

Digitalne modulacije

QAM kvadratura amplitudska modulacija

Uvod

- QAM je modulaciona tehnika koja se zasniva na kombinaciji dva amplitudski modulirana signala
 - Učestanosti signala su jednake, jedan od njih je u fazi (kosinusni nosilac) a drugi u kvadraturi (sinusni nosilac)

$$s_m(t) = s_{m_1}(t) + s_{m_2}(t)$$

gde su:

$$s_{m_1}(t) = s_1(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$s_{m_2}(t) = s_2(t) \sin(2\pi f_0 t)$$

- $s_1(t)$ i $s_2(t)$ su modulišuću signali u osnovnom opsegu
- Lako je pokazati da je:

$$s_m(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$$

gde su:

$$A(t) = \sqrt{s_1^2(t) + s_2^2(t)}$$

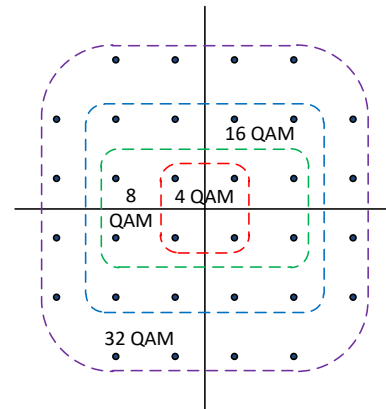
$$\phi(t) = -\arctg \frac{s_2(t)}{s_1(t)}$$

- Očigledno da se QAM modulacija može predstaviti kao kombinovano amplitudsko-fazna modulacija
 - QAM se može predstaviti kao generalni oblik linearne modulacije, iz koga se mogu izvesti amplitudska i fazna kao specijalni slučajevi
- Ako je broj simbola u alfabetu modulišućeg signala $s_1(t)$ jednak M_1 , a broj simbola u alfabetu modulišućeg signala $s_2(t)$ jednak M_2 , ukupan broj simbola u alfabetu QAM signala $s_m(t)$ je $M = M_1 M_2$
 - Digitalni protok QAM signala je:

$$v_{d_m} = \text{ld}M = \text{ld}M_1 M_2 = \text{ld}M_1 + \text{ld}M_2 = v_{d_1} + v_{d_2}$$

QAM SA PRAVOUGANOM KONSTELACIJOM (RECTANGULAR QAM)

- QAM sa pravougaonom konstelacijom se najčešće koristi praksi, zbog jednostavnog postupka modulacije i demodulacije
- Kod QAM sa pravougaonom konstelacijom, simboli u konstelaciji su raspoređeni u vidu pravougaone rešetke
 - Signali $s_{m_1}(t)$ i $s_{m_2}(t)$ su ASK signali
 - Alfabeti $s_{m_1}(t)$ i $s_{m_2}(t)$ ne moraju biti identični, mada se u praksi najčešće sreću upravo ovakvi slučajevi:
 - 16 QAM (kombinacija dva 4 ASK signala), 64 QAM (dva 8 ASK signala), 256 QAM (dva 16 ASK signala), 1024 QAM (dva 32 ASK signala)



- Modulisani signal je:

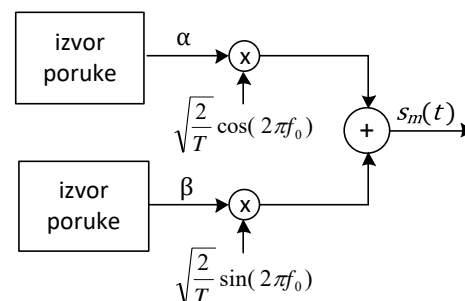
$$s_m(t) = s_{m_1}(t) + s_{m_2}(t)$$

$$= \sum_k a_k h(t - kT) \cos(2\pi f_0 t)$$

$$+ \sum_k b_k h(t - kT) \sin(2\pi f_0 t)$$
 gde je $h(t)$ NRZ impuls
- U prvom signalizacionom intervalu, $0 \leq t < T$, važi:

$$s_m(t) = a_0 \cos(2\pi f_0 t) + b_0 \sin(2\pi f_0 t)$$

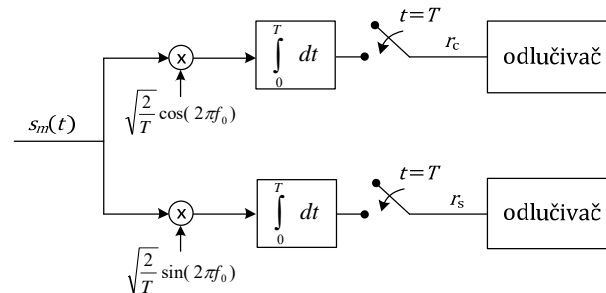
- Blok šema predajnika, sa ortogonalnim bazisom, je prikazana na slici:



gde je:

$$\alpha = \sqrt{\frac{T}{2}} a_0 \quad \text{ i } \quad \beta = \sqrt{\frac{T}{2}} b_0$$

- Blok šema prijelnika:



- Lako se pokazuje (na već standardan način) da je, u odsustvu šuma:

$$r_c = \sqrt{\frac{T}{2}} a_0 \quad \text{ i } \quad r_s = \sqrt{\frac{T}{2}} b_0$$

Verovatnoća greške

- Posmatrajmo prvo slučaj kada je $M = 2^K$, gde je K parno
 - Drugim rečima, QAM signal je dobijen kombinovanjem dva identična ASK signala, svaki je sa istim brojem simbola $N = \sqrt{M} = 2^{K/2}$

- Verovatnoća greške pojedinih ASK signala je (vidi ASK prezentaciju):

$$P_{E_{ASK}} = 2 \frac{N-1}{N} Q \left(\sqrt{\frac{6}{N^2-1} \frac{E_{S_{ASK}}}{N_0}} \right) = 2 \frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} Q \left(\sqrt{\frac{6}{M-1} \frac{E_{S_{ASK}}}{N_0}} \right)$$

- Verovatnoća ispravnog prijema je stoga:

$$P_{C_{ASK}} = 1 - P_{E_{ASK}}$$

- Verovatnoća ispravnog prijema QAM signala je:

$$P_C = (P_{C_{ASK}})^2 = (1 - P_{E_{ASK}})^2$$

- a verovatnoća greške je:

$$P_E = 1 - P_C = 1 - (1 - P_{E_{ASK}})^2$$

- Važi:

$$P_E \leq 2P_{E_{ASK}} = 4 \frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} Q \left(\sqrt{\frac{6}{M-1} \frac{E_{s_{ASK}}}{N_0}} \right)$$

- Pošto je $E_{s_m} = 2E_{s_{ASK}}$, jer se QAM signal sastoji od 2 ASK signala, dobija se:

$$P_E \leq 4 \frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_{s_m}}{N_0}} \right) \leq 4Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_{s_m}}{N_0}} \right)$$

- Može sa pokazati da, za slučaj kada je $M = 2^K$, gde je K neparno, važi isti zaključak:

$$P_E \leq 4Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_{s_m}}{N_0}} \right)$$

Verovatnoća bitske greške

- Na osnovu istog rezonovanja koje je korišćeno kod ASK i FSK modulacije, može se pokazati da je:

$$P_b = \frac{P_E}{\lg M} = \frac{4}{\lg M} Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{E_{s_m}}{N_0}} \right) = \frac{4}{\lg M} Q \left(\sqrt{\frac{3 \lg M}{M} \frac{E_{s_b}}{N_0}} \right)$$

gde je E_{s_b} energija emitovana po bitu

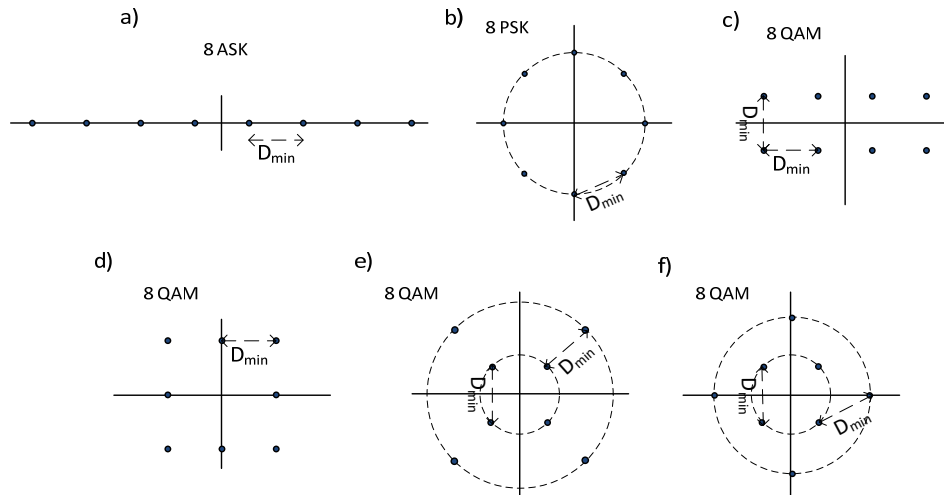
QAM SA NEPRAVOUGANOM KONSTELACIJOM (NON- RECTANGULAR QAM)

Uvod

- Verovatnoća greške bilo koje modulacije je funkcija minimalnog rastojanja između simbola
- Rastojanje između simbola zavisi od snage (energije) signala i rasporeda simbola u konstelaciji
 - Za datu snagu signala, simbole u konstelaciji je moguće rasporediti tako da se maksimizuje minimalno rastojanje i tako smanji verovatnoća greške
 - Obrnuto, za dato minimalno rastojanje (tj. verovatnoću greške), moguće je simbole rasporediti tako da se minizuje snaga signala
- Kod pravougaone QAM, iako je u pitanju jednostavan modulacioni postupak, raspored simbola u konstelaciji nije optimalan u smislu minimizacije snage signala/maksimizacije minimalnog rastojanja
- Bolji rezultati se mogu postići korišćenjem nepravougaone QAM

Primer – 8QAM

- Smatramo da je minimalno rastojanje između simbola $D_{\min} = 2$
 - polovina rastojanja, koje direktno figuriše u izrazima za verovatnoću greške je $d = 1$



Digitalne modulacije

13/18

- Srednja snaga signala srazmerna je prosečnom rastojanju simbola u konstelaciji od koordinatnog početka
- Dobija se:
 - a) ASK modulacija: $P_s \sim 21$
 - b) PSK modulacija: $P_s \sim 3.4$
 - c) Pravougaona QAM modulacija: $P_s \sim 3$
 - d) Nepravougaona QAM modulacija: $P_s \sim 3$
 - e) Nepravougaona QAM modulacija: $P_s \sim 3.41$
 - f) Nepravougaona QAM modulacija sa optimizovanom raspodelom simbola: $P_s \sim 2.36$
- Ušteda na srednjoj snazi signala kod optimizovane nepravougaone QAM u odnosu na pravougaonu QAM je:

$$10 \log \frac{P_{sc}}{P_{sf}} = 10 \log \frac{3}{2.36} = 1 \text{ dB}$$

Digitalne modulacije

14/18

- Za konstelacije višeg reda (sa većim brojem simbola) mogu se postići veće uštede u snazi
 - Međutim, nepravougaona QAM zahteva komplikovane postupke modulacije i demodulacije
 - Zbog toga se nepravougaona QAM mnogo ređe koristi u praksi nego pravougaona QAM

SPEKTRALNA EFIKASNOST QAM MODULACIJE

- Spektralna efikasnost QAM modulacije je ista kao kod ASK ili PSK modulacije:

$$\eta = \frac{v_d}{B} = \frac{\log M v_s}{B} \sim \log M$$

s' obzirom da je $B \sim v_s$

- Porastom veličine alfabeta, spektralna efikasnost QAM modulacije raste

KRAJ