

Soit un *demi-groupe*  $(S, +)$ , c'est-à-dire que

- $S$  est stable par  $+$
- La loi  $+$  est associative

Soit  $L \in S^{\llbracket 1, n \rrbracket}$  une liste d'éléments de  $S$ , et  $w \leq n$ .

## Un algorithme insatisfaisant



**Question 0** Justifier que `String` est un demi-groupe. Pour quelle loi ?



**Question 1** Est-il possible d'avoir un demi-groupe sans élément neutre ?

On définit la liste  $W$  de longueur  $n - w + 1$ ,

$$W[i] := \sum_{k=0}^{w-1} L[i+k]$$



**Question 2** Si  $L = [a, b, c, d, e, f]$  et  $w = 3$ , que vaut  $W$  ?



**Question 3** Déterminer un algorithme qui calcule la liste  $W$ .

## Souvenirs, souvenirs



**Question 4** En considérant  $W[2], W[3], \dots$ , déterminer un ordre judicieux d'évaluation de la somme  $W[1]$ .



**Question 5** Dans le cas  $w = \frac{n}{2} + 1$ , déterminer un algorithme s'exécutant en temps linéaire.



**Question 6** En déduire un algorithme calculant  $W$ .

Une complexité temporelle en  $\mathcal{O}(n)$  et spatiale en  $\mathcal{O}(w)$  sont attendues.