

Lokale Operatoren / Laplace-Operator

Medizintechnik - Marvin Banse

16. Januar 2019

Lokaler Operator

- In Form einer 3x3-Matrix (*auch Template*)
- Berechnung eines Grauwerts g' an der Stelle (x,y)
- Berechnung Grauwerte an den Stellen $(x+[-1:1],y+[-1:1])$ ($(x,y)+\text{Nachbarn}$)
- Grauwerte am Rand werden gesondert betrachtet

Lokaler Filter

- Anwendung eines Lokalen Operators auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Die neuen Grauwerte werden in eine separate Matrix geschrieben
- \rightarrow Vermeidung von linearen Abhängigkeiten

Mittelwert Operator

$$g'(x, y) = \sum_{i=-n/2}^{n/s} \sum_{j=-m/2}^{m/s} \text{meanOp}(x + j + 1, y + i + 1) * g(x + j, y + i) \quad (1)$$

Template:

$$\frac{1}{9} * \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Mittelwertfilter

- Anwendung der Mittelwertoperation auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Über den Rand hinaus wird ein Grauwert von 0 angenommen

Grauwert an der Stelle (2,2) der Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 * \frac{1}{9} & 2 * \frac{1}{9} & 3 * \frac{1}{9} & 4 \\ 5 * \frac{1}{9} & 6 * \frac{1}{9} & 7 * \frac{1}{9} & 8 \\ 9 * \frac{1}{9} & 10 * \frac{1}{9} & 11 * \frac{1}{9} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{3}{9} \\ \frac{5}{9} & \frac{6}{9} & \frac{7}{9} \\ \frac{9}{9} & \frac{10}{9} & \frac{11}{9} \\ 9 & 10 & 11 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} g'(2,2) &= \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \text{meanOp}(x+j+1, y+i+1) * g(x+j, y+i) \\ &= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{9} + \frac{7}{9} + \frac{9}{9} + \frac{10}{9} + \frac{11}{9} = \frac{55}{9} = 6, \bar{1} \rightarrow 6 \end{aligned} \quad (4)$$

Ungefilter:

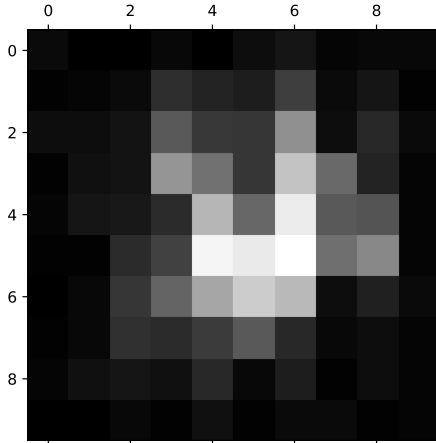
| | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 5 | 2 | 6 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 1 | 3 | 6 | 7 | 9 | 2 | 4 | 4 | 7 | 1 |
| 1 | 5 | 8 | 8 | 10 | 17 | 21 | 19 | 9 | 4 |
| 4 | 18 | 34 | 56 | 17 | 25 | 38 | 17 | 7 | 2 |
| 1 | 14 | 22 | 43 | 68 | 91 | 62 | 23 | 16 | 7 |
| 6 | 12 | 21 | 21 | 39 | 87 | 76 | 34 | 4 | 2 |
| 9 | 24 | 54 | 73 | 88 | 95 | 69 | 16 | 12 | 5 |
| 3 | 5 | 6 | 40 | 34 | 42 | 6 | 4 | 2 | 5 |
| 4 | 9 | 16 | 14 | 32 | 51 | 13 | 6 | 6 | 2 |
| 4 | 2 | 5 | 3 | 3 | 3 | 5 | 3 | 3 | 3 |

Mittelwertgefiltert:

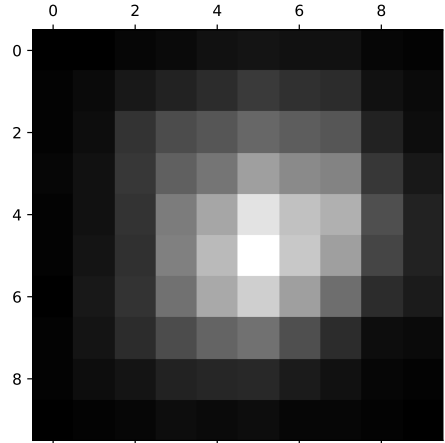
| | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 1 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 7 | 5 | 2 |
| 3 | 8 | 16 | 17 | 16 | 15 | 16 | 14 | 7 | 3 |
| 4 | 11 | 23 | 29 | 37 | 38 | 34 | 23 | 11 | 5 |
| 6 | 14 | 26 | 35 | 49 | 55 | 50 | 30 | 12 | 4 |
| 7 | 18 | 31 | 47 | 67 | 75 | 61 | 34 | 13 | 5 |
| 6 | 15 | 28 | 41 | 57 | 59 | 47 | 24 | 9 | 3 |
| 6 | 14 | 26 | 39 | 52 | 47 | 33 | 14 | 6 | 3 |
| 3 | 6 | 11 | 17 | 24 | 21 | 14 | 5 | 3 | 2 |
| 2 | 4 | 5 | 8 | 11 | 11 | 9 | 4 | 2 | 1 |

Aufgabe: Wenden Sie den 3x3-Mittelwertfilter auf das Bild an

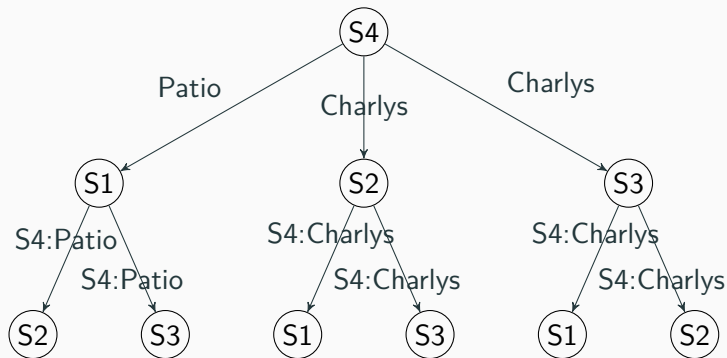
Ungefilter:



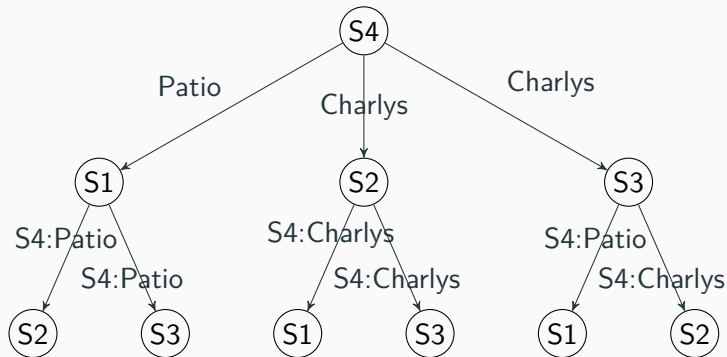
Mittelwertgefiltert:



| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 |



- S1 über S4: {Patio:1, Charlys:2}; → S1: {Patio:2, Charlys:1, Mephisto:1};
- S2 über S4: {Patio:1, Charlys:2}; → S2: {Patio:2, Charlys:1, Mephisto:1};



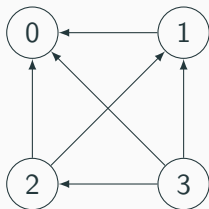
- S1 über S4: {Patio:2, Charlys:1}; → S1: {Patio:2, Charlys:1, Mephisto:1};
- S2 über S4: {Patio:1, Charlys:2}; → S2: {Patio:1, Charlys:2, Mephisto:1};

Anforderungen

- mindestens vier Teilnehmer
- aufgerundet zweidrittel der Teilnehmer müssen frei von byzantinischen Mängeln sein.
- direkte Verbindung zwischen den Teilnehmern
- Fehlerfreie Nachrichtenübertragung

Nachrichtenkomplexität



$$n \prod_{i=0}^f n - 1 - i \Rightarrow O(n * n^f) = O(n^{f+1})$$



- Jeder Teilnehmer horcht auf gemeinsamen Startport+Id
- Jeder Teilnehmer verbindet sich zu allen Ports \geq Startport und $<$ Startport+Id
- Leicht skalierbar

```
empfange_Nachricht(msg, sender)
    speichere_Nachricht(msg.data)
    IF (msg.level > 0)
        msg.sender_liste.add(sender)
        msg.level--;
        sende_Nachricht(msg)

sende_Nachricht(msg)
    FOR EACH (empfaenger IN empfaenger_liste)
        IF (empfaenger IS IN msg.sender_liste)
            send_msg_via_net(empfaenger, msg)
```

-  M. J. Fischer, N. A. Lynch and M. S. Paterson “Impossibility of Distributed Consensus with One Faulty Process” ,*Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 32, No. 2, April 1985, Seiten 374-382.
-  Prof. Oliver Theel, Universität Oldenburg, “Fehlertoleranz in verteilten Systemen” Foliensatz 3, Abschnitt 3.5 Byzantinische Übereinstimmung, April 2018.