

# Continuous-variable quantum neural networks

## Introduction

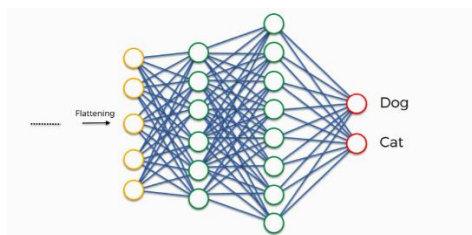
หลังจากผ่านการพัฒนามานานหลายปี Quantum computer ก็ได้เริ่มออกมาจาก Lab และเข้าสู่งานในหลาย ๆ ด้าน ซึ่งในงานทางด้าน Algorithm ก็ได้มีการพัฒนาที่เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง ไม่ว่าจะเป็นส่วนของ Quantum algorithm หรือ Quantum machine learning ก็ตาม ได้มีการนำลักษณะของ Classical machine learning เข้ามาปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบ Quantum ทั้งจำพวกที่เป็น Classical ML เช่น SVM หรือพวก Clustering algorithm ต่าง ๆ หรือแม้กระทั่งในส่วน Deep learning ที่เป็น Neural network ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ANN RNN GAN หรือจำพวก CNN ก็มีการพัฒนาในรูปแบบ Quantum ขึ้นมาเช่นกัน

ซึ่งถ้าให้พูดถึง Algorithm ที่น่าจะเป็นตัวเปิดเข้าสู่โลกของ Quantum deep learning คงจะไม่พูดถึง Quantum neural network หรือ QNN คงไม่ได้ ซึ่งตัว QNN นั้นได้มีการพัฒนามาอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่อดีต จนถึงปัจจุบัน และมีโครงสร้างที่หลากหลายมากขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่ง QNN ที่พัฒนากันอย่างกว้างขวางในปัจจุบันนั้น มักจะเป็นการพัฒนาบนลักษณะของ Discrete-variable quantum computing แต่ในปัจจุบันได้มีการพัฒนาลักษณะของการคำนวณแบบอื่นขึ้นมา เรียกว่า Continuous-variable (CV) quantum computing ซึ่งมีลักษณะการคำนวณที่แตกต่างออกไป ทั้งมีการพัฒนา Algorithm ต่าง ๆ ขึ้นมาบนการคำนวณแบบ Continuous-variable รวมถึงตัว QNN ด้วย

## Discrete Vs Continuous-variable

ในลักษณะการคำนวณทาง Quantum ทั่วไปจะเป็นลักษณะ Discrete-variable หรืออาจจะมีย่อเรียกอื่น ๆ เช่น Qubit-based หรือ Digital ซึ่งจะเป็นลักษณะที่มี Quantum state เป็น 0 และ 1 เท่านั้น ทำให้ผลลัพธ์ของการคำนวณแบบนี้ออกมาได้เป็นแบบ Discrete ในส่วนของการคำนวณอีกลักษณะหนึ่งซึ่งเรียกว่า Continuous-variable หรืออาจจะมีย่อเรียกอื่นได้ว่า Analog ซึ่งจะเป็นลักษณะที่เราสามารถได้รับผลการคำนวณออกมาเป็น Fork state ที่สามารถแสดง State ออกมาเป็นค่า 0 1 2 3 4 ... หรือค่าเป็น Continuous ได้นั่นเอง ซึ่งจุดเด่นที่การคำนวณแบบ Continuous มีเหนือกว่าลักษณะ Discrete คือการที่ปัญหาโดยทั่วไปในธรรมชาติมักจะมีตัวแปรในลักษณะ Continuous ดังนั้นการคำนวณแบบ Continuous จึงคาดว่าจะใช้ในการอธิบายธรรมชาติได้ดีกว่า

## Neural network



[Artificial Neural Network ความสำเร็จครั้งใหญ่ของมนุษย์ ในการเลียนแบบธรรมชาติ | by Dr. Winn Voravuthikunchai | botnoi-classroom | Medium](#)

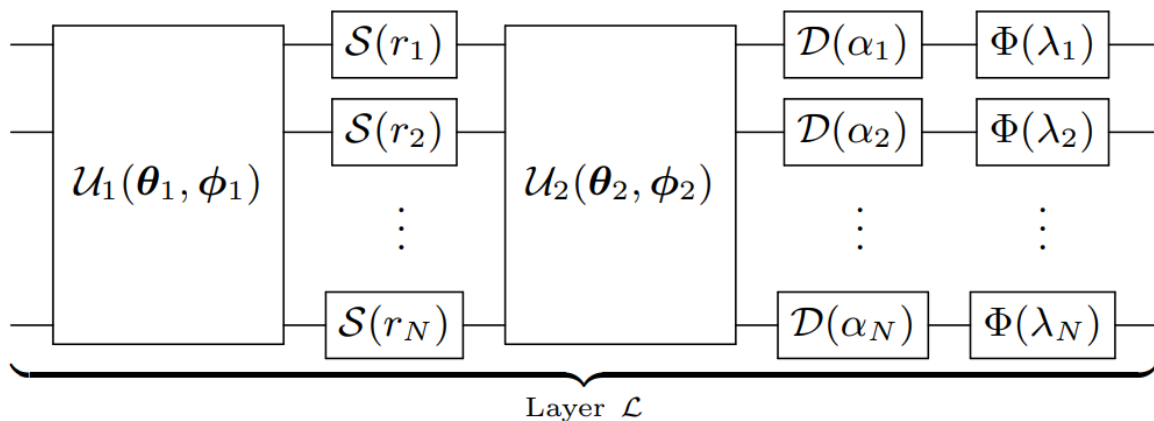
Neural network หรือ โครงข่ายประสาทเทียม คือ ชุดของ Algorithm ที่ประกอบไปด้วยสมการคณิตศาสตร์อยู่ภายในเป็นลักษณะ Node ซึ่งเมื่อเรานำข้อมูลใส่เข้าไปใน Network แต่ละ Node ก็จะมีการคำนวณแล้วส่งผลลัพธ์ต่อไปให้ Node ถัดไป ไปเรื่อย ๆ เหมือนกับการทำงานของ Cell ประสาทสมองของมนุษย์ ซึ่งภายในสมการแต่ละ Node ก็จะมี Parameter เป็นค่าที่เราสามารถปรับเปลี่ยนได้ เพื่อให้เราพัฒนา Network นั้น ๆ ให้ทำงานได้ตรงกับที่เราต้องการ

## Continuous-variable quantum neural network (CVQNN)

คือ Neural network ที่พัฒนาขึ้นเพื่อให้สามารถใช้งานบน Quantum computer ได้ ซึ่งในแนวคิดหลักของ Quantum neural network คือการเปลี่ยนโครงสร้างของ Neural network จากที่จะเป็น Node ที่มีสมการ Linear และ Non-linear อยู่ภายใน และก็มีค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ เป็น Parameters ให้เราสามารถ Update ค่าเพื่อพัฒนา Machine learning ตัวนี้ได้ เราก็จะทำการเปลี่ยนให้ Node สมการกลายเป็น Quantum gate และ ให้ค่า Parameter ต่าง ๆ เป็นค่า Parameter ของ Gate ต่าง ๆ แทน และ ในกรณีที่เป็น Continuous เราจะใช้ Continuous-variable gate แทน

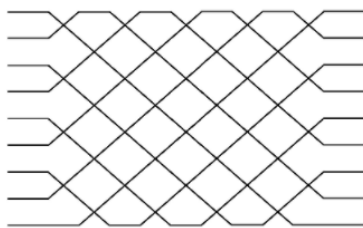
โดย CVQNN ตัวนี้ได้อ้างอิงมาจาก Paper [1806.06871.pdf \(arxiv.org\)](https://arxiv.org/abs/1806.06871) ซึ่งมีลักษณะโครงสร้างเป็นดังนี้

### Quantum layer

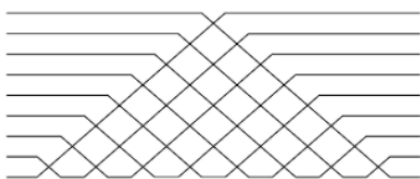


ในส่วนที่เป็น Layer จะทำการแทนด้วย Gate ในลักษณะนี้ คือ เป็นการนำ Gate มาทำให้ Layer มี Universality ทำให้สามารถทำการคำนวณได้ในงานทุก ๆ แบบ ซึ่งจะประกอบไปด้วย U gate ที่ภายในจะเป็น Interferometer หรือ Beamsplitter และ Rotation gate ประกอบเข้าด้วยกันในลักษณะโครงสร้างแบบต่าง ๆ เช่นในกรณีของ PennyLane จะมีโครงสร้างอยู่ 2 ลักษณะ

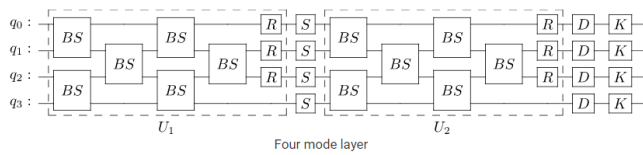
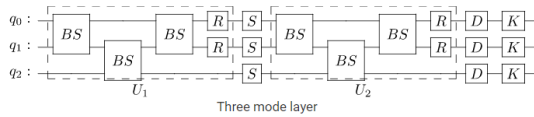
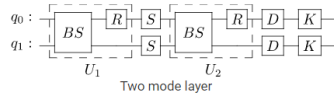
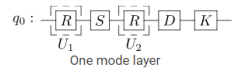
### Rectangular



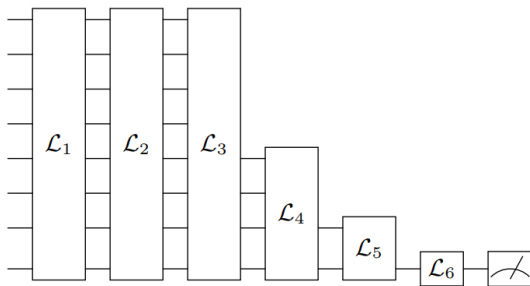
### Triangle



ซึ่งจะมีการเชื่อมต่อ Gate ภายในแตกต่างกันเมื่อมีจำนวน Qumodes ที่มากขึ้น ดังเช่นตัวอย่างโครงสร้าง Rectangular นี้



นอกจาก U gate ก็จะมี Squeezing gate และ Displacement gate ที่เป็น Gaussian gate และ Kerr gate ที่เป็น Non-gaussian gate ซึ่งในการนำ Layer หลาย ๆ Layer มาประกอบกัน จะมีโครงสร้างในลักษณะนี้



ซึ่งเป็นการจำลองลักษณะโครงสร้างของ Classical neural network ที่จะบีบขนาดของ Layer เล็กลงเรื่อย ๆ โดยในกรณีของ Quantum จะทำการบีบ Layer ให้เล็กลงโดยการใช้ Circuit ที่ลดจำนวน Qumodes ลง และ ทำ Measurement ใน Qumodes อื่น ๆ ที่ทิ้งไป

## Experiment

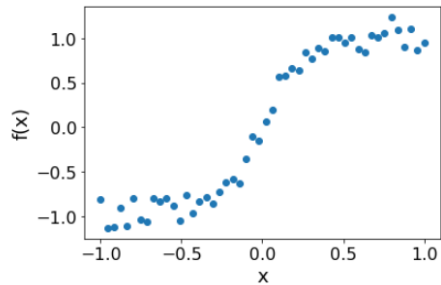
### Function Fitting

เป็นการใช้ CVQNN ในการประมาณค่า Function ซึ่งจะมีลักษณะดังนี้

1. กำหนด Function ที่จะประมาณค่าขึ้นมา โดยในที่นี้จะใช้  $\tanh$  ซึ่งมีสมการดังนี้

$$f(x) = \tanh(x) = \frac{2}{1+e^{-2x}} - 1$$

ซึ่งเมื่อนำมา Plot เป็นข้อมูลจะได้ในลักษณะนี้



2. กำหนดโครงสร้าง CVQNN

Input encoding ด้วย Displacement gate



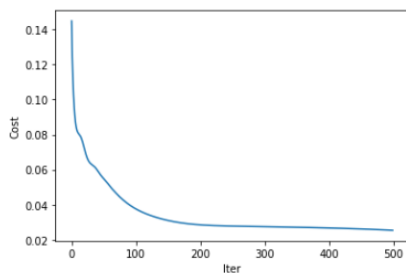
Quantum layer



3. กำหนด Cost function เป็น Mean square error

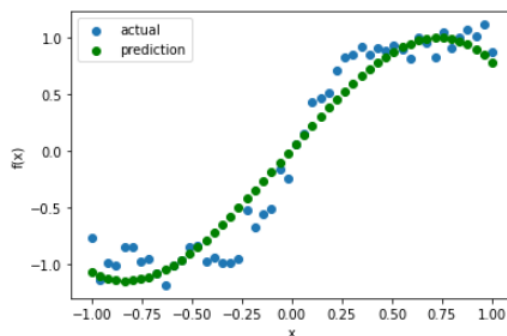
$$MSE = \frac{1}{n} * \sum (prediction - actual)^2$$

4. Train CVQNN ด้วย AdamOptimizer



5. ทำการวัดผลที่ได้จาก CVQNN เทียบกับข้อมูลจริง

ได้ค่า Mean square error : 0.037904592251745736



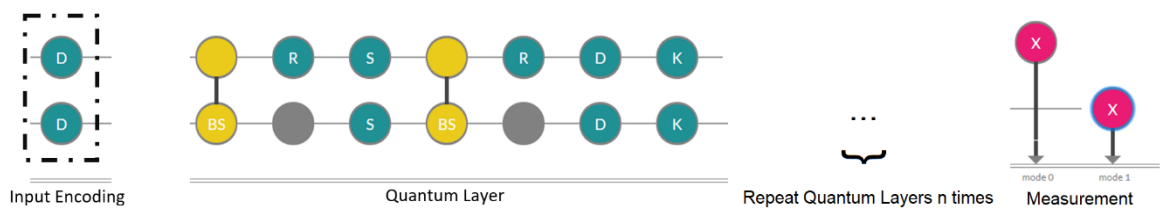
## Titanic dataset

Titanic dataset เป็นข้อมูลของผู้โดยสารบนเรือ Titanic ซึ่งประกอบไปด้วยคุณลักษณะดังนี้

1. survival ผู้โดยสารคนนั้นรอดหรือไม่รอดจากเหตุการณ์เรือล่ม
2. pclass ระดับของตั๋ว ว่าเป็น 1<sup>st</sup> 2<sup>nd</sup> 3<sup>rd</sup> class
3. sex เพศ
4. Age อายุ
5. sibsp จำนวนพี่น้อง ที่ขึ้นเรือมาด้วย
6. parch จำนวนครอบครัว หรือ ญาติ ที่ขึ้นเรือมาด้วย
7. ticket หมายเลขตั๋ว
8. fare ค่าโดยสาร
9. cabin เลขห้องพัก
10. embarked ท่าเรือที่ขึ้น

โดยเป้าหมายของ Dataset นี้คือการใช้ข้อมูลของผู้โดยสารในการทำนายว่าผู้รอดชีวิตคนนั้น รอดจากเหตุการณ์เรือล่มหรือไม่

โครงสร้างของ CVQNN ที่ใช้จะมีลักษณะดังนี้



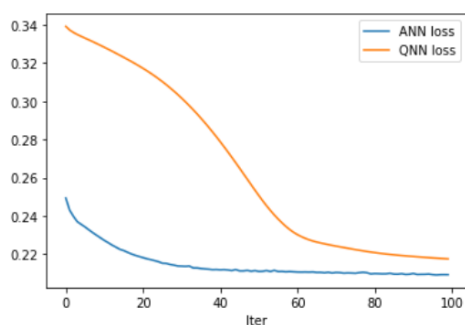
กำหนด Cost function เป็น Mean square error เนื่องจากในกรณีของ Quantum circuit แบบ Continuous-variable เราไม่สามารถสร้าง Gate ที่ให้ผลลัพธ์อยู่ในช่วง State 0 และ 1 ได้ ดังนั้นในกรณีที่ใช้ Binary cross entropy เหมือนกับงาน Binary classification อื่น ๆ จะทำให้เกิด Error ขึ้นได้ ดังนั้นในงานนี้จึงกำหนดให้ Mean square error แทน

$$MSE = \frac{1}{n} * \sum (prediction - actual)^2$$

จากการวัดผล พบว่าได้ Accuracy ของ CVQNN ที่

Accuracy : 0.67003367003367

เปรียบเทียบกับ Classical neural network ด้วยจำนวน Parameter ที่ใกล้เคียงกัน ได้ผลดังนี้



Classical NN Accuracy : 0.6823793649673462  
Quantum NN Accuracy : 0.67003367003367

## Discussion

ในผลลัพธ์จากการทดลอง Titanic dataset พบว่ามี Accuracy ที่ใกล้เคียงกัน แต่ Classical neural network ยังสามารถเข้า Optimal ได้เร็วกว่า Quantum neural network อยู่ โดยคาดว่าเกิดจากการ Optimize model ของ Tensorflow รวมถึงโครงสร้างของ Quantum circuit ที่ยังไม่ได้ออกแบบให้ เหมาะกับโจทย์ปัญหามากพอ ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ไม่ดีเท่ากันใน Classical ซึ่งคิดว่าเราสามารถพัฒนาให้ Quantum neural network มีประสิทธิภาพดีขึ้นได้ โดยการเพิ่มเทคนิคในการ Train model อื่น ๆ เข้าไป และ ปรับ Circuit ให้ เหมาะกับ โจทย์มากกว่านี้

## References

[1806.06871.pdf \(arxiv.org\)](#)

[Titanic - Machine Learning from Disaster | Kaggle](#)

[Layers — PennyLane 0.6.0-dev documentation](#)

[Quantum neural network — Strawberry Fields](#)

[Quantum gate synthesis — Strawberry Fields](#)

[Quantum Neural Network — PennyLane](#)