d’argent et de positions que des boucles de rétroactions peuvent être mesurées, d’où l’appartenance au thème “cycles et boucles”.

**Positionnements thématiques**

- MATHÉMATIQUES (probabilités, évaluation de stratégies)

- INFORMATIQUE (simulation monte carlo)

**Mots-clés** *(5 en français et en anglais)*

* Chaîne de Markov
* Distribution stationnaire
* Stratégie d’achat
* Simulation Monte Carlo
* Monopoly
* Markov Chain
* Steady-state distribution
* Buying strategy
* Monte Carlo simulation
* Monopoly

**Bibliographie commentée** *(650 mots max)*

Le jeu du Monopoly, bien qu’assez long, est presque décisif sur ses quelques premiers tours: la plupart des propriétés ont déjà été achetées, déterminant déjà une liste des possibles détendeurs de groupe de quartier, atout presque indispensable à la victoire.

Les règles officielles du Monopoly posent le vocabulaire de base : plateau de 40 cases, déplacement par deux dés, doubles (on rejoue, puis prison au troisième), cartes Chance et Communauté qui peuvent déplacer, case « Allez en prison » et manières d’en sortir (payer, carte, lancers). Cette source sert de socle pour nommer correctement les mécanismes et éviter tout malentendu sur le jeu lui-même [6].

Des ressources d’initiation montrent comment traduire un tour en probabilités compréhensibles. Elles expliquent la « matrice de transition » comme un grand tableau : pour chaque case de départ, on inscrit les chances d’atterrir sur chaque case d’arrivée après un tour, en tenant compte des dés. On y voit aussi comment additionner les « branches » d’un tour (déplacement normal, tirage d’une carte, etc.) pour obtenir des probabilités cohérentes et vérifiables [1][2].

D’autres travaux, plus rigoureux, poussent cette idée et examinent ce tableau avec des outils mathématiques simples : fréquences à long terme des cases, vitesse à laquelle ces fréquences se stabilisent, et effets des règles particulières. Ils précisent comment valider que la somme de chaque ligne du tableau est égale à 1 (toutes les issues d’un tour) et comment comparer modèles simplifiés et modèles complets sans trop s’en éloigner [4][7].

Plusieurs analyses indépendantes documentent un fait récurrent : la prison attire. On y arrive de plusieurs façons (case dédiée, triple double, cartes), puis on en repart sur un lancer, ce qui concentre le passage quelques cases plus loin. Ces sources montrent, par mesures et simulations longues, que certains groupes de couleur placés après la sortie (notamment l’orange, puis le rouge) sont visités plus souvent que d’autres, avec des chiffres qui se recoupent entre études [1][3][8].

Des guides orientés « stratégie » relient ces fréquences aux loyers du plateau. Ils proposent une métrique simple, « fréquence × loyer », pour comparer les quartiers : plus une case est visitée et plus son loyer est élevé (surtout avec tout le groupe et des maisons), plus elle rapporte en moyenne. Ces références classent ainsi les couleurs, discutent des échanges, et montrent comment la disponibilité d’argent ou la possibilité de compléter un groupe modifient l’ordre des priorités [5][1].

Pour garder des modèles exploitables, certaines sources expliquent des simplifications temporaires. Elles définissent un « modèle quasi-Markovien » comme une version qui conserve l’idée « une case d’entrée, une case de sortie par tour », mais met de côté quelques détails lourds à coder ou rares en pratique : carte « Sortie de prison », stock limité de maisons, enchères. L’intérêt est d’explorer vite les effets majeurs, puis de réintroduire ces détails et de mesurer l’écart [2][4].

D’autres références s’intéressent aux « politiques » concrètes qu’on peut tester avec ces tableaux : vaut-il mieux payer pour sortir de prison immédiatement ou attendre selon la phase de jeu ? Quelle est la durée typique d’une partie, et pourquoi certains duels s’étirent-ils ? Elles utilisent soit des calculs sur le tableau, soit de longues simulations, pour comparer ces choix de manière répétable et donner des règles empiriques robustes plutôt que des suggestions intuitives [9][4][7].

Pris ensemble, ces textes se complètent : les règles fondent le langage commun ; les introductions expliquent comment construire et lire le grand tableau des passages ; les études plus poussées donnent des repères stables (fréquences, zones chaudes, vitesse de stabilisation) ; les sources stratégiques relient ces repères aux loyers et enfin les articles sur modèles simplifiés et politiques montrent comment raisonner proprement entre version rapide à explorer et version fidèle aux règles initiales.

**Problématique retenue** *(50 mots max)*

À partir d’un modèle Markovien intégrant prison et cartes, peut-on dégager une règle d’achat simple à appliquer, valable seulement sur les premiers tours ?

**Objectifs du TIPE** *(100 mots max)*

1) Construire une matrice de transition fidèle suivant un monopoly simplifié.

2) Calculer le revenu attendu par couleur de propriété avec et sans maison.

3) Mettre en place une stratégie simple de jeu

4) Mettre en place plusieurs stratégies à partir des anciennes, puis simuler une partie avec plusieurs joueurs incorporant différentes tactiques et déterminer la meilleure.

**Références bibliographiques** *(2 à 10 références)*

[1] MIT, 11.SP.268, “Markov and Mr. Monopoly Make Millions”, 2010, PDF.

<https://web.mit.edu/sp.268/www/probability_and_monopoly.pdf>

[2] MAS275 Probability Modelling, “Monopoly – example”, cours/notes, ~2018, PD

<https://www.normalesup.org/~stephens/MAS275/monopoly.pdf>

[3] A. Nilsson, “Exploring strategies in Monopoly using Markov chains”, MSc Thesis, Uppsala Univ., 2020.

<https://uu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1471765/FULLTEXT01.pdf>

[4] C. Gartland, N. Burson, S. Ferguson, “A Markovian Exploration of Monopoly”, Univ. of Illinois, 2014.

<https://pi4math.web.illinois.edu/wp-content/uploads/2014/10/Gartland-Burson-Ferguson-Markovopoly.pdf>

[5] Society of Actuaries, “Actuarial Monopoly – bringing Markov home to the family”, 2012.

<https://www.soa.org/news-and-publications/newsletters/compact/2012/may/com-2012-iss43/actuarial-monopoly--bringing-markov-home-to-the-family/>

[6] Hasbro, “Monopoly Rules”, PDF.

<https://instructions.hasbro.com/api/download/C1009_en-gb_monopoly-game.pdf>

[7] M. Rossetti et al., “Estimating the probability that a game of Monopoly never ends”, Cornell ORIE, ~2009–2010, PDF.

<https://people.orie.cornell.edu/shane/pubs/monopoly.pdf>

[8] B. Bernard, “Monopoly – An Analysis using Markov Chains”,Columbia 2017, slides PDF.

<https://carlabernard.ch/beni/downloads/bernard_monopoly.pdf>

[9] Ben Li, “Markov Chains in the Game of Monopoly”, Williams College, 2013.

<https://web.williams.edu/Mathematics/sjmiller/public_html/hudson/Li_Markov%20Chains%20in%20the%20Game%20of%20Monopoly.pdf>