

Ví dụ minh họa

$$(P) \quad z_p = 5.5x_1 + 2.1x_2 + 3x_3 \longrightarrow \text{Max}$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ 8x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 17 \\ 9x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 20 \\ x_i \geq 0, i = \overline{1, \dots, 3} \end{cases}$$

Giải bài toán (P) ta được $x_1 = 1.38, x_2 = 2.55, x_3 = 0.83$.
Ta chọn biến x_1 để phân nhánh. (x_2, x_3 tương tự)

Với $x_1^1 \leq 1$

$$(P_1) \quad z_p = 5.5x_1^1 + 2.1x_2^1 + 3x_3^1 \longrightarrow Max$$
$$\begin{cases} -x_1^1 + x_2^1 + x_3^1 \leq 2 \\ 8x_1^1 + 2x_2^1 + x_3^1 \leq 17 \\ 9x_1^1 + x_2^1 + 6x_3^1 \leq 20 \\ x_1^1 \leq 1 \\ x_i^1 \geq 0, i = \overline{1, \dots, 3} \end{cases}$$

$$\rightarrow z_1 = 13.24, x_1^1 = 1, x_2^1 = 1.4, x_3^1 = 1.6$$

Với $x_1^2 \geq 2$

$$(P_2) \quad z_p = 5.5x_1^2 + 2.1x_2^2 + 3x_3^2 \quad \longrightarrow \text{Max}$$
$$\begin{cases} -x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 2 \\ 8x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 \leq 17 \\ 9x_1^2 + x_2^2 + 6x_3^2 \leq 20 \\ x_1^2 \geq 2 \\ x_i^2 \geq 0, \quad i = \overline{1, \dots, 3} \end{cases}$$

$$\rightarrow z_2 = 12.58, x_1^2 = 2, x_2^2 = 0.36, x_3^2 = 0.27$$

Ta tiếp tục chọn $x_2^1 = 1.4$ từ (P_1) . Với $x_2^3 \leq 1$

$$(P_3) \quad z_p = 5.5x_1^3 + 2.1x_2^3 + 3x_3^3 \longrightarrow \text{Max}$$
$$\begin{cases} -x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 \leq 2 \\ 8x_1^3 + 2x_2^3 + x_3^3 \leq 17 \\ 9x_1^3 + x_2^3 + 6x_3^3 \leq 20 \\ x_1^3 \leq 1 \\ x_2^3 \leq 1 \\ x_i^3 \geq 0, i = \overline{1, \dots, 3} \end{cases}$$

$$\rightarrow z_3 = 12.6, x_1^3 = 1, x_2^3 = 1, x_3^3 = 1.66$$

Với $x_2^4 \geq 2$

$$(P_4) \quad z_p = 5.5x_1^4 + 2.1x_2^4 + 3x_3^4 \longrightarrow \text{Max}$$
$$\begin{cases} -x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 \leq 2 \\ 8x_1^4 + 2x_2^4 + x_3^4 \leq 17 \\ 9x_1^4 + x_2^4 + 6x_3^4 \leq 20 \\ x_1^4 \leq 1 \\ x_2^4 \geq 2 \\ x_i^4 \geq 0, i = \overline{1, \dots, 3} \end{cases}$$

$\rightarrow z_4 = 12.7, x_1^4 = 1, x_2^4 = 2, x_3^4 = 1 \rightarrow$ **gọt bởi nghiệm nguyên.**

Ta chọn $x_3^5 = 1.66$ từ (P_3) . Với $x_3^5 \leq 1$.

$$(P_5) \quad z_p = 5.5x_1^5 + 2.1x_2^5 + 3x_3^5 \longrightarrow \text{Max}$$
$$\begin{cases} -x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 \leq 2 \\ 8x_1^5 + 2x_2^5 + x_3^5 \leq 17 \\ 9x_1^5 + x_2^5 + 6x_3^5 \leq 20 \\ x_1^5 \leq 1 \\ x_2^5 \leq 1 \\ x_3^5 \leq 1 \\ x_i^5 \geq 0, i = \overline{1, \dots, 3} \end{cases}$$

$\rightarrow z_5 = 10.6, x_1^5 = 1, x_2^5 = 1, x_3^5 = 1 \rightarrow$ gọt bởi nghiệm nguyên nhưng $z_5 < z_4 \rightarrow$ loại.

Với $x_3^6 \geq 2$.

$$(P_6) \quad z_p = 5.5x_1^6 + 2.1x_2^6 + 3x_3^6 \longrightarrow \text{Max}$$
$$\begin{cases} -x_1^6 + x_2^6 + x_3^6 \leq 2 \\ 8x_1^6 + 2x_2^6 + x_3^6 \leq 17 \\ 9x_1^6 + x_2^6 + 6x_3^6 \leq 20 \\ x_1^6 \leq 1 \\ x_2^6 \leq 1 \\ x_3^6 \geq 2 \\ x_i^6 \geq 0, \quad i = \overline{1, \dots, 3} \end{cases}$$

$\rightarrow z_6 = 12.08, x_1^6 = 0.8, x_2^6 = 0.8, x_3^6 = 2 \rightarrow$ **gọt bởi cận.**

Ta chọn $x_2^2 = 0.36$ từ (P_2)

- (P_7) cho $z_7 = 12.1, x_1^7 = 2.1, x_2^7 = 0, x_3^7 = 0.17$, do $z_7 < z_4 \rightarrow$ loại.
- (P_8) cho kết quả **vô nghiệm**.

Vậy nghiệm tối ưu của bài toán là $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 1$ và giá trị tối ưu $z = 12.7$.