

❖ **Phần 1: Định nghĩa biến đổi Z**

Câu 1: Cho dãy tín hiệu rời rạc $x(n) = \{1, 2, 3, 4\}$, biến đổi Z của $x(n)$ là

- A. $X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$
B. $X(z) = 1 + 2z^1 + 3z^2 + 4z^3$
C. $X(z) = 1z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + 4z^{-4}$
D. $X(z) = 1z^1 + 2z^2 + 3z^3 + 4z^4$

Câu 2: Cho dãy tín hiệu rời rạc $x(n) = \{3, 4, 5, 6\}$, biến đổi Z của $x(n)$ là

- A. $X(z) = 3 + 4z^1 + 5z^2 + 6z^3$
B. $X(z) = 3 + 4z^{-1} + 5z^{-2} + 6z^{-3}$
C. $X(z) = 3z^{-1} + 4z^{-2} + 5z^{-3} + 6z^{-4}$
D. $X(z) = 3z^1 + 4z^2 + 5z^3 + 6z^4$

Câu 3: Cho dãy tín hiệu rời rạc $x(n) = \{1, 2, 3, 4\}$, biến đổi Z của $x(n)$ là

- A. $X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$
B. $X(z) = 1z^{-1} + 2 + 3z^1 + 4z^2$
C. $X(z) = 1z^1 + 2 + 3z^{-1} + 4z^{-2}$
D. $X(z) = 1z^1 + 2z^2 + 3z^3 + 4z^4$

Câu 4: Cho dãy tín hiệu rời rạc $x(n) = \{3, 4, 5, 6\}$, biến đổi Z của $x(n)$ là

- A. $X(z) = 3 + 4z^1 + 5z^2 + 6z^3$
B. $X(z) = 3z^{-1} + 4 + 5z^1 + 6z^2$
C. $X(z) = 3z^{-1} + 4z^{-2} + 5z^{-3} + 6z^{-4}$
D. $X(z) = 3z^1 + 4 + 5z^{-1} + 6z^{-2}$

❖ **Phần 2: Miền hội tụ của biến đổi Z**

Câu 5: Miền hội tụ của biến đổi Z $x(n) = (-3)^n u(n)$ là

- A. $|z| \geq 3$
B. $|z| < 3$

C. $|z| > 3$

D. $|z| \leq 3$

Câu 6: Miền hội tụ của biến đổi Z $x(n) = -3^n u(-n-1)$ là

A. $|z| \geq 3$

B. $|z| < 3$

C. $|z| > 3$

D. $|z| \leq 3$

❖ *Tìm biến đổi Z bằng cách tra bảng*

Câu 7: Bằng cách tra bảng, tìm biến đổi Z của $x(n) = e^{-3n} u(n)$ là

A. $X(z) = \frac{z}{z - e^{-3}}$, ROC: $|z| > e^{-3}$

B. $X(z) = \frac{z}{z - 3e^{-3}}$, ROC: $|z| > e^{-3}$

C. $X(z) = \frac{z}{z - e^3}$, ROC: $|z| > e^{-3}$

D. $X(z) = \frac{z}{z + e^{-3}}$, ROC: $|z| > e^{-3}$

Câu 8: Bằng cách tra bảng, tìm biến đổi Z của $x(n) = n(-3)^n u(n)$ là

A. $X(z) = \frac{-z^3}{(z-3)^2}$, ROC: $|z| > 3$

B. $X(z) = \frac{z^2}{(z+3)^2}$, ROC: $|z| > 3$

C. $X(z) = \frac{-3z}{(z+3)^2}$, ROC: $|z| > 3$

D. $X(z) = \frac{-3z^2}{(z+3)^2}$, ROC: $|z| > 3$

Câu 9: Bằng cách tra bảng, tìm biến đổi Z của $x(n) = 2^n \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right) u(n)$ là

A. $X(z) = \frac{(\sqrt{3}/2)z}{z^2 - 2z + 4}$, ROC: $|z| > 2$

B. $X(z) = \frac{\sqrt{3}z}{z^2 - \sqrt{3}z + 4}$, ROC: $|z| > 2$

C. $X(z) = \frac{2z}{z^2 - \sqrt{3}z + 4}$, ROC: $|z| > 2$

D. $X(z) = \frac{\sqrt{3}z}{z^2 - 2z + 4}$, ROC: $|z| > 2$

Câu 10: Bằng cách tra bảng, tìm biến đổi Z của $x(n) = e^{-\ln(2)n} \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)u(n)$ là

A. $X(z) = \frac{\sqrt{3}z}{4z^2 - 2z + 1}$, ROC: $|z| > \frac{1}{2}$

B. $X(z) = \frac{\sqrt{3}z}{2z^2 - 4z + 1}$, ROC: $|z| > \frac{1}{2}$

C. $X(z) = \frac{2z}{2z^2 - \sqrt{3}z + 1}$, ROC: $|z| > \frac{1}{2}$

D. $X(z) = \frac{2z}{4z^2 - \sqrt{3}z + 1}$, ROC: $|z| > \frac{1}{2}$

❖ **Tìm biến đổi Z ngược bằng cách tra bảng**

Câu 11: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = 2 - \frac{2z}{z-1} - \frac{z}{z+2}$, $|z| > 2$ là

A. $x(n) = 2\delta(n) - 2^n u(n) - (-2)^n u(n)$

B. $x(n) = 2\delta(n) - 2u(n) - (-2)^n u(n)$

C. $x(n) = 2\delta(n) + 2u(n) - 2^n u(n)$

D. $x(n) = 2\delta(n) - 2u(n) + (-2)^n u(n)$

Câu 12: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{2z}{z-2} - \frac{3z}{(z-1)^2}$, $1 < |z| < 2$ là

A. $x(n) = -2^n u(-n-1) - 3nu(n)$

B. $x(n) = -2^n u(-n-1) + 3nu(n)$

C. $x(n) = -2^{n+1}u(-n-1) - 3nu(n)$

D. $x(n) = -2^{n+1}u(-n-1) + 3nu(n)$

Câu 13: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = 2 - \frac{2z}{z-1} - \frac{z}{z+2}$, $1 < |z| < 2$ là

A. $x(n) = 2\delta(n) - 2u(n) - (-2)^n u(-n-1)$

B. $x(n) = 2\delta(n) - 2u(n) + (-2)^n u(-n-1)$

C. $x(n) = 2\delta(n) + 2u(n) - 2^n u(-n-1)$

D. $x(n) = 2\delta(n) - 2u(n) + (-2)^n u(n-1)$

Câu 14: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{2z}{z-2} - \frac{3z}{(z-1)^2}$, $2 < |z|$ là

A. $x(n) = 2^n u(n) - 3nu(n)$

B. $x(n) = 2^n u(n) + 3nu(n)$

C. $x(n) = 2^{n+1}u(n) - 3nu(n)$

D. $x(n) = 2^{n+1}u(n) + 3nu(n)$

❖ **Tính chất biến đổi Z**

Câu 15: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{2z^{-2}}{z-1} + z^{-2}$ với ROC: $|z| > 1$

A. $x(n) = 2u(n-3) + \delta(n+2)$

B. $x(n) = 2u(n-2) + \delta(n+2)$

C. $x(n) = 2u(n-2) + \delta(n-2)$

D. $x(n) = 2u(n-3) + \delta(n-2)$

Câu 16: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{2z^{-2}}{(z-1)^2} + \frac{z}{z-0.5}$ với ROC: $|z| > 1$

A. $x(n) = 2nu(n-3) + (0.5)^n u(n)$

B. $x(n) = 2(n-3)u(n-3) + (0.5)^n u(n)$

C. $x(n) = 2(n-3)u(n) + (-0.5)^n u(n)$

D. $x(n) = 2(n-3)u(n-3) + (-0.5)^n u(n)$

❖ **Biến đổi Z ngược bằng phương pháp phân tích tích thành tổng của các phân số tối giản**

Câu 17: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{z^2}{(z^2 - 3z + 2)(z - 3)}$ với ROC: $|z| > 3$

A. $x(n) = \left(\frac{1}{2} - 2^{n+1} + \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

B. $x(n) = \left(\frac{1}{2} - 2^{n-1} + \frac{5}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

C. $x(n) = \left(\frac{3}{2} - 2^{n+1} + \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

D. $x(n) = \left(\frac{1}{2} - 2^n + \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

Câu 18: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{z}{(z^2 - 3z + 2)(z - 3)}$ với ROC: $|z| > 3$

A. $x(n) = \left(\frac{1}{2} - 2^{n+1} + \frac{1}{2} 3^n \right) u(n)$

B. $x(n) = \left(\frac{1}{2} - 2^n + \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

C. $x(n) = \left(\frac{1}{2} - 2^n + \frac{1}{2} 3^n \right) u(n)$

D. $x(n) = \left(\frac{1}{2} - 2^n - \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

Câu 19: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{z + z^2}{(z^2 - 2z + 1)(z - 2)}$ với ROC: $|z| > 2$

A. $x(n) = (-3 + 2n + 3 \cdot 2^n) u(n)$

B. $x(n) = (-3 - 2n + 3 \cdot 2^{n+1}) u(n)$

C. $x(n) = (-3 + 2n + 3 \cdot 2^{n+1}) u(n)$

D. $x(n) = (-3 - 2n + 3 \cdot 2^n) u(n)$

Câu 20: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{z + z^2}{(z^2 - 2z + 1)(z - 2)}$ với ROC: $1 < |z| < 2$

A. $x(n) = -3u(n) - 2nu(n) + 3.2^n u(n)$

B. $x(n) = -3u(n) - 2nu(n) - 3.2^n u(-n-1)$

C. $x(n) = -3u(n) + 2nu(n) + 3.2^n u(n)$

D. $x(n) = -3u(n) + 2nu(n) - 3.2^n u(-n-1)$

Câu 21: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{z}{(z^2 - 2z + 4)(z - 1)}$ với ROC: $|z| > 2$

A. $x(n) = \frac{1}{3} 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{3} + \pi\right) u(n) - \frac{1}{3} u(n)$

B. $x(n) = \frac{1}{3} 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{6}\right) u(n) + \frac{1}{3} u(n)$

C. $x(n) = \frac{1}{3} 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{3} + \pi\right) u(n) + \frac{1}{3} u(n)$

D. $x(n) = \frac{1}{3} 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{6}\right) u(n) - \frac{1}{3} u(n)$

Câu 22: Tìm biến đổi Z ngược của $X(z) = \frac{z}{(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)(z - \sqrt{3})}$ với ROC: $|z| > 2$

A. $x(n) = 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{6} + \pi\right) u(n) + (\sqrt{3})^n u(n)$

B. $x(n) = 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{3} + \pi\right) u(n) + (\sqrt{3})^n u(n)$

C. $x(n) = 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{6}\right) u(n) + (\sqrt{3})^n u(n)$

D. $x(n) = 2^n \cos\left(n\frac{\pi}{3}\right) u(n) + (\sqrt{3})^n u(n)$

❖ *Tìm hàm truyền đạt, đáp ứng xung từ phương trình hiệu số*

Câu 23: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả có phương trình sai phân

$$y(n) - 3y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) - 3x(n-1)$$

Hàm truyền đạt của hệ thống trên miền Z là

A. $H(z) = \frac{z^{-2} + 3z^{-1}}{z^{-2} + 3z^{-1} - 2}$

B. $H(z) = \frac{z^2 + 3z}{z^2 + 3z - 2}$

C. $H(z) = \frac{z^2 - 3z}{z^2 - 3z + 2}$

D. $H(z) = \frac{z^{-2} - 3z^{-1}}{z^{-2} - 3z^{-1} + 2}$

Câu 24: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả có phương trình sai phân

$$y(n) - 3y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) - 3x(n-1)$$

Đáp ứng xung của hệ thống là

A. $h(n) = (2 + 3^n)u(n)$

B. $h(n) = (2 + 2^n)u(n)$

C. $h(n) = (2 - 3^n)u(n)$

D. $h(n) = (2 - 2^n)u(n)$

Câu 25: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả có phương trình sai phân

$$y(n) - y(n-1) - 2y(n-2) = x(n) - 3x(n-1)$$

Hàm truyền đạt của hệ thống trên miền Z là

A. $H(z) = \frac{z^2 - 3z}{z^2 - z - 2}$

B. $H(z) = \frac{z^{-2} - 3z^{-1}}{z^{-2} - z^{-1} - 2}$

C. $H(z) = \frac{z^2 + 3z}{z^2 - z + 2}$

D. $H(z) = \frac{z^{-2} + 3z^{-1}}{z^{-2} - z^{-1} + 2}$

Câu 26: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả có phương trình sai phân

$$y(n) - y(n-1) - 2y(n-2) = x(n) - 3x(n-1)$$

Đáp ứng xung của hệ thống là

A. $h(n) = \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{3} 2^n \right) u(n)$

B. $h(n) = \left(\frac{4}{3} (-1)^n + \frac{1}{3} 2^n \right) u(n)$

C. $h(n) = \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3} 2^n \right) u(n)$

D. $h(n) = \left(\frac{4}{3} (-1)^n - \frac{1}{3} 2^n \right) u(n)$

❖ *Tìm hàm truyền đạt và phương trình hiệu số từ điểm không và điểm cực*

Câu 27: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả với điểm cực $z_{0,1} = 1, z_{0,2} = 3, z_{p,1} = 2$, và $z_{p,2} = -3$. Hàm truyền đạt của hệ thống trên miền Z với $H(0) = -1$ là

A. $H(z) = \frac{2z^2 - 8z + 6}{z^2 + z - 6}$

B. $H(z) = \frac{2z^2 + 8z + 6}{z^2 - z - 6}$

C. $H(z) = \frac{2z^{-2} - 8z^{-1} + 6}{z^{-2} + z^{-1} - 6}$

D. $H(z) = \frac{2z^{-2} + 8z^{-1} + 6}{z^{-2} - z^{-1} - 6}$

Câu 28: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả với điểm cực $z_{0,1} = 1, z_{0,2} = 3, z_{p,1} = 2$, và $z_{p,2} = -3$. Phương trình hiệu số của hệ thống với $H(0) = -1$ là

A. $y(n) - y(n-1) - 6y(n-2) = 2x(n) + 8x(n-1) - 6x(n-2)$

B. $y(n) - y(n-1) + 6y(n-2) = 2x(n) - 8x(n-1) + 6x(n-2)$

C. $y(n) + y(n-1) - 6y(n-2) = 2x(n) - 8x(n-1) + 6x(n-2)$

D. $y(n) + y(n-1) - 6y(n-2) = 2x(n) + 8x(n-1) - 6x(n-2)$

Câu 29: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả với điểm cực $z_{0,1} = 2, z_{0,2} = -3, z_{p,1} = 1$, và $z_{p,2} = 3$. Hàm truyền đạt của hệ thống trên miền Z với $H(0) = -2$ là

A. $H(z) = \frac{z^2 + z - 6}{z^2 - 4z + 3}$

B. $H(z) = \frac{z^2 - z + 6}{z^2 - 4z + 3}$

C. $H(z) = \frac{z^{-2} + z^{-1} - 6}{z^{-2} - 4z^{-1} + 3}$

D. $H(z) = \frac{z^{-2} - z^{-1} + 6}{z^{-2} - 4z^{-1} + 3}$

Câu 30: Hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả với điểm cực $z_{0,1} = 2, z_{0,2} = -3, z_{p,1} = 1$, và $z_{p,2} = 3$. Phương trình hiệu số của hệ thống với $H(0) = -2$ là

A. $y(n) + 4y(n-1) - 3y(n-2) = x(n) + x(n-1) - 6x(n-2)$

B. $y(n) - 4y(n-1) + 3y(n-2) = x(n) - x(n-1) + 6x(n-2)$

C. $y(n) - 4y(n-1) + 3y(n-2) = x(n) + x(n-1) - 6x(n-2)$

D. $y(n) + 4y(n-1) + 3y(n-2) = x(n) - x(n-1) + 6x(n-2)$

❖ **Ghép hệ thống song song và nối tiếp**

Câu 31: Cho ba hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả $h_1(n) = u(n)$, $h_2(n) = 2^n u(n)$ và $h_3(n) = 3^n u(n)$. Hệ thống $h(n)$ gồm $h_1(n)$ song song với $h_2(n)$ và nối tiếp với $h_3(n)$ có đáp ứng xung là

A. $h(n) = \left(-\frac{1}{2} + 2^{n+1} - \frac{1}{2} 3^{n+2} \right) u(n)$

B. $h(n) = \left(-\frac{1}{2} - 2^{n+1} + \frac{1}{2} 3^{n+2} \right) u(n)$

C. $h(n) = \left(-\frac{1}{2} - 2^n + \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

D. $h(n) = \left(-\frac{1}{2} + 2^n - \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

Câu 32: Cho ba hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả $h_1(n) = u(n)$, $h_2(n) = 2^n u(n)$ và $h_3(n) = 3^n u(n)$. Hệ thống $h(n)$ gồm $h_2(n)$ song song với $h_3(n)$ và nối tiếp với $h_1(n)$ có đáp ứng xung là

A. $h(n) = \left(-\frac{3}{2} - 2^{n+1} - \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

B. $h(n) = \left(-\frac{3}{2} + 2^{n+1} + \frac{1}{2} 3^{n+1} \right) u(n)$

C. $h(n) = \left(-\frac{3}{2} + 2^n + \frac{1}{2} 3^n \right) u(n)$

D. $h(n) = \left(-\frac{3}{2} - 2^n - \frac{1}{2} 3^n \right) u(n)$

❖ **Tìm tín hiệu ngõ ra với đầu vào $u(n)$**

Câu 33: Cho hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả có phương trình hiệu số

$$y(n) - 3y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) - 3x(n-1) \text{ với } n \geq 0 \text{ và } y(n) = 0, n < 0$$

Tìm đáp ứng ngõ ra với tín hiệu đầu vào $x(n) = u(n)$

A. $y(n) = (3 - 2n + 2^n) u(n)$

B. $y(n) = (3 - 2n + 2^{n+1}) u(n)$

C. $y(n) = (3 + 2n - 2^n) u(n)$

D. $y(n) = (3 + 2n - 2^{n+1}) u(n)$

Câu 34: Cho hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả có phương trình hiệu số

$$y(n) - y(n-1) - 2y(n-2) = x(n) - 3x(n-1) \text{ với } n \geq 0 \text{ và } y(n) = 0, n < 0$$

Tìm đáp ứng ngõ ra với tín hiệu đầu vào $x(n) = u(n)$

A. $y(n) = \left[\frac{2}{3} (-1)^{n+1} + \frac{1}{3} 2^{n+1} - 1 \right] u(n)$

B. $y(n) = \left[\frac{2}{3} (-1)^n + \frac{1}{3} 2^n - 1 \right] u(n)$

C. $y(n) = \left[\frac{2}{3} (-1)^{n+1} - \frac{1}{3} 2^{n+1} + 1 \right] u(n)$

D. $y(n) = \left[\frac{2}{3} (-1)^n - \frac{1}{3} 2^n + 1 \right] u(n)$

❖ **Giải phương trình sai phân điều kiện đầu**

Câu 35: Giải phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng

$$y(n) - y(n-1) = x(n)$$

Biết $x(n) = 2^n u(n)$ và $y(-1) = 1$, Tìm $y(n)$ với $n \geq 0$.

A. $y(n) = 2^n u(n)$

B. $y(n) = 2^{n+1} u(n)$

C. $y(n) = -2^{n+1} u(n)$

D. $y(n) = -2^n u(n)$

Câu 36: Giải phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng

$$y(n) - y(n-1) = x(n)$$

Biết $x(n) = 2^n u(n)$ và $y(-1) = -1$, Tìm $y(n)$ với $n \geq 0$.

A. $y(n) = (-2 - 2^{n+1}) u(n)$

B. $y(n) = (-2 + 2^{n+1}) u(n)$

C. $y(n) = (-2 - 2^n) u(n)$

D. $y(n) = (-2 + 2^n) u(n)$

Câu 37: Cho hệ thống tuyến tính bất biến có hàm truyền đạt trên miền Z như sau:

$$H(z) = \frac{z-1}{(z-0.5)(z-0.8)(z-2)}, \text{ với ROC } |z| > 0.8$$

Phát biểu nào sau đây là đúng:

A. Hệ thống là nhân quả và ổn định

B. Hệ thống là không nhân quả và ổn định

C. Phương trình sai phân là $y(n) - 3y(n-1) + 2y(n-2) - 0.8y(n-3) = x(n) - x(n-1)$

D. Đáp ứng xung của hệ thống là $y(n) = 0.8(0.5)^n u(n) - 0.5(0.8)^n u(n) - (0.3)2^n u(n)$