



Soit un *demi-groupe* $(S, +)$, c'est-à-dire que

- S est stable par $+$
- La loi $+$ est associative

Soit $L \in S^{\llbracket 1, n \rrbracket}$ une liste d'éléments de S , et $w \leq n$.


Un algorithme insatisfaisant


 **Question 0** Justifier que String est un demi-groupe. Pour quelle loi ?

 **Question 1** Est-il possible d'avoir un demi-groupe sans élément neutre ?


On définit la liste W de longueur $n - w + 1$,


$$W[i] := \sum_{k=0}^{w-1} L[i+k]$$


 **Question 2** Si $L = [a, b, c, d, e, f]$ et $w = 3$, que vaut W ?

 **Question 3** Déterminer un algorithme qui calcule la liste W .

Souvenirs, souvenirs

 **Question 4** En considérant $W[2], W[3], \dots$, déterminer un ordre judicieux d'évaluation de la somme $W[1]$.

 **Question 5** Dans le cas $w = \frac{n}{2} + 1$, déterminer un algorithme s'exécutant en temps linéaire.

 **Question 6** En déduire un algorithme calculant W .

Une complexité temporelle en $\mathcal{O}(n)$ et spatiale en $\mathcal{O}(w)$ sont attendues.