

# Phương pháp nhánh cận

**Nguyễn Chí Bằng**

Ngày 6 tháng 11 năm 2023

# TÓM TẮT

- Giới thiệu về 2 mô hình chính trong phương pháp giải bài toán tối ưu tuyến tính nguyên:
  - Tối ưu nguyên hoàn toàn
  - Tối ưu nguyên bộ phận.
- Tập trung vào phương pháp giải bài toán tối ưu nguyên bộ phận thông qua thuật toán nhánh cận.

# NỘI DUNG

Giới thiệu

Mục tiêu

Thuật toán nhánh cận

# Tối ưu nguyên hoàn toàn

$$(H) \quad z_h = c^T x \longrightarrow \text{Max} \\ \begin{cases} Ax \leq b, \\ x \geq 0, \text{ nguyên} \end{cases} \quad (1)$$

- Trong đó  $c^T = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n)$ ,  $A$  là ma trận  $m \times n$ ,  $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ , với  $x \in \mathbb{Z}^n$ .

- Bài toán  $(H)$  gọi là bài toán **Tối ưu nguyên hoàn toàn**.
- Tập  $S_h := \{x \in \mathbb{Z}_+^n : Ax \leq b\}$  là tập nghiệm của bài toán Tối ưu nguyên hoàn toàn.

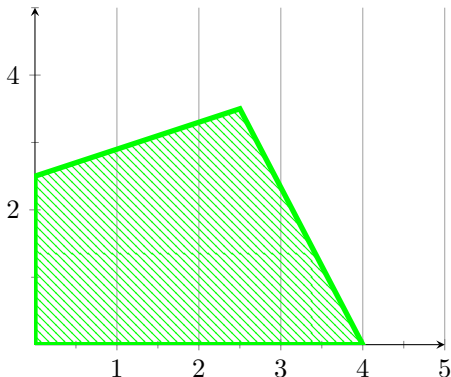


Hình: Tập nghiệm của bài toán Tối ưu nguyên hoàn toàn

# Tối ưu nguyên bộ phận

$$(B) \quad z_b = c^T x + h^T y \quad \longrightarrow \quad \text{Max} \\ \begin{cases} Ax + Gy \leq b, \\ x \geq 0, \text{ nguyên} \\ y \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

- Trong đó  $c^T = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n)$ ,  $h^T = (h_1 \ h_2 \ \dots \ h_p)$ ,  $A$  là ma trận  $m \times n$ ,  $G$  là ma trận  $m \times p$ ,  $b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ , với  $x \in Z^n$  và  $y \in R^p$ .
- Bài toán  $(B)$  gọi là bài toán **Tối ưu nguyên bộ phận**.
- Tập  $S_b := \{(x, y) \in Z_+^n \times R_+^p : Ax + Gy \leq b\}$  là tập nghiệm của bài toán Tối ưu nguyên bộ phận.



Hình: Tập nghiệm của bài toán Tối ưu nguyên bộ phận

# Bài toán quan tâm

$$(P) \quad z_p = c^T x + h^T y \quad \longrightarrow \quad Max$$
$$\begin{cases} Ax + Gy \leq b, \\ x, y \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

- Trong đó  $(P)$  là bài toán  $(B)$  với nghiệm thuộc tập số thực.
- Bài toán  $(P)$  là một bài toán Tối ưu tuyến tính thông thường hay gọi đơn giản là bài toán Tối ưu tuyến tính.
- Tập  $S_p := \{(x, y) \in R_+^n \times R_+^p : Ax + Gy \leq b\}$  là tập nghiệm của bài toán Tối ưu tuyến tính.



Giả sử ta nhận được tập phương án tối ưu của bài toán (2) sau hữu hạn lần giải, ký hiệu  $(x_b^*, y_b^*)$  và giá trị tối ưu là  $z_b^*$  thì ta có nhận xét sau:

## Nhận xét 2.1

- Nếu  $S_b \subset S_p$  thì ta luôn nhận được  $z_b^* < z_p$  và phương án có thể cải thiện.
- Nếu  $S_b = S_p$  thì ta nhận được  $z_b^* = z_p$  và bài toán được giải.

Vì thế, ta chọn xử lý bài toán (2) thông qua bài toán (3).

# title