

Mamadou Bane

SIMULATION LAB # 3

MONTE CARLO SIMULATION & CONFIDENCE INTERVALS

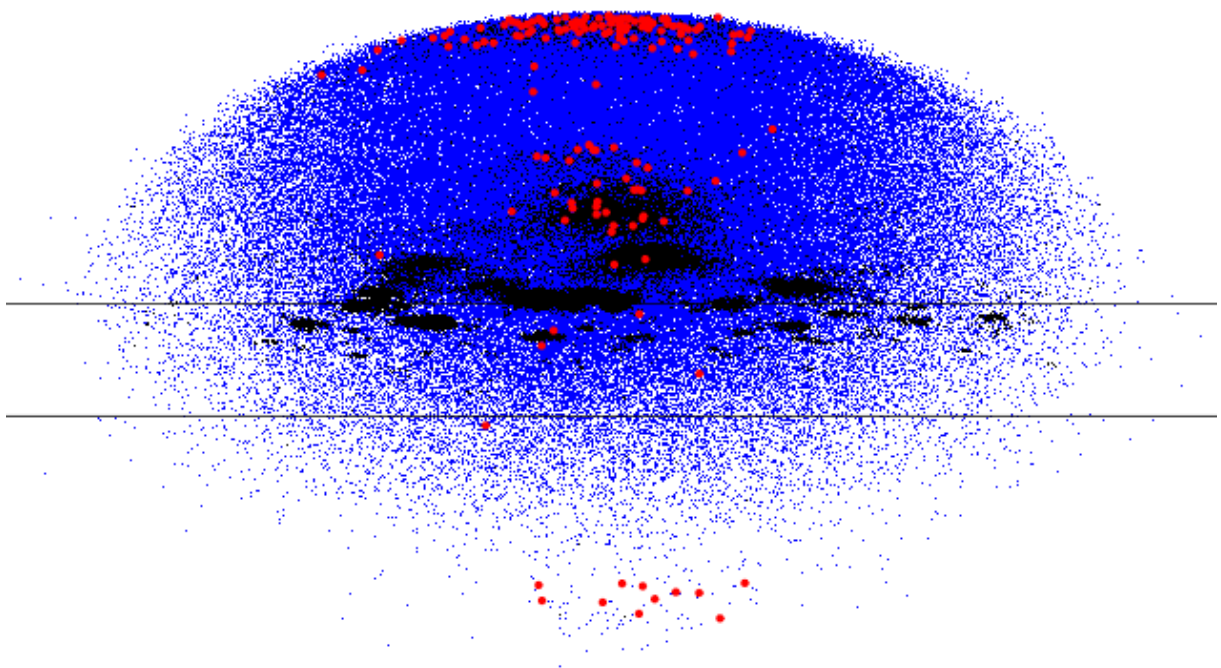


Table des matières

Introduction.....	3
Génération de π avec la méthode Monte Carlo	3
Calcul de l'intervalle de confiance.....	5
Augmentation de la population des lapins	5

Introduction

La simulation de Monte-Carlo est une méthode d'estimation d'une quantité numérique qui utilise des nombres aléatoires. Stanisław Ulam et John von Neumann l'appelèrent ainsi, en référence aux jeux de hasard dans les casinos, au cours du projet Manhattan qui produisit la première bombe atomique pendant la Seconde Guerre mondiale.

Dans ce TP, nous allons utiliser le générateur Mersenne Twister proposé par Matsumoto pour générer des nombres aléatoires vu qu'il est plus adapté aux calculs scientifiques comparé au générateur disponible dans la librairie standard de C (avec la fonction `rand()` de `stdlib`).

Génération de π avec la méthode Monte Carlo

Le terme Monte Carlo désigne une famille de méthodes algorithmiques visant à calculer une valeur numérique approchée en utilisant des procédés aléatoires. Cependant nous allons nous en servir pour déterminer une valeur approchée de π . Pour la génération de π nous avons récupéré l'implémentation du générateur Mersenne Twister pour obtenir des nombres aléatoires.

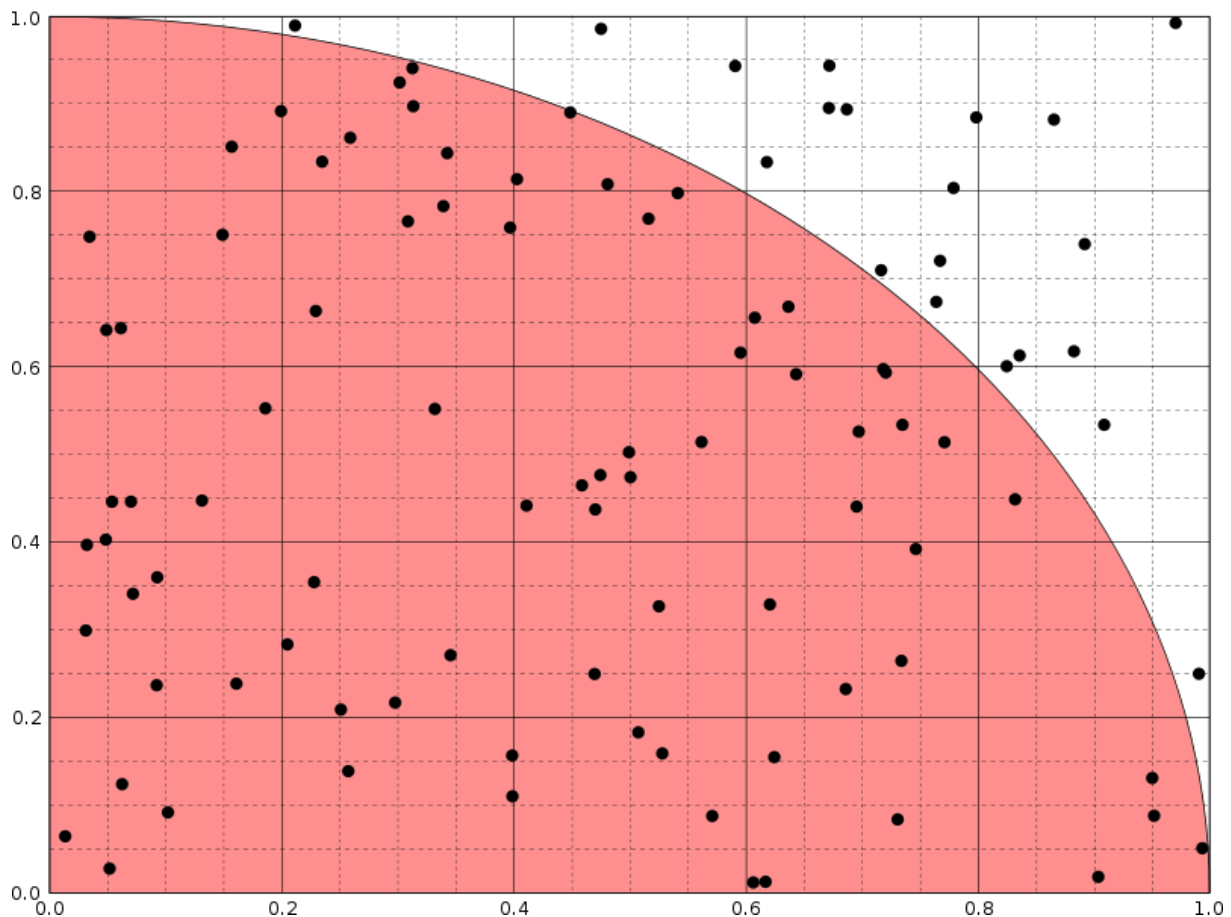
Pour l'estimation du nombre π qui est la surface délimitée par un cercle de rayon 1, on va représenter cette valeur comme la moyenne d'une variable aléatoire.

Pour n itérations, on tire aléatoirement deux nombres `rand1` et `rand2` entre $[0, 1]$, qui représentent les coordonnées d'un point, en utilisant le générateur Mersenne Twister. Après le tirage, on vérifie si ce point appartient au disque de centre $O(0,0)$ et de rayon $R=1$. Cette condition est vérifiée si et seulement si on a :

$$rand1^2 + rand2^2 \leq 1$$

La probabilité pour que le point se trouve sur le disque est la surface du disque divisée par 4 (la surface du carré englobant) et vaut $\pi/4$.

Après les n itérations, on calcule le ratio du nombre de point sur le disque par rapport au nombre d'itérations ce qui nous donne une approximation de la valeur $\pi/4$. Et par la suite il suffit de multiplier ce résultat par 4 pour avoir la valeur approchée de π .



Le pseudo code pour estimer π est :

- 1- Donner le nombre d'itérations **ni** qui représentent le nombre de points à générer.
- 2- Initialiser le compteur **nbInside**, qui représente le nombre de points appartenant au disque, à 0.
- 3- Pour les **ni** itérations

La figure suivante montre les résultats obtenus lors des différents tests.

```

C:\Users\Bane\Desktop\Github\simulation\lab3\mt19937ar.exe
Pour 1.000.000 iterations, PI = 3.145
Pour 1.000.000.000 iterations, PI = 3.142 a 10^-3 pres
Pour 1.000.000.000 iterations, PI = 3.1415 a 10^-4 pres

Process returned 0 (0x0)   execution time : 84.624 s
Press any key to continue.

```

On peut par ailleurs utiliser cette fonction dans un nombre finis d'expériences indépendantes afin de générer une valeur moyenne de PI.

Ce qui nous donne le résultat suivant :

```
C:\Users\Bane\Desktop\Github\simulation\lab3\mt19937ar.exe
La valeur moyenne de Pi avec 10 experiences et 1000000 iterations/exp est : Pi = 3.141
Process returned 0 (0x0)   execution time : 8.925 s
Press any key to continue.
```

Calcul de l'intervalle de confiance

L'intervalle de confiance permet de définir la marge d'erreur entre les résultats obtenus de notre estimation de la valeur de PI.

```
C:\Users\Bane\Desktop\Github\simulation\lab3\mt19937ar.exe
Intervale de confiance : [3.140060 , 3.142511]
Process returned 0 (0x0)   execution time : 8.827 s
Press any key to continue.
```

Augmentation de la population des lapins

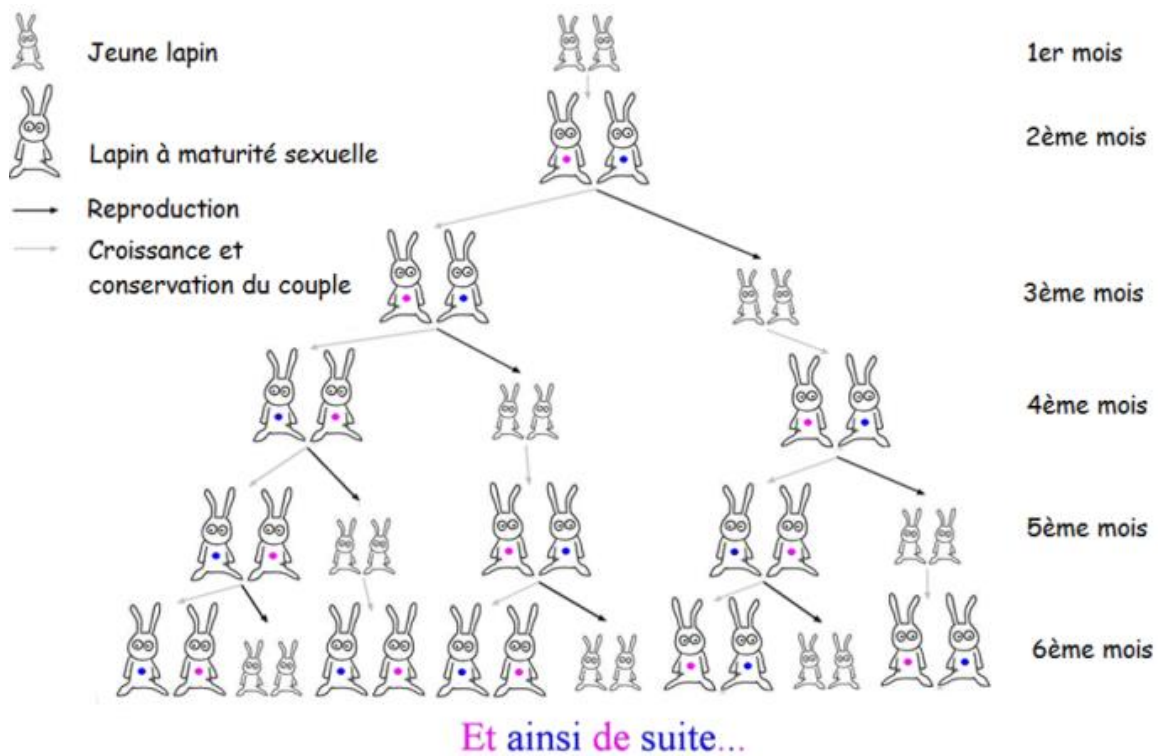
Le fonctionnement de l'algorithme de croissance de la population des lapins se fait de la manière suivante :

Pour i de 1 à n mois faire :

 Pour le 1er mois, le couple de lapin n'est pas encore mature sexuellement

 Pour ième mois :

- tous les couples de lapins matures reproduisent un nouveau couple de lapin.
- tous les couples de lapins de i-1ème mois deviennent matures.



```

C:\Users\Bane\Desktop\Github\simulation\lab3\mt19937ar.exe
-----
1+1
-----
L+L
-----
L+L    1+1
-----
L+L    L+L    1+1
-----
L+L    L+L    L+L    1+1    1+1
-----
L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    1+1    1+1    1+1
-----
L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    1+1    1+1
1+1    1+1    1+1    1+1    1+1    1+1
-----
L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L
L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    L+L    1+1    1+1    1+1    1+1    1+1    1+1    1+1    1+1
1+1    1+1    1+1    1+1
-----
Process returned 0 (0x0)   execution time : 0.276 s
Press any key to continue.
  
```