Pontificia Universidad Católica de Chile
Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS-3413 FINANZAS
Prof. G. Cortázar

PAUTA INTERROGACIÓN 3

PREGUNTA 1
[Puntaje Máximo: 20 puntos]

Clase Ejecutiva

a) Verdadero
b) Falso. La gestión activa es más cara que la gestión pasiva, pues está última requiere un mínimo esfuerzo administrativo.
c) Verdadero
d) Falso. *Familiarity bias* se refiere a la tendencia de invertir en firmas conocidas por el inversionista.
e) Verdadero
f) Verdadero

Libro

g) Falso. El Índice de Incertidumbre Económica se construye "considerando la mención de la palabra 'incertidumbre' asociada a la economía que aparece en las publicaciones de prensa".
h) Falso. El IMACEC es el indicador mensual de actividad económica.
i) Verdadero
j) Verdadero

PREGUNTA 2
[Puntaje Máximo: 10 puntos, 1pt por cada pregunta]

a) No. P1 y P2 pueden estar ubicados en distintos lugares de la frontera eficiente y por tanto tendrían distinta volatilidad. La eficiencia no implica igual beta, por ende, pueden tener distinta volatilidad.

b) No. Recordar que el beta mide el riesgo no diversificable, y no se refiere al riesgo diversificable. Por tanto, las volatilidades (que incluye ambos tipos de riesgo) no necesariamente son iguales.

c) No. Recordando la fórmula de correlación entre x e y ,se tiene que:

$$\rho_{xy} = \frac{COV(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

Por tanto, si la $Corr(B,M)$ es mayor que la $Corr(A,M)$ se puede deber a que la volatilidad de B es menor que la de A o que la covarianza entre B y el mercado es mayor. De este modo, no se puede concluir lo señalado.

d) Sí. Note que B al tener menor retorno, tiene un menor beta y por tanto menor riesgo no diversificable que A. Pero la volatilidad de B es mayor que la de A, por tanto, debe tener mayor riesgo diversificable que A.

e) No. Note que no se tiene información sobre la volatilidad de B. Recordar que estos en conjunto (y en alguna proporción) pueden replicar la tasa libre de riesgo, pero esto no implica que su volatilidad sea cero. Otra forma de verlo es que, si A y B tienen un retorno libre de riesgo, su beta es cero y por tanto no poseen riesgo sistemático, pero si pueden tener riesgo diversificable.

f) Sí. Para que un portafolio compuesto por dos activos, uno de ellos con volatilidad mayor a cero, tenga riesgo igual a cero, necesariamente deben correlacionar 1 o -1. De esta manera es posible que la volatilidad de uno de los activos se "neutralice" completamente con la volatilidad del otro activo.

g) Sí. Note que todos los portafolios eficientes estarán en la Línea del Mercado de Capitales. Por tanto tendrán la misma pendiente, es decir, el cociente entre el premio por riesgo del portafolio y la volatilidad de este será igual para todos los portafolios.

h) No. Si es eficiente en su forma débil implica que los precios pasados ya están incluidos en el precio de hoy, pero NO se puede concluir que los resultados contables puedan o no afectar el precio de la acción (solo se puede decir que no afectan si se supiera que el mercado es eficiente en su forma semi-fuerte)

i) Sí. El oro es un *commodity* eminentemente financiero, por tanto, se estima que no posee retorno por conveniencia

j) No. No se puede afirmar que el precio de la CALL sea mayor o menor que el precio de una PUT puesto que depende del valor del subyacente.

PREGUNTA 3
[Puntaje Máximo: 10 puntos]

a) Calculando para cada grupo el retorno y volatilidad del mercado (note que $\rho_{12} = 0$):

$$r_m{}^A = w_1^A r_1 + w_2^A r_2 = 0{,}28$$
$$\sigma_m{}^A = (w_1^A \sigma_1)^2 + (w_2^A \sigma_2)^2 + 2 w_1^A w_2^A \rho_{21} \sigma_1 \sigma_2 = 0{,}005284$$

$$r_m{}^B = w_1^B r_1 + w_2^B r_2 = 0{,}24$$
$$\sigma_m{}^B = (w_1^B \sigma_1)^2 + (w_2^B \sigma_2)^2 + 2 w_1^B w_2^B \rho_{21} \sigma_1 \sigma_2 = 0{,}002196$$

b) Recordando la fórmula para calcular el beta, para el grupo i, se tiene:

$$\beta_{Act1}{}^i = \frac{Cov(r_1, r_m)}{\sigma^i{}_m{}^2} = \frac{Cov(r_1, w_1^i r_1 + w_2^i r_2)}{\sigma^i{}_m{}^2} = \frac{w_1^i \sigma_1{}^2 + w_2^i \rho_{21} \sigma_1 \sigma_2}{\sigma^i{}_m{}^2}$$

$$\beta_{Act1}{}^A = \frac{w_1^A \sigma_1{}^2 + 0}{(\sigma^A{}_m)^2} = 1{,}22634$$

$$\beta_{Act1}{}^B = \frac{w_1^B \sigma_1{}^2 + 0}{(\sigma^A{}_m)^2} = 1{,}47541$$

c) Se puede utilizar Black CAPM, ya que no se posee un activo libre de riesgo. Es necesario encontrar un activo Z cuya correlación (o covarianza) sea cero con el mercado, para cada uno de los mercados (relacionados a cada grupo) considerados:

Para el mercado del Grupo A se tiene que:

$$\begin{aligned} Cov(r_{ZA}, r_{MA}) &= Cov(r_1 w_{1ZA} + r_2 w_{2ZA}, r_1 w_{1A} + r_2 w_{2A}) \\ &= w_{1ZA} w_{1A} \sigma_1{}^2 + w_{1ZA} w_{2A} \rho_{21} \sigma_1 \sigma_2 + w_{2ZA} w_{1A} \rho_{21} \sigma_1 \sigma_2 + w_{2ZA} w_{2A} \sigma_2{}^2 \end{aligned}$$

Pero $\rho_{21} = 0$, y $1 - w_{1ZA} = w_{2ZA}$. Entonces:

$$\begin{aligned} Cov(r_{ZA}, r_{MA}) &= w_{1ZA} w_{1A} \sigma_1{}^2 + (1 - w_{1ZA}) w_{2A} \sigma_2{}^2 \\ &= w_{1ZA} * 0{,}8 * 0{,}0081 + (1 - w_{1ZA}) * 0{,}2 * 0{,}0025 \end{aligned}$$

Igualando a 0 se obtiene

$$w_{1ZA} = -0{,}08361$$
$$w_{2ZA} = 1 - w_{1ZA} = 1{,}08361$$

El retorno del activo Z que no correlaciona con el mercado es:

$$r_{ZA} = w_{1ZA}r_1 + (1 - w_{1ZA})r_2 = -0{,}083612 * 0{,}3 + 1{,}083612 * 0{,}2 = 0{,}19164$$

Así utilizando Black CAPM, se puede calcular el retorno de $Act1$ como

$$E[r_{Act1}] = r_{ZA} + \beta^{A}{}_{Act1}(r_{MA} - r_{ZA}) = 0{,}3$$

Para el mercado del Grupo B:

$$\begin{aligned} Cov(r_{ZB}, r_{MB}) = {} & w_{1ZB}w_{1B}\sigma_1{}^2 + (1 - w_{1ZB})w_{2B}\sigma_2{}^2 \\ & = w_{1ZA} * 0{,}4 * 0{,}0081 + (1 - w_{1ZA}) * 0{,}6 * 0{,}0025 \end{aligned}$$

Entonces,

$$w_{1ZB} = -0{,}86207$$
$$w_{2ZB} = 1 - w_{1ZB} = 1{,}86207$$

En este caso, el retorno del activo Z que no correlaciona con el mercado es:

$$r_{ZB} = w_{1ZB}r_1 + (1 - w_{1ZB})r_2 = -0{,}86206897 * 0{,}3 + 1{,}86206897 * 0{,}2 = 0{,}11379$$

De esta manera se puede calcular el retorno de $Act1$ como

$$E[r_{Act1}] = r_{ZB} + \beta^{B}{}_{Act1}(r_{MA} - r_{ZB}) = 0{,}3$$

d) Para que no se vean afectados las estimaciones anteriores del CAPM, se debe cumplir que al introducir Activo-3 en la economía, los portafolios de mercado planteados por los grupos A y B, sigan perteneciendo a la frontera eficiente.

e) Un ejemplo que cumpla con lo señalado en d), es cualquier combinación lineal entre el Activo-1 y el Activo-2 (Sirve cualquier combinación lineal propuesta)

PREGUNTA 4
[Puntaje Máximo: 10 puntos]

a) Un inversionista averso pretenderá minimizar la volatilidad de su portafolio, sujeto a un retorno fijo L. Entonces, la función por optimizar es la siguiente

$$\min \frac{1}{2} w^T \Sigma w$$

Sujeto a

$$\mathbb{I}^T w = 1$$
$$Z^T w = L$$

Donde $\Sigma \in \mathbb{R}^{N\times N}$, $L \in \mathbb{R}^{N\times 1}$, $w \in \mathbb{R}^{N\times 1}$ es el vetor de decisión y $\mathbb{I} \in \mathbb{R}^{N\times 1}$ es un vector de unos. Para establecer las condiciones de optimalidad se define el Lagrangeano como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} w^T \Sigma w + \lambda(1 - \mathbb{I}^T w) + \mu(L - Z^T w)$$

La condición de optimalidad es

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \Sigma w - \lambda \mathbb{I} - \mu Z = 0$$

Despejando w se obtiene

$$w = \lambda \Sigma^{-1} \mathbb{I} + \mu \Sigma^{-1} Z$$

Utilizando el *hint*, se premultiplica por el vector adecuado y se reemplaza en la restricción correspondiente. Multiplicando por $\mathbb{I}^T$ por la izquierda

$$\mathbb{I}^T w = \lambda \mathbb{I}^T \Sigma^{-1} \mathbb{I} + \mu \mathbb{I}^T \Sigma^{-1} Z = 1$$

Multiplicando por Z^T por la izquierda

$$Z^T w = \lambda Z^T \Sigma^{-1} \mathbb{I} + \mu Z^T \Sigma^{-1} Z = L$$

Con esto se configura un sistema de dos ecuaciones para (λ, μ), cuya solución es

$$\lambda = \frac{(Z^T \Sigma^{-1} Z) - L(\mathbb{I}^T \Sigma^{-1} Z)}{(\mathbb{I}^T \Sigma^{-1} \mathbb{I})(Z^T \Sigma^{-1} Z) - (Z^T \Sigma^{-1} \mathbb{I})^2}$$
$$\mu = \frac{L(\mathbb{I}^T \Sigma^{-1} \mathbb{I}) - (Z^T \Sigma^{-1} \mathbb{I})}{(\mathbb{I}^T \Sigma^{-1} \mathbb{I})(Z^T \Sigma^{-1} Z) - (Z^T \Sigma^{-1} \mathbb{I})^2}$$

Finalmente

$$w^* = \left(\frac{(Z^T\Sigma^{-1}Z) - L(\mathbb{I}^T\Sigma^{-1}Z)}{(\mathbb{I}^T\Sigma^{-1}\mathbb{I})(Z^T\Sigma^{-1}Z) - (Z^T\Sigma^{-1}\mathbb{I})^2}\right)\Sigma^{-1}\mathbb{I} + \left(\frac{L(\mathbb{I}^T\Sigma^{-1}\mathbb{I}) - (Z^T\Sigma^{-1}\mathbb{I})}{(\mathbb{I}^T\Sigma^{-1}\mathbb{I})(Z^T\Sigma^{-1}Z) - (Z^T\Sigma^{-1}\mathbb{I})^2}\right)\Sigma^{-1}Z$$

b) Utilizando la información del enunciado

$$Z = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

$$\Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 0.1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2^2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/0.1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/0.25^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/0.2^2 \end{pmatrix}$$

$$L = 0,2$$

Finalmente

$$w^* = \left(\frac{(5,64) - 0,2(23,2)}{(141)(5,64) - (23,2)^2}\right)\begin{pmatrix} 100 \\ 16 \\ 25 \end{pmatrix} + \left(\frac{0,2(141) - (23,2)}{(141)(5,64) - (23,2)^2}\right)\begin{pmatrix} 10 \\ 3.2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$w_P^* = \begin{pmatrix} 0,5837 \\ 0,1245 \\ 0,2918 \end{pmatrix}$$

c) La varianza está dada por

$$\sigma_P^2 = w^T\Sigma w = (0,5837 \quad 0,1245 \quad 0,2918)\begin{pmatrix} 0.1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0,5837 \\ 0,1245 \\ 0,2918 \end{pmatrix} = 0,00778210$$

Entonces, la volatilidad es $\sigma_P = 0,088216$

d) Como la volatilidad del portafolio P es menor que la volatilidad del fondo mutuo B y ambos tienen el mismo retorno esperado, se concluye que el fondo mutuo B es ineficiente.

PREGUNTA 5
[Puntaje Máximo: 10 puntos]

a) Primero se calcula el retorno esperado del oro por CAPM

$$r_{Au} = 0{,}1 + 1{,}5(0{,}2 - 0{,}1) = 0{,}25$$

Con esto podemos calcular el valor de los activos de la firma, esto es la mina:

$$VP = \frac{100 \cdot 1000 \cdot (1{,}25)}{1{,}25} - \frac{600 * 100}{1{,}1} = 45445,\overline{54}$$

Como no tiene deuda:

$$Activos = Patrimonio(E) = 45445,\overline{54}$$

Por tanto, cada acción vale:

$$P_{acción} = \frac{45445,\overline{54}}{100} = 454,\overline{54}$$

b) Note que de a) se puede obtener el retorno de los activos de la empresa, r_A (en este caso la mina de oro), como sigue:

$$\frac{100 \cdot 1000 \cdot (1{,}25) - 600 * 100}{(1 + r_A)} = 45445,\overline{54}$$
$$r_A = 0{,}43$$

Utilizando CAPM se puede llegar al $\beta_{activos}$, como sigue

$$r_A = 0{,}1 + \beta_{activos}(0{,}2 - 0{,}1) = 0{,}43$$
$$\beta_{activos} = 3{,}3$$

Este beta satisface la siguiente relación:

$$\beta_{activos} = \frac{D}{E + D} \cdot \beta_{deuda} + \frac{E}{D + E} \cdot \beta_E$$

Como no existe deuda, el beta de las acciones es igual al beta de los activos:

$$\beta_E = \beta_{activos} = 3{,}3$$

c) Si vende la mitad de sus acciones tiene un total de 50, pero ahora sus activos se dividen equitativamente entre patrimonio y deuda, es decir:

$$Deuda = \frac{Activos}{2}$$
$$Patrimonio = \frac{Activos}{2} = 22727,\overline{27}$$

Por tanto, cada acción vale

$$P_{acción} = \frac{22727,\overline{27}}{50} = 454,\overline{54}$$

d) Ocupando la misma expresión de b)

$$\beta_{activos} = \frac{D}{E+D} \cdot \beta_{deuda} + \frac{E}{D+E} \cdot \beta_E$$

Ahora como $D = E$, entonces:

$$\beta_{activos} = \frac{1}{2} \cdot \beta_{deuda} + \frac{1}{2} \cdot \beta_E$$

Note que la deuda es libre de riesgo, por tanto:

$$\beta_{deuda} = 0$$

Entonces:

$$\beta_{activos} = \frac{1}{2} \cdot \beta_E$$
$$\beta_E = 3{,}3 \cdot 2 = 6{,}6$$

PREGUNTA 6

[Puntaje Máximo: 10 puntos]

a) El retorno esperado de S se puede calcular por el CAPM como

$$r_S = r + \beta_S(r_m - r)$$

Donde $r = 5\%$ es la tasa libre de riesgo, $r_m = 15\%$ es el retorno esperado de mercado y β_S es el beta de la acción. Este último se calcula según

$$\beta_S = \frac{\rho_{SM}\sigma_S}{\sigma_M}$$

La información histórica de S y del portafolio de mercado P1 se presenta en la tabla siguiente

T	S	P1 (mercado)	r_S	r_{P1}
-2	100	1000	-	-
-1	95	980	-5,000%	-2,000%
0	103	1020	8,421%	4,0816%
		Promedio	1,7105%	1,0408%
		Varianza	0,9006%	0,1849%
		D. Estándar	9,4901%	4,3003%
		Covarianza	0,4081%	
		Correlación	1	
		Beta	2,2068	

La varianza y la covarianza se calculan con la expresión muestral (normalizar por $n-1$ en vez de n, con $n = 2$ en este caso). Con lo calculado previamente se tiene

$$r_S = 0{,}05 + 2{,}2068(0{,}15 - 0{,}05) = 27{,}0682\%$$

b) El precio esperado para un año más es

$$E(S_1) = S_0(1 + r_S) = 130{,}8802$$

c) El retorno esperado de P2 es

$$r_{P2} = 0{,}50 \cdot r + 0{,}5 \cdot r_m = 10\%$$

d) Sea y la proporción invertida en bonos, entonces el retorno esperado de P3 satisface

$$r_{P3} = y \cdot r + (1 - y) \cdot r_m = 0{,}20$$
$$y = \frac{r_m - 0{,}20}{r_m - r} = -0{,}5$$
$$(1 - y) = 1{,}5$$

Luego, P3 supone 3 posiciones largas en el portafolio de mercado, una de las cuales se financia con 1 posición corta en bonos.

e) El riesgo del portafolio P4 (20% S + x% B + (80-x)% P1) está dado por

$$\sigma_{P4}^2 = (0{,}2)^2\sigma_S^2 + (0{,}8 - x)^2\sigma_{P1}^2 + 2(0{,}2)(0{,}8 - x)\rho_{SP1}\sigma_S\sigma_{P1}$$

Dado que P1 es el portafolio de mercado se tiene $\rho_{SP1} = 1$ y $\sigma_{P1} = \sigma_m$, de acuerdo con lo calculado en a). Entonces

$$\sigma_{P4}^2 = (0{,}2\sigma_S + (0{,}8 - x)\sigma_m)^2$$
$$\sigma_{P4} = |0{,}2\sigma_S + (0{,}8 - x)\sigma_m|$$

Note que la expresión es mínima cuando $x = 1{,}2414$. De este modo, el portafolio debiera estar compuesto por 20% de S, 124,136% de bonos y -44,136%, con lo que el retorno esperado y la varianza son

$$r_{P4} = 5\%$$
$$\sigma_{P4}^2 = 0\%$$

De este modo, efectivamente el portafolio es libre de riesgo y replica un portafolio con 100% invertido en bonos.

PREGUNTA 7
[Puntaje Máximo: 10 puntos]

Se ocupa la fórmula de Black & Scholes. Primero calculamos los d_1 y d_2:

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma * \sqrt{T}} = \frac{ln\left(\frac{100}{110}\right) + \left(0{,}05 + \frac{0{,}2^2}{2}\right) \cdot \frac{18}{12}}{0{,}2 * \sqrt{\frac{18}{12}}} = 0{,}0395585$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T} = -0{,}205390$$

Luego los N(d_1) y N(d_2) son:

$$N(d_1) \approx N(0{,}04) = 0{,}5 + 0{,}0160 = 0{,}5160$$
$$N(d_2) \approx N(-0{,}21) = 1 - N(0{,}21) = 1 - (0{,}5 + 0{,}0832) = 0{,}4168$$

Con esto, la fórmula de Black & Scholes arroja:

$$C = S \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-rT} \cdot N(d_2) = 100 \cdot 0{,}5160 - 110 \cdot e^{-0{,}05*\frac{18}{12}} \cdot 0{,}4168 = 9{,}06482$$

NOTA. No se rebajará puntaje por un cálculo estimado de $N(d_1)$ y $N(d_2)$. Basta con aproximar d_1 y d_2 al punto más cercano que sí aparezca en la tabla de las normales acumulativas.