Pontificia Universidad Católica de Chile
Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS-3413 FINANZAS
Prof. G. Cortazar

PAUTA INTERROGACIÓN 1

PREGUNTA 1

[20 puntos]

Clase Ejecutiva

a) Verdadero
b) Verdadero
c) Verdadero

Libro

d) Verdadero
e) Falso
f) Falso

Noticias de El Mercurio

g) Verdadero
h) Falso (excedentes de Codelco han alcanzado su mayor nivel desde el año 2013)
i) Falso (se conoce como OPA a una opción pública de adquisición de acciones)

PREGUNTA 2

a) [3 puntos] Luego de la caída de la tasa de interés, el valor presente del depósito es $121/(1+0{,}05)^2 = 109{,}751$. Por su parte, la oferta de anulación tiene un valor presente igual a $X/(1+0{,}05)$ más la devolución del depósito, igualando ambos valores se llega a:

$$\frac{X}{1{,}05} + 100 = \frac{121}{1{,}05^2}$$
$$X = 10{,}238$$

b) [4 puntos] Para que los 4 bonos sean equivalentes es necesario igualar la tasa de interés compuesta anual equivalente de los bonos. Dicha tasa está dada por

$$r_A = \left(1 + \frac{X}{2}\right)^2 - 1$$
$$r_B = (1 + Y)^{12} - 1$$
$$r_C = e^Z - 1$$
$$r_D = \frac{100}{90} - 1 = 11{,}111\%$$

Igualando r_A, r_B y r_C con r_D se obtiene

$$X = 10{,}819\ (\%)$$
$$Y = 0{,}882\ (\%)$$
$$Z = 10{,}536\ (\%)$$

c) [3 puntos] Se debe igualar el valor presente de mejorar el prototipo con el valor presente de la alternativa propuesta por la Compañía:

$$\frac{1}{1 + 0{,}1}\left(-80 + \frac{X}{0{,}1}\right) = 100$$
$$X = 19$$

PREGUNTA 3

a) [7 puntos] Es necesario antes calcular las tasas de rentabilidad y de crecimiento del sueldo de forma mensual:

$$R = rentabilidad\ mensual\ real\ de\ los\ fondos = (1{,}03)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}00247$$
$$g = crecimiento\ mensual\ real\ del\ sueldo = (1{,}04)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0{,}00327$$

De acuerdo con el enunciado el Fondo de pensión incluye lo ahorrado más la rentabilidad. Para ello es importante notar que el monto ahorrado en i renta $n - i$, con n el total de meses de cotización.

En el caso del hombre ahorra durante $30 \cdot 12\ meses = 360\ meses$.

$$Fondo\ de\ pensión_H = \sum_{i=1}^{360} 0{,}1 \cdot \left(1.000.000 \cdot (1 + g)^{i-1}\right) \cdot (1 + R)^{360-i}$$

Desarrollando esta expresión:

$$
\begin{aligned}
Fondo\ de\ pensión_H &= 0{,}1 \cdot 1.000.000 \sum_{i=1}^{360} (1+g)^{i-1} \cdot (1+R)^{360-i} \\
&= 0{,}1 \cdot 1.000.000 \sum_{i=1}^{360} (1+g)^{i-1} \cdot (1+R)^{-i} \cdot (1+R)^{360} \\
&= 0{,}1 \cdot 1.000.000 \cdot (1+R)^{360} \cdot \sum_{i=1}^{360} (1+g)^{i-1} \cdot (1+R)^{-i} \\
&= 0{,}1 \cdot 1.000.000 \cdot (1+R)^{360} \cdot \sum_{i=1}^{360} \frac{(1+g)^{i-1}}{(1+R)^{i}}
\end{aligned}
$$

Que corresponde a la expresión de un VAN con crecimiento g ,tasa de descuento R y primera cuota igual a $0{,}1 \cdot 1.000.000 \cdot (1+R)^{360}$por tanto:

$$
Fondo\ de\ pensión_H = 0{,}1 \cdot 1.000.000 \cdot (1+R)^{360} \cdot \frac{1-\left(\frac{1+R}{1+g}\right)^{-360}}{R-g}
$$

$$
Fondo\ de\ pensión_H = \ 101.073.108
$$

En el caso de la mujer, ella ahorra durante $20 \cdot 12\ meses = 240\ meses$

$$
Fondo\ de\ pensión_M = \sum_{i=1}^{240} 0{,}1 \cdot \left(1.000.000 \cdot (1+g)^{i}\right) \cdot (1+R)^{240-i}
$$

$$
Fondo\ de\ pensión_M = 0{,}1 \cdot 1.000.000 \cdot (1+R)^{240} \cdot \frac{1-\left(\frac{1+R}{1+g}\right)^{-240}}{R-g}
$$

$$
Fondo\ de\ pensión_M = \ 47.681.264
$$

Nota. Dado que se piden valores en pesos de sueldo inicial, es válido mezclar flujos nominales con flujos reales. Una forma más ortodoxa de desarrollar el ejercicio sería:

1. Asumir un sueldo inicial X en UF.
2. Desarrollar el ejercicio considerando las tasas reales.
3. Convertir el resultado a pesos del sueldo inicial usando la relación entre X y el sueldo inicial en pesos.

El procedimiento planteado conduce al mismo resultado obtenido previamente.

b) [5 puntos] Ahora note que se tiene la siguiente expresión para el cálculo de la pensión mensual:

$$Pensión\ M._{H} \cdot \frac{1-(1+R)^{-240}}{R} = Fondo\ de\ pensión_{H}$$
$$Pensión\ M._{M} \cdot \frac{1-(1+R)^{-360}}{R} = Fondo\ de\ pensión_{M}$$

Esto quiere decir que el Valor Presente de la Pensión mensual deber ser igual al Fondo de pensión, según corresponda a si es hombre o mujer y considerando el tiempo de vida luego de pensionarse respectivamente. De esta expresión se puede obtener las pensiones mensuales en cada caso:

$$Pensión\ M._{H} = \ \ 558.503$$
$$Pensión\ M._{M}\ \ 199.987$$

c) [3 puntos] Como se quieren igualar la pensión mensual ($Pensión\ M._{H} = Pensión\ M._{M}$) entre ambos géneros, se tiene

$$Pensión\ M._{H} \cdot \frac{1-(1+R)^{-360}}{R} = Fondo\ de\ pensión_{M} + B$$
$$B = Pensión\ M._{H} \cdot \frac{1-(1+R)^{-360}}{R} - \ Fondo\ de\ pensión_{M}$$
$$B = \ 85.478.264$$

PREGUNTA 4

a) Del enunciado se desprende que la función de utilidad de los habitantes del pueblo es $U = 2C_0 + C_1$. En el **Gráfico 4.1** se muestra el consumo actual (sin mercado de capitales) y el consumo óptimo cuando el Banco comience a funcionar. La pendiente de la curva de mercado de capitales es $-(1+r) = -1{,}10$. Notar que el consumo óptimo esta restringido por el límite de supervivencia (línea negra segmentada). En la **Tabla 4.1** se resumen los resultados para este caso.

Gráfico 4.1. Consumo óptimo bajo un mercado de capitales

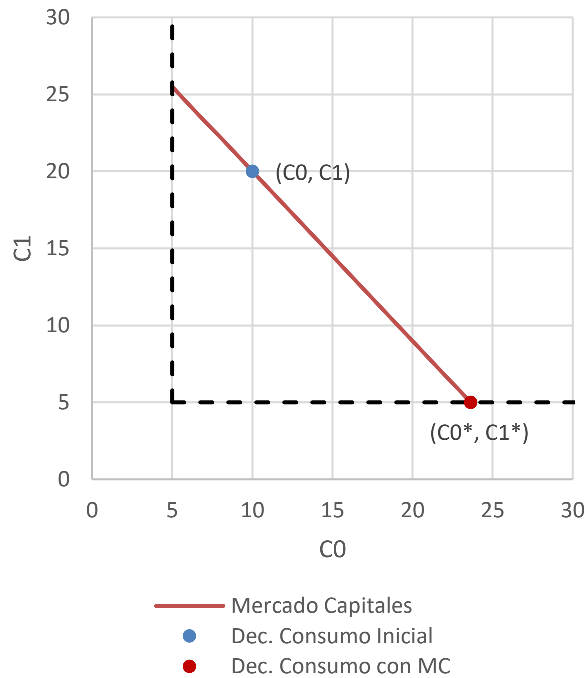


Tabla 4.1. Consumo óptimo bajo un mercado de capitales

	(C_0, C_1)	Utilidad
Consumo Inicial sin MC	(10, 20)	40
Consumo Óptimo con MC	(23.6365, 5)	52.2727

Se tiene que la existencia de un mercado de capitales supone una utilidad adicional de 12,2727 puntos por habitante, lo que se traduce en un consumo hoy de 6,1364. De este modo, para que los habitantes queden efectivamente mejor sin un Banco, se deberían repartir $6{,}1364\ \mathrm{N} = 61{,}3636$. Este valor impone el máximo subsidio que el Gobierno podría entregar al Banco para evitar la objeción de la oposición.

Asignación de puntaje

[2 puntos] Definir la función de utilidad

[2 puntos] Consumo óptimo: coordenadas y utilidad

[4 puntos] Calcular y justificar el subsidio máximo

b) Es necesario calcular el beneficio que le genera al Banco la existencia de un *spread* entre las tasas. Cuando no existe r1, el Banco debiera prestar 23,6365 – 10 = 13,6365 a cada uno de los 10 habitantes.

Por otro lado, cuando el Banco puede funcionar con dos tasas de interés, los habitantes se comportan según el **Gráfico 4.2.** Además, el nuevo consumo óptimo se reporta en la **Tabla 4.2**.

Gráfico 4.2. Mercado de Capitales con tasa de depósito y préstamo distintas

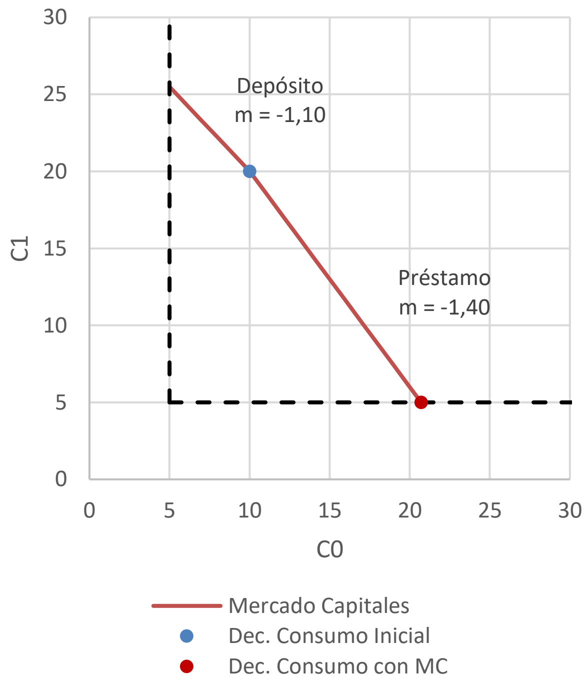


Tabla 4.2. Consumo óptimo bajo un mercado de capitales con distintas tasas

	(C_0, C_1)	Utilidad
Consumo Inicial sin MC	(10, 20)	40
Consumo Óptimo con MC	(20.7143, 5)	46.4286

Notar que bajo este nuevo escenario el Banco entrega $N = 10$ préstamos por 20,7143 – 10 = 10,7143. De este modo, al aumentar la tasa de préstamo, el Banco presta menos y gana lo mismo al periodo siguiente. Por lo tanto, el beneficio adicional por la existencia del *spread* está dado por la riqueza que el Banco deja de prestar, es decir,

$$10 \cdot (13{,}6365 - 10{,}7143) = 29{,}221$$

Finalmente, dado que el beneficio de usar la tasa r1 es menor al subsidio de 30 entregado por el Gobierno, al Banco le conviene esta última opción.

Asignación de puntaje

[2 puntos] Consumo óptimo bajo la tasa r1: coordenadas y utilidad

[2 puntos] Calcular préstamo con tasa r y préstamo con tasa r1

[3 puntos] Definir el beneficio adicional del spread y justificar la decisión óptima

PREGUNTA 5

Respecto al cálculo de la Maquinaria A, existe una parte de costos anuales que se mantienen constantes, por tanto

$$-20 \cdot \left(\frac{1-1{,}1^{-5}}{0{,}1}\right) = -75{,}81574$$

Ahora se deben calcular ciclos de 5 años para la Maquinaria A, debido a que su inversión inicial decrece anualmente. Esto es

$$\begin{aligned}
VAN_{t=0} &= -100 + -75{,}81574 = -175{,}81574 \\
VAN_{t=5} &= -100 \cdot 0{,}95^{5} + -75{,}81574 = -153{,}19383 \\
VAN_{t=10} &= -100 \cdot 0{,}95^{10} + -75{,}81574 = -135{,}68943 \\
VAN_{t=15} &= -100 \cdot 0{,}95^{15} + -75{,}81574 = -122{,}14486 \\
VAN_{t=20} &= -100 \cdot 0{,}95^{20} + -75{,}81574 = -111{,}66433
\end{aligned}$$

Respecto a la Maquinaria B, en este caso, al no haber cambios en los costos, el VAN siempre es el mismo en cualquiera de los 5 periodos cada 5 años. En efecto:

$$VAN_B = -100 - 10 \cdot \left(\frac{1-1{,}1^{-5}}{0{,}1}\right) = -137{,}90787$$

A partir de esto se deben elegir para cada periodo de 5 años, la Maquinaria de menor costo actualizado, así

$$\begin{aligned}
VAN_{t=0} &= -137{,}90787\ (B) \\
VAN_{t=5} &= -137{,}90787\ (B) \\
VAN_{t=10} &= -135{,}68943\ (A) \\
VAN_{t=15} &= -122{,}14486\ (A) \\
VAN_{t=20} &= -111{,}66433\ (A)
\end{aligned}$$

Llevando esta combinación óptima de tecnologías a valor presente se obtiene

$$VAN = -137{,}90787 + \frac{-137{,}90787}{(1{,}1)^5} + \frac{-135{,}68943}{(1{,}1)^{10}} + \frac{-122{,}14486}{(1{,}1)^{15}} + \frac{-111{,}66433}{(1{,}1)^{20}}$$
$$= -321{,}69066$$

Ahora se puede calcular el VAN de la tecnología con *outsourcing*

$$VAN_{outsourcing} = -M - M \cdot \frac{1-(1{,}1)^{-24}}{0{,}1} = -9{,}98474\, M$$

El cual se iguala al VAN obtenido previamente para determinar el máximo M que hace óptimo el contrato de *outsourcing*

$$-321{,}69066 = -9{,}98474M$$
$$M = 32{,}21822$$

Asignación de puntaje

[2 puntos] Definir bien el van de A para cada ciclo

[2 puntos] Definir bien el van de B para cada ciclo

[2 puntos] Definir cuales se eligen para cada periodo, bien justificado

[2 puntos] Encontrar el van del proyecto

[2 puntos] Encontrar el valor de M, outsourcing

PREGUNTA 6

Si se ordenan los proyectos de acuerdo con su rentabilidad se obtiene lo siguiente:

Tabla 6.1. Resumen de proyectos disponibles

Lugar	Proyecto	Flujo en T0	Flujo en T1	Rentabilidad	Inversión	C0	C1
					0	1000	0
1°	5	-200	350	75%	200	800	350
2°	3	-400	600	50%	600	400	950
3°	1	-500	700	40%	1100	-100	1650
4°	2	-500	650	30%	1600	-600	2300
5°	4	-800	1000	25%	2400	-1400	3300

Se tiene que el punto de inversión óptima es $(C_0^*,\ C_1^*) = (-100, 1650)$. Para que esto sea cierto se debe cumplir $r \in (0.3, 0.4]$, de modo que el proyecto 1 sea rentable y el proyecto 2 no.

A partir de la decisión de inversión se puede obtener el patrón de consumo resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial U/\partial C_0}{\partial U/\partial C_1} = \frac{2C_1}{C_0} = 1 + r \tag{1}$$

$$\frac{C_1^* - C_1}{C_0^* - C_0} = -(1 + r) \tag{2}$$

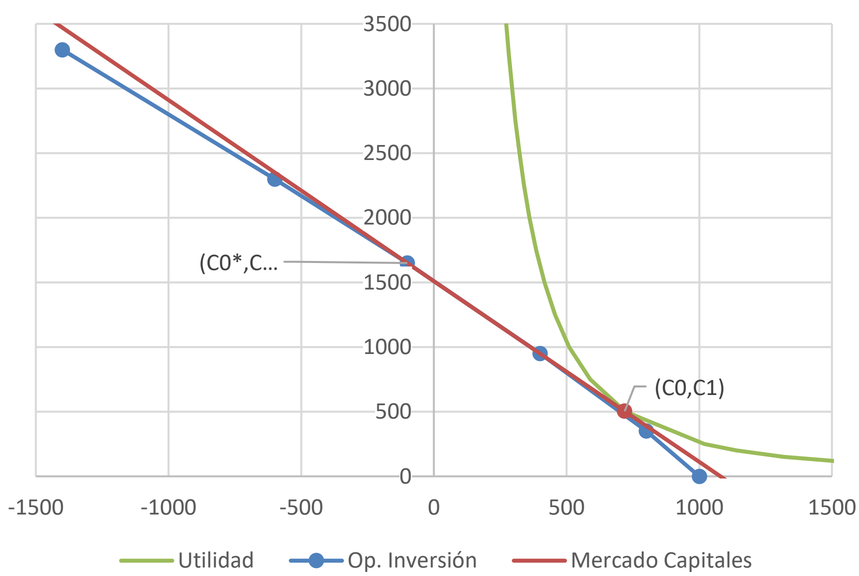
Con lo que se obtiene

$$C_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{C_1^* + C_0^*(1 + r)}{(1 + r)}$$
$$C_1 = \frac{C_1^* + C_0^*(1 + r)}{3}$$

Si $r = 0,3$, entonces $C_0 = 779.4872$ y $C_1 = 506.6667$. Por otro lado, si $r = 0.40$, se tiene $C_0 = 719.0476$ y $C_1 = 503.3333$. El nivel de endeudamiento viene dado por $D = C_0 - C_0^*$ y, por lo tanto, el rango de endeudamiento es $D \in [819.15, 879.49)$

En el **Gráfico 6.1** se grafica la situación para $r = 40\%$

Gráfico 6.1. Resultado gráfico para $r = 40\%$



Asignación de puntaje

[2 puntos] Definir un orden de inversión y establecer que se invierte en los proyectos 5, 3 y 1

[2 puntos] Establecer la condición $r \in (0.3, 0.4]$

[3 puntos] Caracterizar el patrón de consumo óptimo

[3 puntos] Establecer el rango de deuda que debe tener el agente