

Soit $G = (S, A)$ un graphe puis $\varphi : A \rightarrow \{\mathbf{R}, \mathbf{B}\}$. On note r le nombre d'arêtes rouges (\mathbf{R}).

Un sous-graphe induit *triangle* est un triplet $\{x, y, z\} \subset S$ tel que $G[\{x, y, z\}] \simeq K_3$.

On suppose que dans tout sous-graphe induit triangle possède au moins une arête rouge.


On note $n \in \mathbb{N}$ la taille de la plus grande partie de S qui induit un graphe biparti.

Si $v \in S$, on note $N(v)$ l'ensemble des voisins de v reliés à lui par une arête rouge.

$$N(v) := \{w, \{x, w\} \in \varphi^{-1}(\mathbf{R})\}$$

 **Question 0** Montrer que $N(v)$ est un stable.

 **Question 1** Que dire de $N(v)$ et $N(w)$ si $\{v, w\} \notin A$?

 **Question 2** Montrer que

$$|S| \geq \frac{4r}{n}$$