

# Lokale Operatoren / Laplace-Operator

---

Medizintechnik - Marvin Banse

16. Januar 2019

## Lokaler Operator

- In Form einer 3x3-Matrix (*auch Template*)
- Berechnung eines Grauwerts  $g'$  an der Stelle  $(x,y)$
- Berechnung aus Grauwerten an den Stellen  $(x+[-1:1], y+[-1:1])$  ( $(x,y)$ -Nachbarn)
- Grauwerte am Rand werden gesondert betrachtet

## Lokaler Filter

- Anwendung eines Lokalen Operators auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Die neuen Grauwerte werden in eine separate Matrix geschrieben
- → Vermeidung von linearen Abhängigkeiten

## Mittelwert-Operator

$$g'(x, y) = \sum_{i=-n/2}^{n/s} \sum_{j=-m/2}^{m/s} \text{meanOp}(x + j + 1, y + i + 1) * g(x + j, y + i) \quad (1)$$

Template:

$$\frac{1}{9} * \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} \quad (2)$$

## Mittelwertfilter

- Anwendung des Mittelwert-Operators auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Über den Rand hinaus wird ein Grauwert von 0 angenommen (Zero-Padding)
- Schärfereduktion, Rauschfilterung

## Angewendet an der Stelle (2,2) der Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 * \frac{1}{9} & 2 * \frac{1}{9} & 3 * \frac{1}{9} & 4 \\ 5 * \frac{1}{9} & 6 * \frac{1}{9} & 7 * \frac{1}{9} & 8 \\ 9 * \frac{1}{9} & 10 * \frac{1}{9} & 11 * \frac{1}{9} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{3}{9} \\ \frac{5}{9} & \frac{6}{9} & \frac{7}{9} \\ \frac{9}{9} & \frac{10}{9} & \frac{11}{9} \\ 9 & 10 & 11 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} g'(2,2) &= \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \text{meanOp}(x+j+1, y+i+1) * g(x+j, y+i) \\ &= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{9} + \frac{7}{9} + \frac{9}{9} + \frac{10}{9} + \frac{11}{9} = \frac{55}{9} = 6, \bar{1} \rightarrow 6 \end{aligned} \quad (4)$$

## Ungefilter:

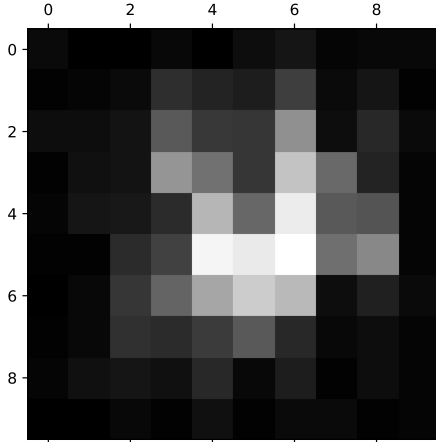
5	2	6	2	3	2	1	2	3	1
1	3	6	7	9	2	4	4	7	1
1	5	8	8	10	17	21	19	9	4
4	18	34	56	17	25	38	17	7	2
1	14	22	43	68	91	62	23	16	7
6	12	21	21	39	87	76	34	4	2
9	24	54	73	88	95	69	16	12	5
3	5	6	40	34	42	6	4	2	5
4	9	16	14	32	51	13	6	6	2
4	2	5	3	3	3	5	3	3	3

## Mittelwertgefiltert:

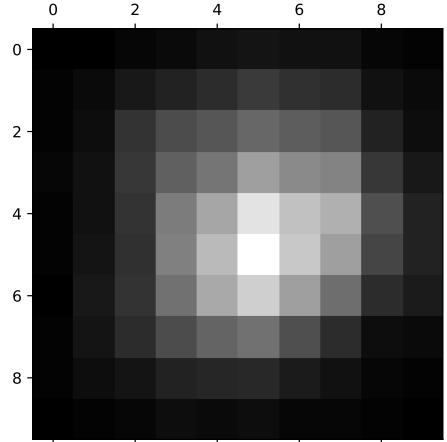
1	2	2	3	2	2	1	2	2	1
1	4	5	6	6	7	8	7	5	2
3	8	16	17	16	15	16	14	7	3
4	11	23	29	37	38	34	23	11	5
6	14	26	35	49	55	50	30	12	4
7	18	31	47	67	75	61	34	13	5
6	15	28	41	57	59	47	24	9	3
6	14	26	39	52	47	33	14	6	3
3	6	11	17	24	21	14	5	3	2
2	4	5	8	11	11	9	4	2	1

# Aufgabe: Wenden Sie den 3x3-Mittelwertfilter auf das Bild an

Ungefilter:



Mittelwertgefiltert:



## Vorgehen

$$g'(0,0) = \frac{0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 2 + 0 + 1 + 3}{9} = \frac{11}{9} = 1,22 = 1 \quad (5)$$

## Begründung

- Für den Raum um das Objekt wird Luft angenommen  $\rightarrow$  schwarz  $\rightarrow 0$
- Abhängig von der Umgebung können andere Grauwerte angenommen werden (z.B. 100)

## Laplace-Operator

$$g'(x, y) = \sum_{i=-n/2}^{n/s} \sum_{j=-m/2}^{m/s} \text{laplaceOp}(x + j + 1, y + i + 1) * g(x + j, y + i) \quad (6)$$

Template:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

## Skalierbarer Laplace-Operator

Template:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \epsilon * \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\epsilon & 0 \\ -\epsilon & 1 + 4\epsilon & -\epsilon \\ 0 & -\epsilon & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$



Angewendet an der Stelle (2,2) der Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 * 0 & 2 * 1 & 3 * 0 & 4 \\ 5 * 1 & 6 * -4 & 7 * 1 & 8 \\ 9 * 0 & 10 * 1 & 11 * 0 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & -24 & 7 \\ 0 & 10 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$g'(2,2) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \text{laplaceOp}(x+j+1, y+i+1) * g(x+j, y+i) \quad (10)$$
$$= 0 + 2 + 0 + 5 - 24 + 7 + 10 = 0$$

## Ungefilter:

5	2	6	2	3	2	1	2	3	1
1	3	6	7	9	2	4	4	7	1
1	5	8	8	10	17	21	19	9	4
4	18	34	56	17	25	38	17	7	2
1	14	22	43	68	91	62	23	16	7
6	12	21	21	39	87	76	34	4	2
9	24	54	73	88	95	69	16	12	5
3	5	6	40	34	42	6	4	2	5
4	9	16	14	32	51	13	6	6	2
4	2	5	3	3	3	5	3	3	3

## Laplacegefiltert:

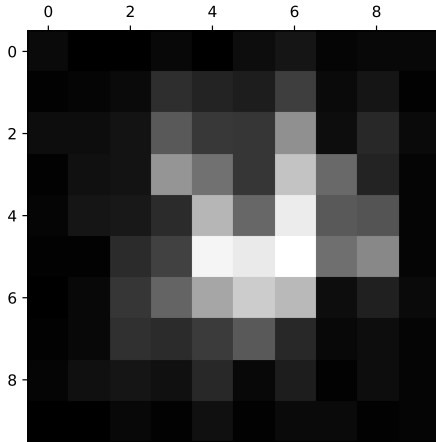
-17	6	-14	8	1	-2	4	0	-2	0
5	2	0	-3	-14	24	12	16	-11	8
6	10	21	49	11	-10	-6	-25	1	-4
4	-15	-32	-122	91	63	-27	19	16	10
20	-3	24	-5	-82	-122	-20	37	-23	-8
-2	17	25	92	108	-47	-52	-17	48	8
-3	-16	-92	-89	-111	-94	-83	55	-21	-1
6	22	91	-33	66	18	104	14	19	-11
0	-9	-30	35	-26	-114	16	2	-11	6
-10	10	1	10	26	47	-1	2	0	-7

## Größte Grauwertänderung:

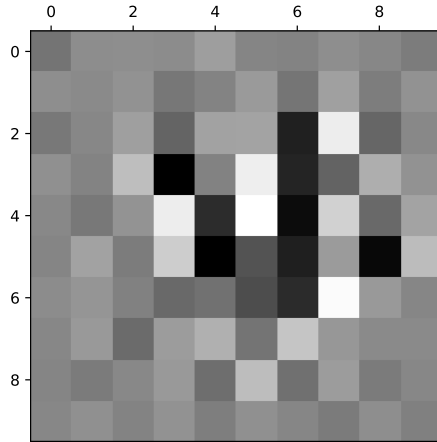
213 an der Stelle (5,6)

(bzw. Index (4,5) im folgenden Bild)

Ungefilter:



Laplacegefiltert:



## Quelle:

Foliensatz Medizintechnik 06 - Image Processing, Dezember 2011, Folie 32-38

Prof. Andreas Hein

## Quellcode und Resultate

[https://github.com/Bansause/mt\\_laplaceOp](https://github.com/Bansause/mt_laplaceOp)