

# A

---

看到最大的最小，可以想到二分答案。

答案的不公平度可以二分，因此二分然后检查即可。

检查的时候假设二分的答案为  $a$ ，则一种玩偶如果有  $x$  个，就需要至少分给  $x/a$  上取整个小朋友。只要看小朋友总数够不够即可。于是可以线性时间复杂度检查。

总时间复杂度  $O(n \log v)$ 。

## B

---

序列的平均值仅由序列中的元素和  $S$  以及元素数量  $N$  确定 ( $S/N$ )。可以发现, 只要不爆裂, 平均值只和发生的总次数与合并的总次数有关。发生和合并的顺序 (不爆裂的情况), 合并的时候选择哪两个数都不会影响平均值。

- 发生:  $N$  加 1,  $S$  加 1, 会让答案不变或者变小。(因为添加的是最小的数)
- 合并:  $N$  减 1,  $S$  不变, 会让答案变大。

因此我们要在不爆裂的前提下尽可能进行合并。从前到后枚举音符, 能合并就合并, 如果爆裂了, 那么就将之前的一次自由选择由合并改成发生。执行这个贪心策略, 时间复杂度  $O(n)$ 。

## C

---

二分答案  $x$ ，将大于等于  $x$  的数看成 1，小于  $x$  的数看成 0，问题转化为判断能否通过至多一次变奏，使序列中 1 的数量大于等于  $k$ 。

在操作位置从左往右移的过程中，对于一个初始的 0，我们发现其最多变成 1 一次。

第一次进入操作范围时会取到最大值，然后慢慢变小。

因此其最多有两个关键位置，分别是变成 1 的位置和变回 0 的位置。

对每个数找出这两个关键位置，这部分是线性的。

我们维护一个初始全为 0 的数组  $f$ ， $f_i$  表示在  $i$  位置操作， $i$  对应等差数列首项，能有多少个 1，若  $f$  数组大于等于  $k$ ，那么  $x$  合法。

那么两个关键位置相当于在  $f$  上区间加 1。

暴力做是平方的，在  $f$  的差分数组上单点操作后通过前缀和还原出  $f$  即可做到线性。

总的时间复杂度为  $O(n \log A)$ ， $A$  为初始二分的右端点，也即可能的答案最大值。

## D

---

在同一个人想去的城市  $a_i$  和  $b_i$  间连一条无向边。用 0 和 1 记录当前每个点的奇偶性，这样如果反转一个人要去的城市，那么对于  $a_i$  和  $b_i$  的值，有几种可能的变化：

$$(0, 0) \rightarrow (1, 1)$$

$$(1, 1) \rightarrow (0, 0)$$

$$(0, 1) \rightarrow (1, 0)$$

$$(1, 0) \rightarrow (0, 1)$$

可以看出，要么将两个 0 或者 1 反转，要么将一个 0 和 1 换位。我们希望最后 1 的数量尽量少，因此一个包含  $x$  个 1 的连通块最后至少（且可以）剩下  $x\%2$  个 1。

建图进行DFS即可，复杂度为  $O(n)$ 。