NOMBRE: Fernando Pieressa NOTA:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas

Tarea 2 – Respuesta Pregunta 1

1) Para el primer dominio, el significado es "para todo x y todo y se tiene que y no es prefijo de x o que para todo z se tiene que z es subpalabra de x o que no es subpalabra de y". Por transitividad podemos notar que si tomamos 3 palabras x, y y z y donde x $\preceq$ y e y $\preceq$ z entonces tambien se cumple que y $\preceq$ z. Por lo tanto al ver el caso de alpha, se crea una tautologia porque esta la opcion de $z \preceq x$ o $\neg (z \preceq y)$, se transforma en tautologia y es verdadero para el dominio.

Para el segundo dominio, el significado es "para todo x y todo y se tiene que y no es subpalabra de x o que para todo z se tiene que z es subpalabra de x o que no es subpalabra de y". Podemos notar por transitividad que si tomamos 3 palabras x, y y z y donde x $\preceq$ y e y $\preceq$ z entonces tambien se cumple que y $\preceq$ z. Despues, con esto en mano, podemos reordenar la ecuacion dada para que sea mas clara:

$$\alpha := \forall x.\forall y.\forall z.\neg (y \preceq x) \lor z \preceq x \lor \neg (z \preceq y)$$

Con esto en mente podemos notar que en este caso siempre se cumple que $z \preceq y$, $y \preceq x$ y $z \preceq x$ por transitividad, entonces al ver alpha que se tiene que cumplir que $z \preceq x$ o $\neg (z \preceq y)$, se transforma en una tautologia y es verdadero para el dominio.

2) Hay que buscar un caso donde se cumpla el dominio de los prefijos pero no el dominio de las subpalabras. Lo primero que hay que notar de estos dos dominios es que el dominio de los prefijos siempre esta dentro del dominio de las subpalabras, sin embargo no se cumple para el otro lado, puesto que una subpalabra no necesariamente esta en el dominio de los prefijos. Por lo tanto con esto en mente en vez de prefijo pero no subpalabra, conseguire una subpalabra que no es prefijo y despues con negacion se cambiara para el otro lado, por lo tanto:

$$\beta := \neg (\exists x.\exists y. (y \preceq x) \land (\exists z. (z \preceq y) \land \neg (z \preceq x) \land \neg (y \preceq z)))$$

Para comprobar que cumple probemos con el dominio de los prefijos, con x = "Camión", y = "Cami" y z = "Ca". Tiene que cumplir toda la ecuacion, sin embargo en $\neg (z \preceq x)$ que si cumple y como tendria que ser falso no cumple con la ecuacion. Ahora tomando x = "Camión", y= "ami" y z = "i", se ve que cumple con todas las condiciones, por lo tanto existe un caso en el que se cumple para el dominio de las subpalabras y no se cumple para el dominio de los prefijos, por lo tanto al agregar la negacion queda que se cumple para los prfijos pero no para las subpalabras.

NOMBRE: Fernando Pieressa NOTA:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas

Tarea 2 – Respuesta Pregunta 2

Consideremos las listas: $Lista_m$ para amistades de amigas mujeres, $Lista_h$ para amistades de amigos hombres y emp para parejas. Luego, consideremos una pareja e_{ij} entre una mujer i y un hombre j, despues una amistad de mujeres m_{ik} entre una mujer i y una mujer k y finalmente una amistad de hombr h_{jl} entre un hombre j y un hombre l.

Con estas variables en mente primero intentaremos construir la primera condicion que se tiene que cumplir, donde para todo hombre, cada amistad suya tiene que estar emparejada con amigas de su pareja mujer.

$$A := \bigwedge_{j=1}^{n} \bigwedge_{i=1}^{n} (e_{ij} \wedge m_{ik}) \rightarrow \bigvee_{l=1}^{n} (e_{kl} \wedge h_{jl})$$

La ecuacion A representa "Si para todo j=1 hasta n y para todo i=1 hasta n, i y j son pareja y i y k son amigas entonces existe algun l=1 hasta n donde k y l son pareja y j y l son amigos" Que cumple con la condicion, sin embargo ahora tiene que cumplir para el otro lado, es decir que para toda mujer, cada amistad suya tiene que estar emparejada con amigos de su pareja hombre. Escribiendo esto:

$$B := \bigwedge_{j=1}^{n} \bigwedge_{i=1}^{n} (e_{ij} \wedge m_{jl} right) \rightarrow \bigvee_{k=1}^{n} (e_{lk} \wedge m_{ik})$$

La ecuacion B representa "Si para todo j=1 hasta n y para todo i=1 hasta n, i y j son pareja y j y l son amigos entonces existe algun k=1 hasta n donde k y l son pareja y i y k son amigas. Cumpliendo asi para ambos lados.

Ahora falta demostrar que cada hombre solo tiene una pareja mujer y cada mujer solo una pareja hombre. Esto se demuestra con

$$C := \bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j=1}^{n} \left(e_{ij} \rightarrow \bigwedge_{k \in 1,\ldots,l/j} \neg e_{ik} \right)$$

Esto significa que si i y j son pareja, entonces i y k no pueden ser parja. Como las parejas son para ambos lados solo basta con demostrar un solo lado.

Por lo tanto si se cumple que:

$$A \wedge B \wedge C$$

Entonces se cumple con lo pedido en el enunciado.