Pontificia Universidad Católica de Chile
Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS-3413 FINANZAS
Prof. G. Cortazar

INTERROGACIÓN 3 - 24/05/2017

Pauta

1.-

a) V
b) F
c) F
d) F
e) V
f) F
g) V
h) F
i) V

2.-

a) Recordemos que la estructura de una empresa está dada por:

Activos (A)	Pasivos (D)
	Patrimonio (E)

Como se sabe que el beta de los activos es el promedio ponderado de los betas de los pasivos y el patrimonio, y además se tiene que D/E=1, se tiene que en el beta de los activos es:

$$\beta_A = 0{,}5\beta_P + 0{,}5\beta_E = 0{,}5 \cdot 0 + 0{,}5 \cdot 2 = 1$$

Luego en caso de recomprar su deuda la empresa no cambiará el beta de sus activos, pero si la relación D/E haciendo que el nuevo beta de las acciones sea:

$$\beta_A = 0 \cdot \beta_D + 1 \cdot \beta_E$$
$$\beta_E = 1$$

b) En este caso el retorno al que se debe descontar el proyecto es,

$$r_P = WACC = \frac{D}{E+D} \cdot (1-\tau) \cdot r_D + \frac{E}{E+D} \cdot r_E$$
$$r_P = WACC = 0.5 \cdot (1-0.3) \cdot 0.06 + 0.5 \cdot 0.09 = 0.066$$

Luego, podemos calcular el VPN del proyecto al descontar los flujos de la empresa a la tasa de descuento correspondiente (r_P):

$$VPN = -100 + \frac{120}{1+0.066} = 12.57$$

---

3. De acuerdo al CAPM, el retorno esperado para el precio de la acción es:

$$r_A = r_f + Beta \cdot (r_M - r_f)$$
$$r_A = 0.05 + 2 \cdot (0.2 - 0.05) = 0.35$$

Por lo tanto, se espera que en $T = 1 - \delta$ (justo antes del pago de los dividendos, con $\delta \to 0$) el precio de la acción sea

$$P_{T=1-\delta} = 100 \cdot (1 + 0.35) = 135$$

Luego, en T=1 (justo después del pago de los dividendos) el precio de la acción será:

$$P_{T=1} = P_{T=1-\delta} - \frac{Div \cdot (\tau_d - 1)}{\tau_c - 1}$$
$$P_{T=1} = 135 - \frac{10 \cdot (0.7)}{0.9} = 127.22$$

a) Debido a que el campeonato no tiene relación alguna con el mercado podemos asumir que se trata de un riesgo diversificable por lo que es correcto descontarlo a la tasa libre de riesgo. De esta forma tenemos que la máxima inscripción que el equipo estaría dispuesto a pagar es aquella que le entrega un VAN nulo:

$$VPN = -I + P \cdot \frac{100MM}{1+r_f} = 0$$

Donde

I: Costo de la inscripción

P: Probabilidad que el equipo gane el campeonato

r_F: Tasa de descuento libre de riesgo

Reemplazando se obtiene:

$$-I + 0.2 \cdot \frac{100MM}{1+0.05} = 0 \ \rightarrow \ I = 19{,}05MM$$

Por lo tanto, el equipo estaría dispuesto a pagar como máximo $19{,}05MM$ por la inscripción en el campeonato.

4.-

a) En primer lugar, sabemos que el activo C corresponde al activo libre de riesgo, ya que su volatilidad es nula. Por otro lado se sabe que el portafolio óptimo de mercado es aquel que maximiza el *Sharpe Ratio* de manera que buscamos:

$$\max \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P}$$

Sin embargo, usando la propiedad del enunciado:

$$\frac{E(r_A) - r_f}{Cov(P,A)} = \frac{E(r_B) - r_f}{Cov(P,B)}$$
$$\frac{\pi_A}{Cov(w_A A + w_B B, A)} = \frac{\pi_B}{Cov(w_A A + w_B B, B)}$$
$$\frac{\pi_A}{w_A Cov(A,A) + w_B Cov(A,B)} = \frac{\pi_B}{w_A Cov(A,B) + w_B Cov(B,B)}$$

Y además sabiendo que $w_A + w_B = 1$:

$$\pi_B\left(w_A {\sigma_A}^2 + (1-w_A)Cov(A,B)\right) = \pi_A(w_A Cov(A,B) + (1-w_A){\sigma_B}^2)$$
$$w_A = \frac{\pi_A {\sigma_B}^2 - \pi_B Cov(A,B)}{(\pi_B {\sigma_A}^2 - (\pi_A + \pi_B)Cov(A,B) + \pi_A {\sigma_B}^2)} = 18{,}5185185\%$$
$$w_B = 81.4814814\%$$

Además, el retorno esperado del portafolio de mercado es:

$$E(r_P) = w_A \cdot 11\% + w_B \cdot 16\% = 15{,}074074\%$$

b) Al existir un activo libre de riesgo la frontera eficiente corresponde a una combinación entre el portafolio de mercado y el activo libre de riesgo. De esta manera para obtener retornos de 20% de manera eficiente:

$$w_P E(r_P) + (1-w_P)r_f = 20\%$$
$$w_P = \frac{20\% - r_f}{E(r_P) - r_f} = 154{,}2857155\%$$
$$w_f = -54{,}2857155\%$$
$$w_A = 28{,}571428\%$$
$$w_B = 125{,}7142875\%$$

De manera que se debe tomar una deuda por 54,29% del capital invertido y con ella comprar 28,57% del capital invertido en A y el restante 125,71% en B.

5.-

a) Se tiene que la volatilidad del instrumento I es la mitad de la de A: $\sigma_I = \frac{1}{2}\sigma_A$ de manera que el beta de A se relaciona con el de I de la siguiente manera:

$$\beta_I = \frac{Cov(I,M)}{Var(M)} = \frac{\sigma_I \sigma_M \rho_{IM}}{\sigma_M} = \frac{\sigma_A \sigma_M \rho_{IM}}{2\sigma_M}$$

Y como ambos activos dependen del mismo factor de riesgo y se mueven en la misma dirección siempre se puede inferir que $\rho_{IM} = \rho_{AM}$ de manera que:

$$\beta_I = \frac{1}{2}\frac{\sigma_A \sigma_M \rho_{AM}}{\sigma_M} = \frac{1}{2}\beta_A$$

Luego se tiene que por CAPM:

$$E(r_A) = r_f + \beta_A(R_M - r_f) \rightarrow \beta_A = 1.5$$

Y el retorno esperado del instrumento I debiese ser:

$$E(r_I) = r_f + \frac{1}{2}\beta_A(R_M - r_f) = 12.5\%$$

b) Como el instrumento I no paga dividendos se tiene que el precio del futuro a un año será de:

$$F = 100MM \cdot (1 + r_f) = 105MM$$

6.-

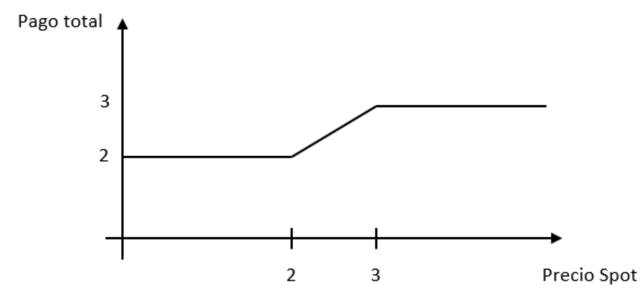
a) La empresa desea asegurarse de no vender su cobre bajo 2USD y financiar esta política en parte decidiendo tampoco vender sobre 3USD. Para esto lo que debería hacer es comprar una opción de venta (PUT) con strike en 2USD y vender una opción de compra (CALL) con strike en 3USD. Sin embargo en este mercado no hay PUTs por lo que se debe armar una con CALLs y futuros. Debido a la paridad CALL, PUT se tiene que:

$$P = C - F$$

De esta manera la estrategia final consiste en por cada unidad de cobre a vender:

- Comprar una CALL con strike en 2USD
- Tomar una posición corta en un futuro con precio de ejercicio 2USD
- Vender una CALL con strike en 3USD

b) El pago total a recibir el próximo año por cada unidad de cobre producida más el portafolio de opciones se puede graficar de la siguiente forma:



7.

Se tiene que:

$$Max\ E(R_p) - \frac{1}{2}K\sigma_p^2$$

a. Se debe resolver el siguiente problema de optimización:

$$Max\ \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{Z} - \frac{1}{2}K\boldsymbol{W}^T\Sigma\boldsymbol{W}$$
$$s.a.\ \ \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{1} = 1$$

Para ello en primer lugar se plantea el Lagrangeano y se igualan sus derivadas a cero:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{W}^T\boldsymbol{Z} - \frac{1}{2}K\boldsymbol{W}^T\Sigma\boldsymbol{W} + \boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{W}^T\boldsymbol{1} - 1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{W}} = \boldsymbol{Z} - \frac{1}{2}K(2\Sigma)\boldsymbol{W} + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{1} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{W}} = \boldsymbol{Z} + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{1} = K\Sigma\boldsymbol{W}$$
$$\boldsymbol{W}^* = \frac{\Sigma^{-1}(\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{\lambda}\mathbf{1})}{K}$$
$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{W}^T\mathbf{1} - 1 = 0$$
$$\boldsymbol{W}^{*T}\mathbf{1} = 1$$
$$\mathbf{1}^T\boldsymbol{W}^* = 1$$

Luego resolviendo del sistema de ecuaciones anterior se puede obtener:

$$\frac{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z}}{K} + \frac{\boldsymbol{\lambda}}{K}\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1} = 1$$
$$\frac{\boldsymbol{\lambda}}{K}\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1} = 1 - \frac{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z}}{K}$$
$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{1 - \frac{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z}}{K}}{\frac{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1}}{K}}$$

Reemplazando en la proporción optima queda:

$$\boldsymbol{W}^* = \frac{\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z} + \left(\frac{1 - \frac{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z}}{K}}{\frac{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1}}{K}}\right)\Sigma^{-1}\mathbf{1}}{K}$$

$$\boxed{\boldsymbol{W}^* = \frac{\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z}}{K} + \left(\frac{1 - \frac{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z}}{K}}{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1}}\right)\Sigma^{-1}\mathbf{1}}$$

b. Si $k \to \infty$, entonces se tiene que:

$$\boldsymbol{W}^* = 0 + \left(\frac{1-0}{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1}}\right)\Sigma^{-1}\mathbf{1}$$
$$\boxed{\boldsymbol{W}^* = \frac{\Sigma^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1}}}$$

c.

$$W^* = \frac{\begin{bmatrix}\sigma_A^2 & 0\\ 0 & \sigma_B^2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}}{[1\ 1]\begin{bmatrix}\sigma_A^2 & 0\\ 0 & \sigma_B^2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}}$$

Pero,

$$\begin{bmatrix}\sigma_A^2 & 0\\ 0 & \sigma_B^2\end{bmatrix}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix}\sigma_B^2 & 0\\ 0 & \sigma_A^2\end{bmatrix}}{\begin{vmatrix}\sigma_A^2 & 0\\ 0 & \sigma_B^2\end{vmatrix}}$$

Entonces,

$$W^* = \frac{\frac{\begin{bmatrix}\sigma_B^2 & 0\\ 0 & \sigma_A^2\end{bmatrix}}{\begin{vmatrix}\sigma_A^2 & 0\\ 0 & \sigma_B^2\end{vmatrix}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}}{[1\ 1]\frac{\begin{bmatrix}\sigma_B^2 & 0\\ 0 & \sigma_A^2\end{bmatrix}}{\begin{vmatrix}\sigma_A^2 & 0\\ 0 & \sigma_B^2\end{vmatrix}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix}\sigma_B^2\\ \sigma_A^2\end{bmatrix}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

$$W^* = \begin{bmatrix} W_A \\ W_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \\ \dfrac{\sigma_A^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \end{bmatrix}$$

d. De (a) se tiene que:

$$\boldsymbol{W}^* = \frac{\Sigma^{-1}\boldsymbol{Z}}{K} + \left(\frac{1 - \frac{\boldsymbol{1}^T \Sigma^{-1} \boldsymbol{Z}}{K}}{\boldsymbol{1}^T \Sigma^{-1} \boldsymbol{1}} \right) \Sigma^{-1}\boldsymbol{1}$$

$$\boldsymbol{W}^* = \frac{\begin{bmatrix} 1/\sigma_A^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_A \\ Z_B \end{bmatrix}}{K} + \left(\frac{1 - \dfrac{[1\ 1] \begin{bmatrix} 1/\sigma_A^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_A \\ Z_B \end{bmatrix}}{K}}{[1\ 1] \begin{bmatrix} 1/\sigma_A^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} \right) \begin{bmatrix} 1/\sigma_A^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W}^* = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} Z_A/\sigma_A^2 + \sigma_B^2 \left(\dfrac{K - Z_A/\sigma_A^2 - Z_B/\sigma_B^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \right) \\ Z_B/\sigma_B^2 + \sigma_A^2 \left(\dfrac{K - Z_A/\sigma_A^2 - Z_B/\sigma_B^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \right) \end{bmatrix}$$

e.

$$\boldsymbol{W}^* = 2 \begin{bmatrix} 0{,}1/0{,}04 + 0{,}09 \left(\dfrac{0{,}5 - 0{,}1/0{,}04 - 0{,}2/0{,}09}{0{,}04 + 0{,}09} \right) \\ 0{,}2/0{,}09 + 0{,}04 \left(\dfrac{0{,}5 - 0{,}1/0{,}04 - 0{,}2/0{,}09}{0{,}04 + 0{,}09} \right) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W}^* = 2 \begin{bmatrix} 2{,}5 + 0{,}09 \left(\dfrac{0{,}5 - 2{,}5 + 2{,}\overline{2}}{0{,}04 + 0{,}09} \right) \\ 2{,}\overline{2} + 0{,}04 \left(\dfrac{0{,}5 - 2{,}5 + 2{,}\overline{2}}{0{,}04 + 0{,}09} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 + 0{,}18 \left(\dfrac{0{,}\overline{2}}{0{,}13} \right) \\ 4{,}\overline{4} + 0{,}08 \left(\dfrac{0{,}\overline{2}}{0{,}13} \right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 + 0{,}18 \left(\dfrac{-4{,}\overline{2}}{0{,}13} \right) \\ 4{,}\overline{4} + 0{,}08 \left(\dfrac{-4{,}\overline{2}}{0{,}13} \right) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W}^* = \begin{bmatrix} 5 - 5{,}846 \\ 4{,}\overline{4} - 2{,}5982 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}846 \\ 1{,}846 \end{bmatrix}$$