Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
Profesor: Gonzalo Cortázar

ICS3413 — Finanzas

Pauta I1

2 de Octubre 2020

Problemas resueltos considerando $g = 0$.

Solución Problema 1 [15 puntos]

i. El valor presente de este proyecto es:

$$\text{VAN} = -500 + \frac{1100 \cdot (1+g)}{1.1} = -500 + 1000 + 1000 \cdot g$$

$$\text{VAN} = 500 + 1000 \cdot (1+g) = 500$$

[2 puntos] puntos, 1 por darse cuenta que no era replicable, 1 por calcular el VAN

ii. En este caso tenemos un proyecto replicable [1 punto] por lo que primero se calcula el VAN de realizar el proyecto una vez:

$$\text{VAN}_1 = -500 + \frac{X}{(1+0,1)^5} \quad \text{[1 punto]}$$

Luego, se calcula el VAN de realizar el proyecto infinitas veces:

$$\text{VAN} = \text{VAN}_1 + \frac{\text{VAN}_1}{(1+0,1)^5} + \dots$$

$$\text{VAN} = \sum_{i=0}^{\infty} \text{VAN}_1 \left(\frac{1}{(1+0,1)^5} \right)^i \quad \text{[1 punto]}$$

$$\text{VAN} = \text{VAN}_1 \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{(1+0,1)^5}} \right)$$

$$500 = \left(-500 + \frac{X}{(1+0,1)^5} \right) \cdot 2,638$$

$$\implies X = 1110,507 \quad \text{[1 punto]}$$

iii. Se calcula el VAN a partir los flujos para este proyecto, considerando que tanto el pago realizado hace un año como el compromiso de pago firmado para el año 2 son costos hundidos (no se consideran para el calculo del VAN) [2 puntos] 1 punto por cada costo hundido. Así, tomando en consideración las probabilidades de éxito en el año 3 se tiene que el VAN es:

$$\text{VAN} = \frac{0,25 \cdot Y + 0,75 \cdot 0.1Y}{1,1^3} \quad \text{[1 punto]}$$

Como se sabe que el VAN debe ser igual al valor del proyecto 1, se iguala a este valor y se despeja Y:

$$\frac{Y \cdot (0,25 + 0,75 \cdot 0,1)}{1,1^3} = 500$$

$$Y = 500 \cdot \frac{1,1^3}{0,325} \quad \text{[1 punto]}$$

$$Y = 2047,69$$

iv. En este caso se tiene que el VAN del proyecto es:

$$\text{VAN} = -250 + \frac{Ze^{0,4\sqrt{t}}}{(1+0,1)^t} \quad \text{[1 punto]}$$

Al observar esta función se observa que hay dos variables Z y t. Sin embargo, se tiene que el valor del VAN es creciente a medida que aumenta Z y decreciente a medida que aumenta t. Por lo que se quiere encontrar un Z y un t tal que su valor sea máximo en el caso de Z y mínimo en el caso de t que obtenga un VAN igual a 500, para esto primero se calculará la tasa anual compuesta continua:

$$(1 + 0,1) = e^{r_{ACC}}$$

$$r_{ACC} = 0,0953 \quad \text{[1 punto]}$$

Con esto el VAN es:

$$\text{VAN} = -250 + \frac{Ze^{0,4\sqrt{t}}}{e^{0,0953t}}$$

Luego, para encontrar los valores se deriva el VAN con respecto a t:

$$\frac{\partial \text{VAN}}{\partial t} = Z \cdot e^{0,4\sqrt{t}} \cdot 0,4 \cdot 0,5 \cdot t^{-0,5} \cdot e^{0,0953t} - Z \cdot e^{0,4\sqrt{t}} \cdot 0,0953 \cdot e^{0,0953t} \quad \text{[1 punto]}$$

$$0 = 0,4 \cdot 0,5 \cdot t^{-0,5} \cdot \; - 0,0953$$

$$\frac{0,0953}{0,4 \cdot 0,5} = t^{-0,5}$$

$$t = 4,4033 \quad \text{[1 punto]}$$

Finalmente, el valor de Z está dado por:

$$500 = -250 + \frac{Ze^{0,4\sqrt{4,4033}}}{e^{0,0953 \cdot 4,4033}}$$

$$Z = 492,9196 \quad \text{[1 punto]}$$

Solución Problema 2 [15 puntos]

Para maximizar la utilidad del individuo, su consumo en $T = 1$ debe ser 100. Dado esto para el individuo será importante ahorrar para conseguir su consumo en $T = 1$ y lo restante consumirlo en $T = 0$. Por lo tanto, la tasa relevante será la tasa de captación.

a) El consumo en $T = 1$ será 100 ($C_1 = 100$) [0.5 puntos]. Para calcular el consumo debemos calcular la inversión óptima y lo que ahorra el individuo.

La inversión óptima estará dada en el punto en que la Tasa de Transformación iguale a la tasa de captación:

$$TMT = -(1 + r_{\text{cap}})$$

$$-\frac{dy}{dx} = -(1 + r_{\text{cap}})$$

$$-\frac{25}{100 - C_0 + 1} = -(1 + 0,05)$$

$$-25 = -105 + 1,05C_0 - 1,05$$

$$C_0^* = 77,19 \quad \text{[0.5 puntos]}$$

$$\text{Inversión}^* = 100 - 77,19 = 22,81$$

Con esta inversión el consumo en $T = 1$ será:

$$C_1^* = 25 \ln(22,81 + 1)$$

$$C_1^* = 79,25 \quad \text{[0.5 puntos]}$$

Una vez que tenemos la inversión óptima se deben calcular los consumos del individuo en base a su preferencia. Para lograr que el consumo en $T = 1$ sea 100 el individuo debe ahorrar en $T = 0$:

$$\frac{100 - 79,25}{1 + r_{\text{cap}}} = 19,76$$

Luego el consumo en $T = 0$ será:

$$C_0 = 77,19 - 19,76$$
$$C_0 = 57,43 \quad \text{[0.5 puntos]}$$

b) La inversión es:

$$\text{Inversión}^* = 100 - 77,19 = 22,81 \quad \text{[2 puntos]}$$

c) Para calcular este valor se debe conocer la utilidad del individuo sin proyectos. Sin proyectos el individuo debe ahorrar para asegurar su consumo de 100 en $T = 1$:

$$\frac{100}{1 + 0,05} = 95,24 \quad \text{[1 punto]}$$

Luego su consumo en $T = 0$ será:

$$C_0 = 100 - 95,24$$
$$C_0 = 4,76 \quad \text{[0.5 puntos]}$$

La diferencia de utilidad será:

$$\Delta U = 57,43 - 4,76$$
$$\Delta U = 52,67 \quad \text{[0.5 punto]}$$

d) Dado que se debe endeudar la tasa relevante corresponde a la tasa de colocación [0.5 puntos]:

$$TMT = -(1 + r_{\text{col}}) \quad \text{[0.5 puntos]}$$
$$-\frac{dy}{dx} = -(1 + r_{\text{col}})$$
$$\frac{-25}{X + 1} = -1,15$$
$$X = \frac{25 - 1,15}{1,15}$$

$$X = 20,74 \quad [0.5 \text{ puntos}]$$

Este valor corresponde a la inversión en t=0. El retorno que genera este proyecto en t = 1 será:

$$y = 25 \cdot \ln(20,74 + 1)$$

$$y = 76,98 \quad [0.5 \text{ puntos}]$$

La disposición a pagar será el valor presente de los flujos involucrados en el proyecto:

$$\text{Disposición a pagar} = -20,74 + \frac{76,98}{1,15} = 46,2 \quad [1 \text{ punto}]$$

e) Dado que se debe endeudar la tasa relevante corresponde a la tasa de captación [0.5 puntos]:

$$TMT = -(1 + r_{\text{cap}})[0.5 \text{ puntos}]$$

$$-\frac{dy}{dx} = -(1 + r_{\text{cap}})$$

$$\frac{-25}{x+1} = -1,05$$

$$x = \frac{25 - 1,05}{1,05}$$

$$x = 22,81 \quad [0.5 \text{ puntos}]$$

Este valor corresponde a la inversión en t = 0. El retorno (que se percibe en t=1) es:

$$y = 25 \cdot \ln(22,81 + 1)$$

$$y = 79,25 \quad [0.5 \text{ puntos}]$$

La disposición a pagar será el valor presente de los flujos involucrados en el proyecto:

$$\text{Disposición a pagar} = -22,81 + \frac{79,25}{1,05} = 52,67 \quad [1 \text{ punto}]$$

f) Para que el comprador no se vea perjudicado por realizar todos los proyectos es necesario ponernos en dos situaciones: el comprador realiza los proyectos óptimo y el comprador realiza todos los proyectos. Luego, el costo de realizar los proyectos no rentables estará dado por la diferencia de ambas situaciones.

Si hace la inversión óptima el valor presente neto de esta inversión es:

$$-22,81 + \frac{25 \cdot \ln(22,81 + 1)}{1 + r_{cap}} = 52,67 \quad [1 \text{ punto}]$$

Si se realizan todos los proyectos el valor presente neto de esta inversión es:

$$-100 + \frac{25 \cdot \ln(100+1)}{1 + r_{cap}} = 9,88 \quad \text{[1 punto]}$$

Por lo tanto, al realizar todos los proyectos el comprador se vería perjudicado por un monto equivalente a la diferencia de estos valores:

$$\text{realizar proyectos no óptimos} = 52,67 - 9,88 = 42,78 \quad \text{[1 punto]}$$

Finalmente, el subsidio que le debe pagar el gobierno es $42,78.

Solución Problema 3 [20 puntos]

a) La tasa de descuento que se debe aplicar a estos proyectos corresponde a la tasa WACC. Para esto se calculará la deuda emitida por la empresa y su capital.

El valor de mercado de la deuda emitida es D = 90.000 MM [0.5 puntos], mientras que el capital es E = 1.100 · 100 MM 110.000 MM [0.5 puntos]. Ahora que se sabe la deuda y capital de la empresa es posible calcular el WACC:

$$r_{\mathrm{WACC}} = r_{\mathrm{E}} \cdot \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E} + \mathrm{D}} + r_{\mathrm{D}} \cdot (1 - \tau) \cdot \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{E} + \mathrm{D}}$$

[1.5 puntos] si no consideró los impuestos 0.5 puntos

$$r_{\mathrm{WACC}} = 0,15 \cdot \frac{110}{200} + 0,04 \cdot (1 - 0,27) \cdot \frac{90}{200}$$

$$r_{\mathrm{WACC}} = 0,0956 \quad \text{[0.5 punto]}$$

La tasa de descuento que se debe aplicar a estos proyectos es: 9,56 %.

b) Para calcular que proveedor es más conveniente se deben considerar los flujos de caja que se generan producto de la compra, la depreciación de los equipos y si venta.

Para el caso del **proveedor A** se tiene que el flujo de caja es:

$$\text{Flujo de Caja} = -\$\ \text{Compra} + \sum_{i=1}^{6} \frac{\text{Depreciación}_i \cdot \tau}{(1+r)^i} + \frac{\$\ \text{Venta} \cdot (1-\tau) + \$\text{Libro} \cdot \tau}{(1+r)^6}$$

[2.5 puntos]

$$\text{Flujo de Caja} = -1000 + \sum_{i=1}^{6} \frac{100 \cdot \tau}{(1+r)^i} + \frac{300 \cdot (1-\tau)}{(1+r)^6} + \frac{(1000 - 100 \cdot 6) \cdot \tau}{(1+r)^6}$$

$$\text{Flujo de Caja} = -1000 + 119,1239 + 126,6286 + 62,447$$

$$\text{Flujo de Caja} = -691,8005 \quad [0.5 \text{ puntos}]$$

Para el caso del **proveedor B** se tiene que el flujo de caja es:

$$\text{Flujo de Caja} = -\$\ \text{Compra} + \sum_{i=1}^{10} \frac{\text{Depreciación}_i \cdot \tau}{(1+r)^i} - \frac{\$\ \text{Compra}}{(1+r)^3} + \frac{1}{(1+r)^3} \sum_{i=1}^{10} \frac{\text{Depreciación}_i \cdot \tau}{(1+r)^i}$$

[2.5 puntos]

$$\text{Flujo de Caja} = -470 + \sum_{i=1}^{10} \frac{47 \cdot \tau}{(1+r)^i} - \frac{470}{(1+r)^3} + \frac{1}{(1+r)^3} \sum_{i=1}^{10} \frac{47 \cdot \tau}{(1+r)^i}$$

$$\text{Flujo de Caja} = -827,3895 + 79,4705 + \frac{79,4705}{(1+0,0956)^3}$$

$$\text{Flujo de Caja} = -687,4894 \quad [0.5 \text{ punto}]$$

En este caso el proveedor que recomendaría sería el proveedor B ya que genera un mayor flujo de caja [1 punto].

c) Para calcular el VP de los costos de estudios es necesario diferenciar aquellos costos que se ven afectados por la decisión de realizar el proyecto de aquellos que no. Primero se tiene un costo de $100 MM hace un año, los que no dependen de la realización del proyecto, por ende corresponden a un costo hundido [1 punto]. Luego está el compromiso de pagar en T = 0 $50MM más si ganan la licitación o $20MM si no la ganan, en este caso se tiene en caso de ganar la licitación se deben pagar $30 MM y en caso de ganar o perder la licitación se deben pagar $20MM. Por lo tanto, $30 MM sí dependen de la decisión de realizar o no el proyecto y los $20MM no por lo que corresponderán a un costo hundido [1 punto]. Luego, el valor presente de los costos de estudio es $30 MM [1 punto].

d) El monto máximo a ofrecer para comprar el proyecto P en la licitación corresponde al valor presente de los flujos descontados.

Los flujos a considerar son los siguientes:

- Ingresos de \$ 500 en los años 1 al 6.
- Costos de \$ 50 en los años 1 al 6, por dejar de realizar el proyecto que estaba haciendo Juan.
- Depreciación calculada en b).
- Inversión \$ 30.

$$\text{Flujo de Caja} = -30 + \sum_{i=1}^{6} \frac{(500)\cdot(1-\tau)}{(1+r)^i} - \sum_{i=1}^{6} \frac{(50)\cdot(1-\tau)}{(1+r)^i} - 687,4894$$

[6 puntos] 0.5 por inversión, 0.5 depreciación, 2 por los ingresos, 3 por los costos. Si consideran el sueldo de Juan de forma incorrecta 2 puntos en los costos.

$$\text{Flujo de Caja} = -30 + 1449,3413 - 687,4894$$

$$\text{Flujo de Caja} = 731,8519 \quad \text{[1 punto]}$$

Por lo tanto, el monto máximo a pagar serían \$731,8519 MM.

Solución Problema 4 [20 puntos]

Alternativa 1

Para que a la persona le convenga el retiro del 10 %, debe cumplirse que:

$$(\text{Situación sin } 10\,\%) \leq (\text{Situación con } 10\,\%)$$

$$6 \leq 3,6 + \text{Valor presente } 10\,\%$$

$$2,4 \leq \text{Valor presente } 10\,\% \quad \text{[5 punto]}$$

El valor presente del monto del 10 % considerando el cobro anual por comisiones a una tasa c es:

$$\text{Valor presente } 10\,\% = \frac{4\cdot(1-c)^{20}(1+r)^{20}}{(1+r)^{20}}$$

$$\text{Valor presente } 10\,\% = 4 \cdot (1-c)^{20} \quad \text{[5 puntoss]}$$

Reemplazando en la desigualdad anterior:

$$2,4 \leq 4 \cdot (1-c)^{20} \quad \text{[5 puntos]}$$
$$\left(\frac{2,4}{4}\right)^{1/20} \leq (1-c)$$
$$c \leq 0,0252 \quad \text{[5 puntos]}$$

Por lo tanto, para que el individuo esté indiferente la comisión de la AFP debe ser igual a 2,52 %.

Alternativa 2

Para que a la persona le convenga retirar sus fondos, el beneficio tributario debe ser mayor que el valor presente de las comisiones que recibirá la AFP por el depósito. [5 puntos]

La comisión de la AFP en los próximos 20 años será:

Periodo	**Comisión**
1	$4 \cdot (1+r) \cdot c$
2	$[4 \cdot (1+r) \cdot (1-c)] \cdot (1+r) \cdot c$ $= 4 \cdot (1+r)^2 \cdot (1-c) \cdot c$
3	$[4 \cdot (1+r)^2 \cdot (1-c)^2] \cdot (1+r) \cdot c$ $= 4 \cdot (1+r)^3 \cdot (1-c)^2 \cdot c$
...	...

Luego, el valor presente de las comisiones que recibirá la AFP será:

$$\sum_{i=1}^{20} \frac{4 \cdot (1+r)^i \cdot (1-c)^{i-1} \cdot c}{(1+r)^i} \quad \text{[5 puntos]}$$

$$= \sum_{i=1}^{20} 4 \cdot (1-c)^{i-1} \cdot c$$

$$= 4 \cdot c \sum_{j=0}^{19} (1-c)^j$$

$$= 4 \cdot c \frac{1-(1-c)^{20}}{1-(1-c)}$$

$$= 4 \cdot (1-(1-c)^{20})$$

Igualando la expresión anterior al beneficio tributario se tiene:

$$
\begin{gathered}
4 \cdot (1 - (1 - c)^{20}) = 1,6 \quad \text{[5 puntos]} \\
\implies 4 - 4(1 - c)^{20} = 1,6 \\
\implies 2.4 = 4(1 - c)^{20} \\
1 - 0,6^{1/20} = c \\
\implies c = 0,0252 \quad \text{[5 puntos]}
\end{gathered}
$$

Por ambas alternativas de resolución se llega a que la comisión anual máxima c para que a la persona le convenga el retiro del 10 % es un 2,52 %.