Pauta I2

Parte A

Pregunta 1 (20 puntos)

a) Falso
b) Falso
c) Falso
d) Verdadero
e) Verdadero

Pregunta 2 (20 puntos)

Para el desarrollo de esta pauta se considero un UDRUT = 20, es decir, el Rut es tal que terminaba con 2-0.

a) Debido a la reinversión las utilidades deberían crecer de acuerdo con la rentabilidad de las inversiones.

$$1000 + 1000 * 0{,}4 * (0{,}1 + {}^{20}/_{100}) = 1120$$

b) Al ser 8 cupones semestrales iguales, se puede tratar como una anualidad por 8 periodos de un semestre, solo que se debe ajustar la tasa a una semestral.
Así, lo primero es obtener la tasa:

$$(1 + \mathrm{r_s})^2 = (1 + {}^{20}/_{100})$$
$$r_s = 0{,}0954$$

Luego los cupones deben reflejar el valor presente del bono, por lo que su valor se obtiene de despejar la siguiente ecuación:

$$1000 = \frac{C}{0{,}0954}\left(1 - \frac{1}{(1{,}0954)^8}\right)$$
$$C = 184{,}316$$

Finalmente, del total del primer cupón el interés sería de acuerdo a la tasa semestral y el resto sería amortización.

$$Interés = 1000 \cdot 0{,}0954 = 95{,}4$$
$$Amortización = 184{,}316 - 95{,}4 = 88{,}916$$

c) Como el cambio de la TIR de los bonos es pequeño, basta con realizar un análisis de la duración de estos sin considerar su convexidad. El bono BA tiene mayor duración que el Bono BB, pues el bono bullet tiene pagos que hacen que su duración sea menor a 3 años, mientras que el bono a descuento tiene un duración igual a su madurez.

Los precios de los bonos que tienen mayor duración tienen mayor sensibilidad ante variaciones en la TIR, según la siguiente ecuación:

$$\frac{dP}{P} = -D \cdot dy$$

donde dP corresponde al diferencial del precio del bono y dy al diferencial de la TIR.

En este caso como aumenta la TIR el precio de ambos bonos disminuirá siendo el con mayor duración el que tiene una mayor variación, es por esto que se recomienda invertir en el bono BB.

d) Portafolio P1

$$r_{P1} = {}^{20}/_{100}$$
$$\sigma_{P1} = 0{,}2$$

Portafolio P2

$$r_{P2} = \frac{x}{100}$$
$$\sigma_{P2} = 0{,}4$$

Para que el individuo sea indiferente a ambos portafolio la rentabilidad esperada a la menor varianza posible debe ser igual:

$$RRA = -W \frac{{}^{-1}/_{W^2}}{{}^{1}/_{W}} = 1$$

$$E[r_{P1}] - {}^{1}/_{2} \cdot RRA \cdot \sigma_{P1}^2 = E[r_{P2}] - {}^{1}/_{2} \cdot RRA \cdot \sigma_{P2}^2$$
$$0{,}2 - {}^{1}/_{2} \cdot 1 \cdot 0{,}2^2 = \frac{x}{100} - {}^{1}/_{2} \cdot 1 \cdot 0{,}4^2$$
$$\rightarrow x = 26$$

e) Un portafolio con esas ponderaciones tiene una rentabilidad de 17% y una volatilidad de 9%. En este caso el portafolio propuesto es “ineficiente” ya que toma una posición corta en el activo riesgoso y larga en el libre de riesgo, esto implica que asume un premio por riesgo positivo en el pasivo y no en el activo. Además, para el mismo nivel de volatilidad existe una rentabilidad mejor.

$$r_P = 1{,}3 \cdot 0{,}2 - 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}17$$
$$\sigma_P = \sqrt{(-0{,}3)^2 \cdot (0{,}3)} = 0{,}09$$

Parte B

Pregunta 1 (20 puntos)

a) $C = \frac{1000 \cdot {}^{20}/_{100}}{1 + {}^{20}/_{100}} + \frac{1000 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})}{(1 + 0{,}02 + {}^{20}/_{100})^2} = 972{,}902$

b) $1000 = \frac{1000 \cdot {}^{20}/_{100}}{(1 + TIR)} + \frac{1000 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})}{(1 + TIR)^2}$

$1000 \cdot (1 + TIR)^2 - 200 \cdot (1 + TIR) - 1200 = 0$

$\left[(1 + TIR) - \left(1 + {}^{20}/_{100}\right)\right] \cdot [(1 + TIR) + 1] = 0$

$TIR = 20\%$

c) $D = \frac{1000 \cdot {}^{20}/_{100}}{1 + {}^{20}/_{100}} + \frac{1000 \cdot (1 + 0{,}08 + {}^{20}/_{100})}{(1 + {}^{20}/_{100}) \cdot (1 + 0{,}08 + {}^{20}/_{100})} = 1000$

d) $D = \frac{1000 \cdot {}^{20}/_{100}}{1 + {}^{20}/_{100}} + \frac{1000 \cdot (1 + 0{,}12 + {}^{20}/_{100})}{(1 + {}^{20}/_{100}) \cdot (1 + 0{,}12 + {}^{20}/_{100})} = 1000$

e) Al no saber la tasa igualmente se puede calcular ya que el numerador con el denominador se anulan. Si suponemos que la tasa spot a 1 año vigente a principios del año 2 es Y, entonces:

$$D = \frac{1000 \cdot 0{,}1}{1{,}1} + \frac{1000 \cdot (1 + Y)}{1{,}1 \cdot (1 + Y)} = 1000$$

Pregunta 2 (20 puntos)

Para saber que seguro contratar se debe calcular:

$$E[U(W)] = \sum_i p_i \cdot U(W_i)$$

Donde p_i corresponde a la probabilidad de que ocurra el escenario i.
En este caso se tienen tres escenarios: sin seguro, con seguro de 240.000 y con seguro de 400.000.

<u>Escenario 1:</u> Sin seguro.

$$\begin{aligned} E[U(W1)] = 0{,}98 \cdot \mathrm{Ln}\left(400.000 + 160.000 \cdot \left(1 + {}^{20}/_{100}\right)\right) + 0{,}015 \\ \cdot \mathrm{Ln}\left[(400.000 - 80.000) + 160.000 \cdot \left(1 + {}^{20}/_{100}\right)\right] + 0{,}005 \\ \cdot \mathrm{Ln}\left[(400.000 - 400.000) + 160.000 \cdot \left(1 + {}^{20}/_{100}\right)\right] = 13{,}28345 \end{aligned}$$

Escenario 2: Con seguro de 240.000.
En primer lugar, calculamos las pérdidas esperadas de la empresa aseguradora:

$$Pérdida\ esperada = 0 \cdot 0{,}098 + 80.000 \cdot 0{,}015 + 240.000 \cdot 0{,}005 = 2400$$

Con esto la prima a cancelar sería $2.400 + 240 = 2.640$

Este seguro se paga con los ahorros del banco, por lo que el individuo poseerá en el banco: $160.000 - 2.640 = 157.360$
Luego, en este caso:

$$E[U(W2)] = 0{,}98 \cdot \mathrm{Ln}\left(400.000 + 157.360 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})\right) + 0{,}015 \cdot \mathrm{Ln}\left[400.000 + 157.360 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})\right] + 0{,}005 \cdot \mathrm{Ln}\left[240.000 + 157.360 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})\right] = 13{,}28431$$

Escenario 3: Con seguro de 400.000.
Al igual que en el caso anterior calculamos las pérdidas esperadas de la empresa aseguradora:

$$Pérdida\ esperada = 0 \cdot 0{,}098 + 80.000 \cdot 0{,}015 + 400.000 \cdot 0{,}005 = 3.200$$

Con esto la prima a cancelar sería $3.200 + 192 = 3.392$

Este seguro se paga con los ahorros del banco, por lo que el individuo poseerá en el banco: $160.000 - 3.392 = 156.608$
Luego, en este caso:

$$E[U(W3)] = 0{,}98 \cdot \mathrm{Ln}\left(400.000 + 156.608 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})\right) + 0{,}015 \cdot \mathrm{Ln}\left[400.000 + 156.608 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})\right] + 0{,}005 \cdot \mathrm{Ln}\left[400.000 + 156.608 \cdot (1 + {}^{20}/_{100})\right] = 13{,}28436$$

De esta manera la riqueza esperada del individuo es:

$$\mathrm{E(W3)} > \mathrm{E(W2)} > \mathrm{E(W1)}$$

Por lo tanto, el individuo debiera invertir en el seguro de US$400000.