Soit $\Sigma = \{a, b\}$. On dit que $w \in \Sigma^*$ est *primitif* s'il n'existe pas de mot $u \in \Sigma^*$ et de $p > 1$ tels que $w = u^p$

Un langage L est dit *continuable* si pour tout $u \in \Sigma^*$, il existe un $v \in \Sigma^*$ tel que $uv \in L$

0 **Question 0** Pour chacun des cas suivants donner des exemples de langage sur $\Sigma = \{a, b\}$:
- Un langage infini régulier ne reconnaissant aucun mot primitif
- Un langage infini régulier ne reconnaissant que des mots primitifs
- Un langage infini régulier continuable
- Un langage infini algébrique continuable ne reconnaissant que des mots primitifs

1 **Question 1** Proposer un algorithme pour tester si un mot est primitif en $O\left(|w|^{\frac{3}{2}}\right)$. *C'est possible de le faire en* $O(|w|)$

1 **Question 2** Étant donné un automate A, proposer un algorithme pour déterminer si le langage reconnu par A est continuable.

3 **Question 3** Montrer que tout langage régulier continuable sur $\Sigma = \{a, b\}$ contient une infinité de mots primitifs. Quelle est la condition sur Σ pour que cela soit vrai ?

4 **Question 4** Existe-t'il un langage infini rationnel continuable ne comportant que des mots primitifs?
Indication: Considérer l'ensemble des applications partielles $\{\delta^*(u, \_) : u \in \Sigma^*\}$*, et trouver un bon groupe pour la composition inclut dans cet ensemble.*
δ^* *est définie par* $\delta^*(ua, q) = \delta(a, \delta^*(u, q))$ *et* $\delta^*(\varepsilon, q) = q$ *pour* $(a, u, q) \in \Sigma \times \Sigma^* \times Q$