**Pontificia Universidad Católica de Chile**
**Ingeniería Industrial y de Sistemas**
**ICS-3413 FINANZAS**
Prof. G. Cortazar

# PAUTA INTERROGACIÓN 4/EXAMEN 2018

1.- [Máx 24 pts.] Algunos Conceptos Básicos: (1.5 puntos por pregunta)

Responda cada una de las siguientes preguntas independientes y justifique:

a) No. Si la tasa de interés es mayor, entonces se incentiva el ahorro (el dinero vale más en el tiempo 2 que en 1). Por lo tanto, se esperaría un menor consumo en el tiempo 1 y un mayor consumo en tiempo 2.

b) No, ya que de acuerdo el Teorema de Fisher: "*la decisión de inversión estará guiada únicamente por un criterio objetivo (VAN), sin tener en cuenta las preferencias subjetivas de los individuos, que están vinculadas a sus decisiones de consumo*"

c)

$$100 = \frac{10}{r}$$
$$r = 0{,}1$$
$$P_{acción} = 100 \cdot (1 + 0{,}1)^{\frac{1}{2}} = 104{,}8809$$

d) Si ya que el Proyecto A tiene mayor TIR, y este indicador da cuenta de la rentabilidad anual por peso invertido.

e) Si, ya que el VAN del Proyecto A es mayor que el del B

f)

$$\frac{114}{100} = \left(1 + \frac{X}{4}\right)^4$$
$$X = 13{,}32\%$$

g) Es fácil ver que el Bono C es una combinación lineal del Bono A y B, por tanto su duración es tambien una combinación lineal (convexa) de los dos bonos. Además la duración de los bonos de descuento es igual a su plazo, por tanto:

$$D(A) < D(C) < D(B)$$

h) Dado que estamos hablando de un inversionista típico, este es averso al riesgo y por tanto elegirá el de menor riesgo, es decir, volatilidad, debido a que no conoce el signo que tendrá el cambio en la tasa de interés. El de menor volatilidad corresponde al de menor duración, esto es, el Bono A.

i) Por el CAPM se sabe que el retorno esperado para el activo A ($r_A$) será positivo, pero no se puede concluir con certidumbre si el retorno del activo para el próximo año será positivo.

j)

$$F = S \cdot \left(\frac{1 + r_{CLP}}{1 + r_{US}}\right)^t = 600 \cdot \left(\frac{1 + \left(\frac{100}{95} - 1\right)}{1 + \left(\frac{100}{97} - 1\right)}\right)^{\frac{1}{2}} = 606{,}2829$$

k) Si la empresa no tenía deuda inicialmente, entonces inicialmente el capital es 1000 y después de entregar los dividendos el valor del capital es:

$$Capital = 1000 - \frac{500}{2} = 750$$

l) Ambas empresas poseen los mismos activos en la misma cantidad. Sin embargo, como una parte de los activos de la empresa B están financiados con deuda, entonces el capital utilizado para financiar los activos de la empresa B es menor al utilizado por la empresa A. Por lo tanto, las acciones de B tienen menor precio que las acciones de A.

Por otro lado, dado que ambas empresas poseen los mismos activos en la misma cantidad, se puede concluir que estos activos entregarán la misma rentabilidad. Como la empresa A no tiene deuda, entonces el retorno esperado de las acciones es igual al retorno esperado que entregarán los activos. En cambio, la empresa B tiene deuda y acciones. Como la deuda tiene prioridad de pago ante la ley en caso de quiebra, su riesgo es menor y los retornos asociados a la deuda es menor que los retornos exigidos por los accionistas (que están expuestos a un riesgo mayor). En consecuencia, la empresa B tiene sus acciones con un mayor retorno esperado.

m) El precio de una acción es \$100. La empresa pagará un dividendo de \$10. El impuesto a los ingresos por dividendos es TD y el impuesto a la ganancia de capital es TC. Determine el precio de la acción después del pago de los dividendos en dos casos: i) si TD=TC=20% ; ii) Si TD=20% y TC=10%.

**R.** El precio después del pago de dividendos ($Precio_{Después}$) se calcula en base al precio antes del pago de dividendos ($Precio_{Antes}$) de la siguiente forma:

$$Precio_{Después} = Precio_{Antes} - Div \cdot (1 - \tau_d)/((1 - \tau_c) = 100 - 10 \cdot \frac{0.2 - 1}{0.2 - 1} = 90$$

$$Precio_{Después} = Precio_{Antes} - Div \cdot (1 - \tau_d)/((1 - \tau_c) = 100 - 10 \cdot \frac{0.2 - 1}{0.1 - 1} = 91{,}1$$

n) Si es posible, pero debiera cumplirse que:

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$
$$\rho_{AB} = 1$$

o) No es posible, ya que tendría que cumplirse que:

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$
$$\rho_{AB} = 3$$

Pero esto no es posible, ya que $\rho_{AB} \in [-1,1]$

p) Si, es posible, pues en un mercado con un activo libre de riesgo, todos los portafolios eficientes son cualquier combinación del libre de riesgo y el de mercado, por lo tanto la combinación de dos portafolios eficientes también es eficiente

---

**2.- [Máx 26 pts.] Más Conceptos Básicos (2 puntos por pregunta)**

Responda cada una de las siguientes preguntas independientes y justifique:

a) Se debe igualar el VAN de ambos proyectos en el infinito:

$$VAN(A) = VAN\,(B)$$
$$100 + \frac{100}{0,1} = X + \frac{X}{(1,1)^2 - 1}$$
$$X = 190,\overline{90}$$

**Otra alternativa:** Evaluar ambos proyectos con plazo a $t = 2\ años$

$$VAN(A) = VAN\,(B)$$
$$100 + \frac{100}{1,1} = X$$
$$X = 190,\overline{90}$$

b) Los flujos de caja corresponden a:

$$Flujos = 100 \cdot (1 - 0,27) + 20 \cdot 0,27 - 40 = 38,4$$

c) Los flujos para posiciones largas en CALL, PUT y forward son respectivamente $\max\,(S - K; 0)$, $\max\,(K - S; 0)$ y $S - K$. Las posiciones cortas en estos derivados son iguales en magnitud pero tiene signo inverso. Luego:

$$Flujo = \max(200 - 100; 0) - \max(150 - 200; 0) + (200 - 90) = 210$$

d) Se puede despejar $x$ al igualar la utilidad esperada para ambos fondos:

$$0,5 \cdot \ln\big(100 \cdot (1 + 0,1)\big) + 0,5 \cdot \ln\big(100 \cdot (1 + 0,2)\big)$$
$$= x \cdot \ln\big(100 \cdot (1 + 0,3)\big) + (1 - x) \cdot \ln\,(100 \cdot (1 + 0.05))$$

$$x = 0,42152$$

e) Se puede despejar el máximo C al igualar la utilidad esperada para las alternativas con y sin seguro.

$$\ln\big((100 - C) \cdot (1 + 0,15)\big) = 0,5 \cdot \ln\big(100 \cdot (1 + 0,1)\big) + 0,5 \cdot \ln\big(100 \cdot (1 + 0,2)\big)$$

$$C = 0,094563$$

f) La recta eficiente está formada pro los puntos:

$$Activo\ libre\ de\ riesgo = (0; 0{,}1)$$
$$Activo\ A = (0{,}2; 0{,}15)$$

La pendiente de la recta es:

$$m = \frac{0{,}15 - 0{,}1}{0{,}2 - 0} = \frac{1}{4}$$

Como el Activo B también es eficiente, entonces debe pertenecer a esta recta

$$m = \frac{1}{4} = \frac{X - 0{,}1}{0{,}3 - 0}$$
$$X = 0{,}175$$

g) Se sabe que:

$$\beta_i = \frac{Cov(i, M)}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{iM} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_M}{\sigma_M^2} = \rho_{iM} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

Por CAPM para el activo A

$$0{,}15 = 0{,}1 + \beta_A \cdot (r_M - 0{,}1)$$
$$\beta_A = 0{,}6 \cdot \frac{0{,}2}{\sigma_M}$$

Entonces:

$$0{,}15 = 0{,}1 + 0{,}6 \cdot \frac{0{,}2}{\sigma_M} \cdot (r_M - 0{,}1) \qquad \text{(Ecuación 1)}$$

Por CAPM para el activo B

$$X = 0{,}1 + \beta_B \cdot (r_M - 0{,}1)$$
$$\beta_B = 0{,}8 \cdot \frac{0{,}3}{\sigma_M}$$

Entonces:

$$X = 0{,}1 + 0{,}8 \cdot \frac{0{,}3}{\sigma_M} \cdot (r_M - 0{,}1) \qquad \text{(Ecuación 2)}$$

Al sustituir $\frac{r_m - 0{,}1}{\sigma_m} = Y$, entonces las ecuaciones 1 y 2 quedan con 2 incógnitas. Resolviendo se obtiene $X = 0{,}2$

h) Se utiliza Black CAPM

Es necesario encontrar un activo que tenga covarianza nula con el mercado, conocido como el activo beta cero, cuyo retorno será $r_z$.

Note que cualquier combinación entre portafolios eficientes (A y B) puede ser elegida como portafolio de mercado .

Si se elige A como el portafolio de mercado, B sería el activo beta cero, ya que su covarianza con A es nula.

Así el beta del activo C será:

$$\beta_C = \rho_{C,A} \cdot \frac{\sigma_C}{\sigma_A} = 0{,}7 \cdot \frac{0{,}4}{0{,}2} = 1{,}4$$

Por Black CAPM, el retorno esperado para C, $r_C$:

$$r_C = r_B + \beta_C(r_A - r_B)$$
$$r_C = 0{,}1 + 1{,}4 \cdot (0{,}15 - 0{,}1) = 0{,}17$$

i) Sea $r_E$ el retorno del patrimonio (acciones) y $r_D$ el de la deuda.

$$15 = \frac{2}{r_E}$$
$$r_E = \frac{2}{15}$$

El total de patrimonio es de $E = 15 \cdot 100 = 1.500$
En el caso de la deuda:

$$950 = \frac{50}{r_D}$$
$$r_D = \frac{1}{19}$$

El total de deuda es de $D = 950$

De esta manera:

$$r_{WACC} = \frac{1}{19} \cdot \frac{950}{950 + 1.500} \cdot (1 - 0{,}27) + \frac{2}{15} \cdot \frac{1.500}{950 + 1.500} = 0{,}09653$$

j) De acuerdo a la ecuación contable

$$3000 = 1000 + PAT$$
$$PAT = 2000$$

Calculando el retorno para el oro, se tiene que:

$$r_{oro} = 0{,}1 + 1{,}2 \cdot (0{,}2 - 0{,}1)$$
$$r_{oro} = 0{,}22$$

Como el oro es el único activo, $r_{acivos} = r_{oro}$

$$r_{acivos} = 0{,}1 \cdot \frac{1000}{3000} + r_E \cdot \frac{2000}{3000}$$
$$r_E = 0{,}28 = r_{acciones}$$

k)

- El año pasado el activo A pagó $10$
- Este año el activo A paga $10 \cdot 1{,}1$
- El año que viene el activo pagará $10 \cdot 1{,}1^2$
- Con el precio podemos conocer $r$

$$100 = \frac{10(1{,}1)^2}{r - c} = \frac{10(1{,}1)^2}{r - 0{,}1}$$
$$r = 0{,}221$$
$$P_A = 10(1{,}1)^2 + \frac{10(1{,}1)^3}{0{,}221 - 0{,}1} = 122{,}1$$

l) Del primer bono obtengo $r_1$

$$90 = \frac{100}{1 + r_1}$$

$$r_1 = \frac{1}{9}$$

**Alternativa 1**: El bono debiera ganar $r_1$ por lo que el precio justo es

$$X = 78 \cdot \frac{100}{90} = 86,\overline{66}$$

**Alternativa 2:** Del segundo puedo obtener $r_2$

$$78 = \frac{100}{(1 + r_2)^2}$$
$$r_2 = 0,132277$$

Con ambas tasas se puede calcular la tasa forward:

$$(1 + r_2)^2 = (1 + r_1)(1 + f_{12})$$
$$f_{12} = \frac{(1 + r_2)^2}{(1 + r_1)} - 1$$
$$f_{12} = \frac{2}{13}$$

Por lo tanto,

$$X = \frac{100}{1 + f_{12}} = \frac{100}{\frac{15}{13}} = 86,\overline{66}$$

m) Del Bono B puedo obtener $r_1$

$$92 = \frac{100}{1 + r_1}$$
$$r_1 = \frac{2}{23}$$

Del Bono C puedo obtener $r_2$

$$75 = \frac{100}{(1 + r_2)^2}$$
$$r_2 = 0,1547$$

Con esto se tiene que:

$$B_A = \frac{5}{1 + r_1} + \frac{105}{(1 + r_2)^2} = 83,35$$

---

**3.- [Máx 10 puntos]**

a) Del enunciado se desprende que la función de utilidad de los habitantes del pueblo es $U = 1,5 \cdot C_0 + C_1$. En el **Gráfico 1** se muestra el consumo actual (sin mercado de capitales) y el consumo óptimo cuando el Banco comience a funcionar. La pendiente de la curva de mercado de capitales es $-(1 + r) = -1,10$. Notar que el consumo óptimo esta restringido por el límite de supervivencia (línea negra segmentada).

**Gráfico 1.** Consumo óptimo bajo un mercado de capitales

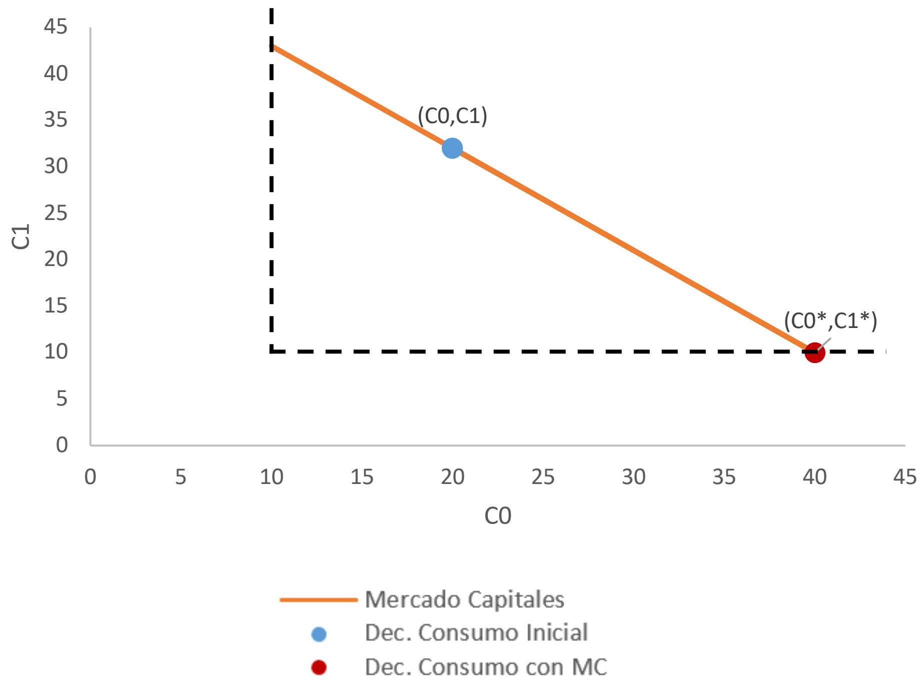


**Tabla 1.** Consumo óptimo bajo un mercado de capitales

| | $(C_0, C_1)$ | Utilidad |
|---|---|---|
| **Consumo Inicial sin MC** | (20, 32) | 62 |
| **Consumo Óptimo con MC** | (40, 10) | 70 |

Se tiene que la existencia de un mercado de capitales supone una utilidad adicional de 8 puntos por habitante, lo que equivale a un consumo hoy adicional de $5,\overline{3}$. De este modo, para que los habitantes queden efectivamente mejor sin un Banco, se deberían repartir $5,\overline{3}\ \mathrm{N} = 80$. Este valor impone el máximo subsidio que el Gobierno podría entregar al Banco para evitar la objeción de la oposición.

b) Es necesario calcular el beneficio que le genera al Banco la existencia de un *spread* entre las tasas. Cuando no existe r1, el Banco debiera prestar 40 - 20 = 20 a cada uno de los 15 habitantes.

Por otro lado, cuando el Banco puede aumentar la tasa de interés a r1 = 0,12 a quienes deseen pedir préstamos, los habitantes que se comportan según el **Gráfico 2.** Además, el nuevo consumo óptimo se reporta en la **Tabla 2**.

**Gráfico 2.** Mercado de Capitales con tasa de depósito y préstamo distintas

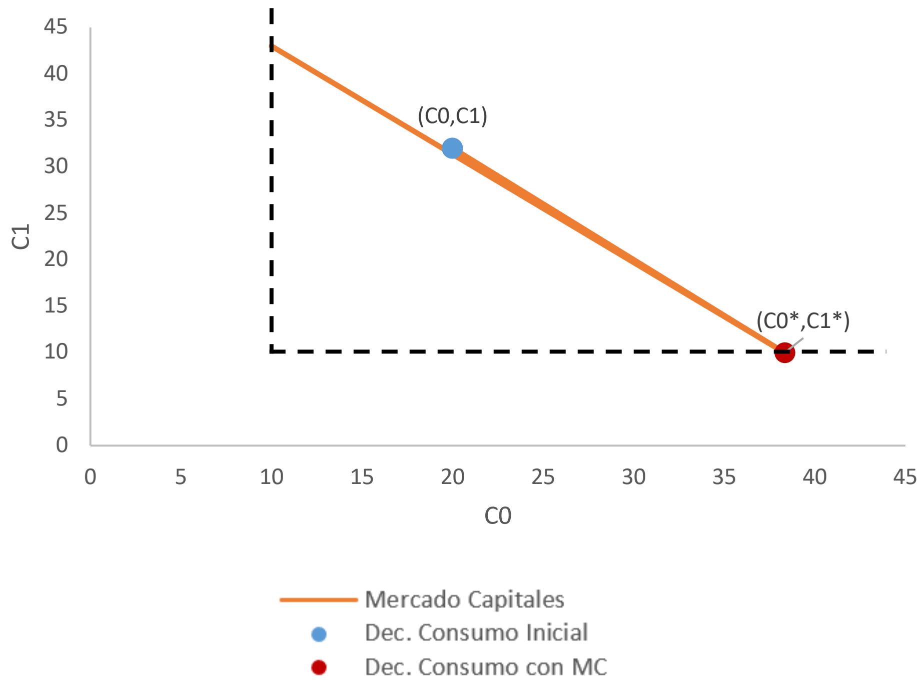


**Tabla 2.** Consumo óptimo bajo un mercado de capitales con distintas tasas

| | $(C_0; C_1)$ | Utilidad |
|---|---|---|
| Consumo Inicial sin MC | (20; 32) | 62 |
| Consumo Óptimo con MC | (39,642857;10) | 69,46423 |

Notar que bajo este nuevo escenario el Banco entrega $N = 15$ préstamos por 39,642857 – 20 = 19,642857. De este modo, al aumentar la tasa de préstamo, el Banco presta menos y gana lo mismo al periodo siguiente. Por lo tanto, el beneficio adicional de la existencia del *spread* está dado por la riqueza que el Banco deja de prestar, es decir,

$$15\,(20\;-19{,}642857)\;=\;5{,}357$$

Finalmente, dado que el beneficio de usar la tasa r1 es menor al subsidio de 24 entregado por el Gobierno, al Banco le conviene la opción del subsidio.

---

**4.-** a) [Máx. 5 puntos] Al momento de la constitución de la empresa (T=0) se invirtió $250, para obtener al término del año una utilidad de $40. Por lo tanto, el ROE antes del anuncio es:

$$ROE = \frac{Utilidades}{Capital\ Contable}$$
$$ROE = \frac{40}{250} = 0{,}16$$

Por otro lado, como la política de dividendos de la compañía consiste en repartir el 100% de las utilidades, entonces la empresa no presenta crecimiento.

$$g = b \cdot ROE$$
$$g = 0 \cdot 0{,}16 = 0$$

Sabemos que en T=1 (antes del anuncio, pero después del primer pago de dividendos de la compañía) el precio de la acción era \$400 y los dividendos ($D$) correspondían al 100% de las utilidades. Entonces, el precio de la acción corresponde al valor presente de una perpetuidad:

$$Precio\ Acción = \frac{D}{r-g}$$
$$400 = \frac{40}{r-0} \rightarrow r = 0{,}1$$

Después del anuncio cambia la valorización de las acciones de la empresa. Desde ahora se reinvertirá un 40% de las utilidades, por lo que el próximo dividendo (en T=2) será:

$$D^* = 0{,}6 \cdot 40 = 24$$

Sin embargo, esta inversión generará crecimiento:

$$g = b \cdot ROE$$
$$g = 0{,}4 \cdot 0{,}16 = 0{,}064$$

Por lo tanto, el precio de la acción después del anuncio es:

$$Precio\ Acción = \frac{D^*}{r-g}$$
$$Precio\ Acción = \frac{24}{0{,}1-0{,}064} = 666,\bar{6}$$

b) **[Máx 5 puntos]** En T=2 se comienza a reinvertir parte de las utilidades, por lo que entre T=2 y T=4 las utilidades crecerán a una tasa $g$. Posteriormente la compañía no presentará crecimiento. Se deben considerar dos políticas de dividendo: una cuando la empresa crece y otra cuando no. Entonces, el precio en T=1 estaría dado por:

$$Precio\ Acción = \frac{D_2}{1+r} + \frac{D_3}{(1+r)^2} + \frac{1}{(1+r)^2} \cdot \left(\frac{D_4}{r}\right)$$
$$Precio\ Acción = \frac{(1-b_1) \cdot 24}{1+r} + \frac{(1-b_1) \cdot 24 \cdot (1+g)}{(1+r)^2} + \frac{(1-b_2) \cdot 24 \cdot (1+g)^2}{r \cdot (1+r)^2}$$

Donde $b_1$ y $b_2$ es la política de distribución de dividendos mientras la empresa crece y mientras no, respectivamente. El resto del ejercicio se puede resolver de 2 formas:

<u>Alternativa 1:</u>
Dado que $TIR > r$, mientras la empresa pueda crecer es óptimo reinvertir todas las utilidades. Luego, cuando la empresa no crezca es óptimo repartir todas las utilidades en forma de dividendos. Por lo tanto, $b_1 = 1$ y $b_2 = 0$. Entonces, dado $g = 0{,}16$, se tiene

$$Precio\ Acción = \frac{0}{1+r} + \frac{0}{(1+r)^2} + \frac{24 \cdot (1+0{,}16)^2}{r \cdot (1+r)^2} = 266{,}8959$$

<u>Alternativa 2:</u>

Se puede notar que el precio de la acción es decreciente en $b_2$ para cualquier valor de $b_1$. Luego el precio máximo necesariamente requiere $b_2 = 0$. Entonces el precio de la acción se reduce a

$$Precio\ Acción = \frac{(1-b_1)\cdot 24}{1+r} + \frac{(1-b_1)\cdot 24\cdot(1+b_1\cdot ROE)}{(1+r)^2} + \frac{24\cdot(1+b_1\cdot ROE)^2}{r\cdot(1+r)^2}$$

$$Precio\ Acción = 240 + 24{,}9917\cdot b_1 + 1{,}90413\cdot b_1^2$$

Notar que la función es creciente en el intervalo $[0{,}1]$ y por lo tanto se obtiene un óptimo en $b_1 = 1$. De este modo el precio de la acción es

$$Precio\ Acción = \frac{0}{1+r} + \frac{0}{(1+r)^2} + \frac{24\cdot(1+0{,}16)^2}{r\cdot(1+r)^2} = 266{,}8959$$

---

5. [Máx 10 puntos]

Se ocupa la fórmula de Black & Scholes. Primero calculamos los $d_1$ y $d_2$:

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot T}{\sigma\cdot\sqrt{T}} = \frac{ln\left(\frac{100}{120}\right) + \left(ln(1{,}05) + \frac{0{,}2^2}{2}\right)\cdot\frac{6}{12}}{0{,}2\cdot\sqrt{\frac{6}{12}}} = -1{,}046$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\cdot\sqrt{T} = -1{,}187$$

Luego los N($d_1$) y N($d_2$) son:

$$N(d_1) = 0{,}1478$$
$$N(d_2) = 0{,}1175$$

Con esto, la fórmula de Black & Scholes arroja:

$$C = S\cdot N(d_1) - K\cdot e^{-rT}\cdot N(d_2) = 100\cdot 0{,}1478 - 120\cdot e^{-\ln(1{,}05)*\frac{6}{12}}\cdot 0{,}1175 = 1{,}019$$

[Se pueden utilizar aproximaciones para los valores de $N(d_1)\ y\ N(d_2)$ ]

---

6.

a) [Máx 5 puntos] Primero es necesario calcular el VAN para la empresa A.

Para ello es necesario conocer el beta de los activos, a través de la ponderación entre deuda y capital:

$$\beta_{Activos} = \frac{5}{6}\cdot 0{,}4 + \frac{1}{6}\cdot 1{,}8$$
$$\beta_{Activos} = \frac{19}{30}$$

Usando CAPM, se tiene que:

$$r_{activos} = 0,05 + \frac{19}{30} \cdot (0,15 - 0,05) = \frac{17}{150}$$

Con esto se puede calcular el VAN para la empresa A.

$$VAN_A = \frac{500 \cdot 10.000 - 3.000.000}{1 + r_{activos}} = 1.796.407,186$$

Con esto podemos calcular el $r_{producto}$, dividiendo el flujo para A entre sus costos fijos que rentan $r_f$,y los ingresos que rentan $r_{producto}$

$$1.796.407,186 = \frac{500 \cdot 10.000}{1 + r_{producto}} - \frac{3.000.000}{1 + r_f}$$

$$r_{producto} = 0,07445$$

Para el caso de la Empresa B, al no tener costos fijos y solo costos variables, todo su flojo (costos e ingresos) depende del producto, por tanto:

$$r_{activos} = r_{producto}$$

De esta manera el VAN para la empresa B.

$$VAN_B = \frac{500 \cdot (10.000 - 6.000)}{1 + r_{producto}} = 1.861.420,017$$

El valor de la empresa B es mayor, ya que se encuentra menos apalancada (financia menos su proyecto con deuda).

b) [Máx 5 puntos] Primero es necesario calcular por CAPM, el retorno de la deuda, $r_D$

$$r_D = 0,05 + 0,2 \cdot (0,15 - 0,05) = 0,07$$

Luego, se tiene que:

$$r_{WACC} = r_{producto} = 0,07445$$

Se puede usar que:

$$r_{WACC} = \frac{2}{3} \cdot 0,07 + \frac{1}{3} \cdot r_E = 0,07445$$

$$r_E = 0,08335$$

Que corresponde al retorno de las acciones de la empresa B.