Lokale Operatoren / Laplace-Operator

Medizintechnik - Marvin Banse

16. Januar 2019

Definition

Lokaler Operator

- In Form einer 3x3-Matrix *(auch Template)*
- Berechnung eines Grauwerts g' an der Stelle (x,y)
- Berechnung Grauwerte an den Stellen (x+[-1:1],y+[-1:1]) *(x,y)+Nachbarn)*
- Grauwerte am Rand werden gesondert betrachtet

Lokaler Filter

- Anwendung eines Lokalen Operators auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Die neuen Grauwerte werden in eine separate Matrix geschrieben
- $\rightarrow$ Vermeidung von linearen Abhängigkeiten

Mittelwert Operator

$$g'(x,y) = \sum_{i=-n/2}^{n/s} \sum_{j=-m/2}^{m/s} meanOp(x+j+1, y+i+1) * g(x+j, y+i) \tag{1}$$

Template:

$$\frac{1}{9} * \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} \tag{2}$$

Mittelwertfilter

- Anwendung der Mittelwertoperation auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Über den Rand hinaus wird ein Grauwert von 0 angenommen

Grauwert an der Stelle (2,2) der Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 * \frac{1}{9} & 2 * \frac{1}{9} & 3 * \frac{1}{9} & 4 \\ 5 * \frac{1}{9} & 6 * \frac{1}{9} & 7 * \frac{1}{9} & 8 \\ 9 * \frac{1}{9} & 10 * \frac{1}{9} & 11 * \frac{1}{9} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{3}{9} \\ \frac{5}{9} & \frac{6}{9} & \frac{7}{9} \\ \frac{9}{9} & \frac{10}{9} & \frac{11}{9} \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} g'(2,2) &= \sum_{i=-1}^{1} \sum_{j=-1}^{1} meanOp(x+j+1, y+i+1) * g(x+j, y+i) \\ &= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{9} + \frac{7}{9} + \frac{9}{9} + \frac{10}{9} + \frac{11}{9} = \frac{55}{9} = 6,\overline{1} \rightarrow 6 \end{aligned} \tag{4}$$

Aufgabe: Wenden Sie den 3x3-Mittelwertfilter auf das Bild an.

Anforderungen

- mindestens vier Teilnehmer
- aufgerundet zweidrittel der Teilnehmer müssen frei von byzantinischen Mängeln sein.
- direkte Verbindung zwischen den Teilnehmern
- Fehlerfreie Nachrichtenübertragung

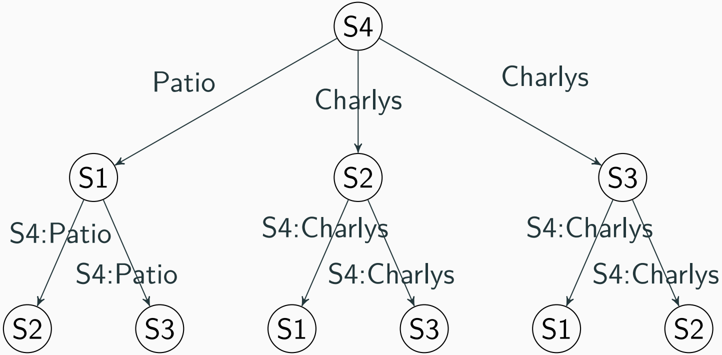
Nachrichtenkomplexität

$n \prod_{i=0}^{f} n - 1 - i \Rightarrow O(n * n^f) = O(n^{f+1})$

Aufgabe: Wenden Sie den 3x3-Mittelwertfilter auf das Bild an.

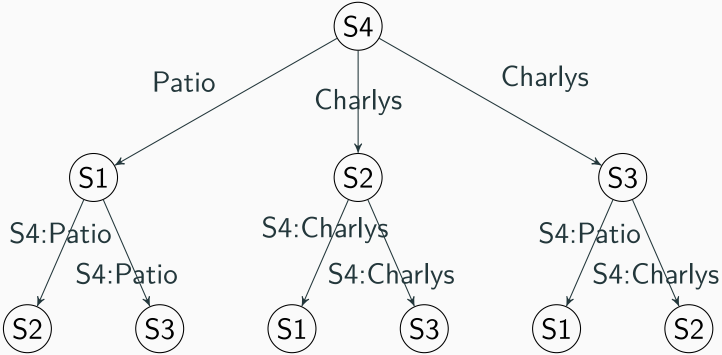
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Beispiel - Interactive Constistency Algorithm



- S1 über S4: {Patio:1, Charlys:2}; $\rightarrow$ S1: {Patio:2, Charlys:1, Mephisto:1};
- S2 über S4: {Patio:1, Charlys:2}; $\rightarrow$ S2: {Patio:2, Charlys:1, Mephisto:1};

Beispiel - Grenzen



- S1 über S4: {Patio:2, Charlys:1}; $\rightarrow$ S1: {Patio:2, Charlys:1, Mephisto:1};
- S2 über S4: {Patio:1, Charlys:2}; $\rightarrow$ S2: {Patio:1, Charlys:2, Mephisto:1};

Interactive Consistency Algorithm - Eigenschaften

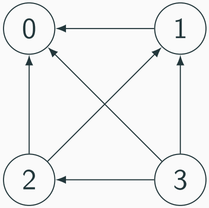
Anforderungen

- mindestens vier Teilnehmer
- aufgerundet zweidrittel der Teilnehmer müssen frei von byzantinischen Mängeln sein.
- direkte Verbindung zwischen den Teilnehmern
- Fehlerfreie Nachrichtenübertragung

Nachrichtenkomplexität

$n \prod_{i=0}^{f} n - 1 - i \Rightarrow O(n * n^f) = O(n^{f+1})$

Realisierung des Netzwerks



- Jeder Teilnehmer horcht auf gemeinsamen Startport+Id
- Jeder Teilnehmer verbindet sich zu allen Ports $\geq$ Startport und $<$ Startport+Id
- Leicht skalierbar

Grobe Realisierung des IC-Algorithmus

```
empfange_Nachricht(msg, sender)
    speichere_Nachricht(msg.data)
    IF (msg.level > 0)
        msg.sender_liste.add(sender)
        msg.level--;
        sende_Nachricht(msg)

sende_Nachricht(msg)
    FOR EACH (empfaenger IN empfaenger_liste)
        IF (empfaenger IS IN msg.sender_liste)
            send_msg_via_net(empfaenger, msg)
```

Quellen

- M. J. Fischer, N. A. Lynch and M. S. Paterson “Impossibility of Distributed Consensus with One Faulty Process” ,*Journal of the Assccktion for Computing Machinery*, Vol. 32, No. 2, April 1985, Seiten 374-382.
- Prof. Oliver Theel, Universität Oldenburg, “Fehlertoleranz in verteilten Systemen” Foliensatz 3, Abschnitt 3.5 Byzantinische Übereinstimmung, April 2018.