

Lokale Operatoren / Laplace-Operator

Medizintechnik - Marvin Banse

16. Januar 2019

Lokaler Operator

- In Form einer 3x3-Matrix (*auch Template*)
- Berechnung eines Grauwerts g' an der Stelle (x,y)
- Berechnung Grauwerte an den Stellen $(x+[-1:1],y+[-1:1])$ ($(x,y)+\text{Nachbarn}$)
- Grauwerte am Rand werden gesondert betrachtet

Lokaler Filter

- Anwendung eines Lokalen Operators auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Die neuen Grauwerte werden in eine separate Matrix geschrieben
- \rightarrow Vermeidung von linearen Abhängigkeiten

Mittelwert-Operator

$$g'(x, y) = \sum_{i=-n/2}^{n/2} \sum_{j=-m/2}^{m/2} \text{meanOp}(x + j + 1, y + i + 1) * g(x + j, y + i) \quad (1)$$

Template:

$$\frac{1}{9} * \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Mittelwertfilter

- Anwendung des Mittelwert-Operators auf jeden Eintrag einer Grauwertmatrix
- Über den Rand hinaus wird ein Grauwert von 0 angenommen
- Schärfereduktion, Rauschfilterung

Angewendet an der Stelle (2,2) der Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 * \frac{1}{9} & 2 * \frac{1}{9} & 3 * \frac{1}{9} & 4 \\ 5 * \frac{1}{9} & 6 * \frac{1}{9} & 7 * \frac{1}{9} & 8 \\ 9 * \frac{1}{9} & 10 * \frac{1}{9} & 11 * \frac{1}{9} & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{3}{9} \\ \frac{5}{9} & \frac{6}{9} & \frac{7}{9} \\ \frac{9}{9} & \frac{10}{9} & \frac{11}{9} \\ 9 & 10 & 11 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} g'(2,2) &= \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \text{meanOp}(x+j+1, y+i+1) * g(x+j, y+i) \\ &= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{9} + \frac{7}{9} + \frac{9}{9} + \frac{10}{9} + \frac{11}{9} = \frac{55}{9} = 6, \bar{1} \rightarrow 6 \end{aligned} \quad (4)$$

Ungefilter:

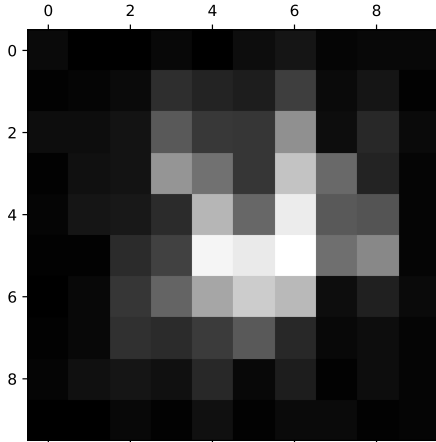
5	2	6	2	3	2	1	2	3	1
1	3	6	7	9	2	4	4	7	1
1	5	8	8	10	17	21	19	9	4
4	18	34	56	17	25	38	17	7	2
1	14	22	43	68	91	62	23	16	7
6	12	21	21	39	87	76	34	4	2
9	24	54	73	88	95	69	16	12	5
3	5	6	40	34	42	6	4	2	5
4	9	16	14	32	51	13	6	6	2
4	2	5	3	3	3	5	3	3	3

Mittelwertgefiltert:

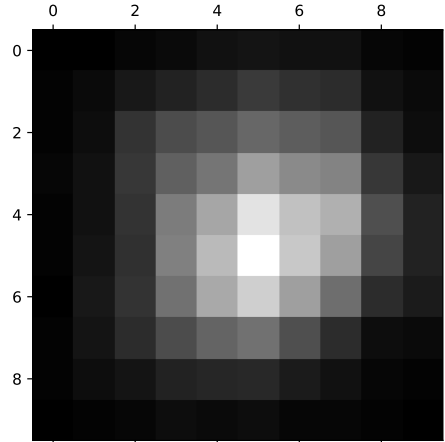
1	2	2	3	2	2	1	2	2	1
1	4	5	6	6	7	8	7	5	2
3	8	16	17	16	15	16	14	7	3
4	11	23	29	37	38	34	23	11	5
6	14	26	35	49	55	50	30	12	4
7	18	31	47	67	75	61	34	13	5
6	15	28	41	57	59	47	24	9	3
6	14	26	39	52	47	33	14	6	3
3	6	11	17	24	21	14	5	3	2
2	4	5	8	11	11	9	4	2	1

Aufgabe: Wenden Sie den 3x3-Mittelwertfilter auf das Bild an

Ungefilter:



Mittelwertgefiltert:



Vorgehen

$$g'(0,0) = \frac{0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 2 + 0 + 1 + 3}{9} = \frac{11}{9} = 1,22 = 1 \quad (5)$$

Begründung

- Für den Raum um das Objekt wird Luft angenommen \rightarrow schwarz $\rightarrow 0$
- Abhängig von der Umgebung können andere Grauwerte angenommen werden (z.B. 100)

Laplace-Operator

$$g'(x, y) = \sum_{i=-n/2}^{n/s} \sum_{j=-m/2}^{m/s} \text{laplaceOp}(x + j + 1, y + i + 1) * g(x + j, y + i) \quad (6)$$

Template:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Skalierbarer Laplace-Operator

Template:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \epsilon * \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\epsilon & 0 \\ -\epsilon & 1 + 4\epsilon & -\epsilon \\ 0 & -\epsilon & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Angewendet an der Stelle (2,2) der Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 * 0 & 2 * 1 & 3 * 0 & 4 \\ 5 * 1 & 6 * -4 & 7 * 1 & 8 \\ 9 * 0 & 10 * 1 & 11 * 0 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & -24 & 7 \\ 0 & 10 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} g'(2,2) &= \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 \text{laplaceOp}(x+j+1, y+i+1) * g(x+j, y+i) \\ &= 0 + 2 + 0 + 5 - 24 + 7 + 10 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Ungefilter:

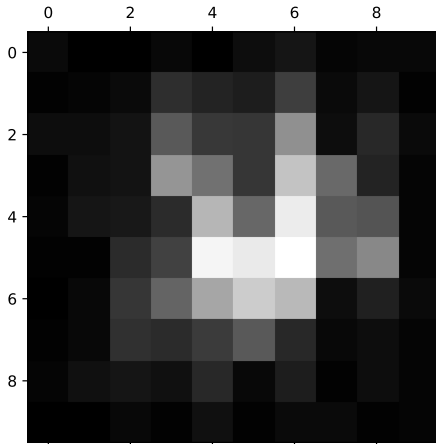
$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 6 & 2 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 6 & 7 & 9 & 2 & 4 & 4 & 7 & 1 \\ 1 & 5 & 8 & 8 & 10 & 17 & 21 & 19 & 9 & 4 \\ 4 & 18 & 34 & 56 & 17 & 25 & 38 & 17 & 7 & 2 \\ 1 & 14 & 22 & 43 & 68 & 91 & 62 & 23 & 16 & 7 \\ 6 & 12 & 21 & 21 & 39 & 87 & 76 & 34 & 4 & 2 \\ 9 & 24 & 54 & 73 & 88 & 95 & 69 & 16 & 12 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 40 & 34 & 42 & 6 & 4 & 2 & 5 \\ 4 & 9 & 16 & 14 & 32 & 51 & 13 & 6 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 3 & 3 & 5 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Laplacegefiltert:

$$\begin{pmatrix} -17 & 6 & -14 & 8 & 1 & -2 & 4 & 0 & -2 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & -3 & -14 & 24 & 12 & 16 & -11 & 8 \\ 6 & 10 & 21 & 49 & 11 & -10 & -6 & -25 & 1 & -4 \\ 4 & -15 & -32 & -122 & 91 & 63 & -27 & 19 & 16 & 10 \\ 20 & -3 & 24 & -5 & -82 & -122 & -20 & 37 & -23 & -8 \\ -2 & 17 & 25 & 92 & 108 & -47 & -52 & -17 & 48 & 8 \\ -3 & -16 & -92 & -89 & -111 & -94 & -83 & 55 & -21 & -1 \\ 6 & 22 & 91 & -33 & 66 & 18 & 104 & 14 & 19 & -11 \\ 0 & -9 & -30 & 35 & -26 & -114 & 16 & 2 & -11 & 6 \\ -10 & 10 & 1 & 10 & 26 & 47 & -1 & 2 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

Größte Grauwertänderung:
213 an der Stelle (5,6)

Ungefilter:



Laplacegefiltert:

