

Computer Vision Homework 2

111062543 黃寶萱

Part1: Fundamental Matrix Estimation from Point Correspondences

- (a) Implement the linear least-squares eight-point algorithm and return fundamental matrix.

根據兩個 txt 檔中的座標位置建立一個 46x9 的 matrix A，matrix A 的每一個 row 分別為：

$$A[i] = [x_l * x_r, x_r * y_l, x_r, x_l * y_r, y_l * y_r, y_r, x_l, y_l, 1]$$

x_l 代表左圖 i 點的 x 座標位置、 x_r 代表右圖 i 點的 x 座標位置

y_l 代表左圖 i 點的 y 座標位置、 y_r 代表右圖 i 點的 y 座標位置

利用 SVD() 對 matrix A 做 singular value decomposition 得到三個矩陣 U, S, V，其中 U, V 為 orthogonal matrix，S 為 diagonal matrix，從 matrix V 中選出 linear least square solution 的 row 並 reshape 成 3x3 matrix，即為 Fundamental matrix F。為了將 matrix F 轉成 rank 2 的形式，因此同樣再對 matrix F 做 SVD() 運算，將 S 的最後一個 entry 設為 0，再把 U, S, V 相乘得到最終的 fundamental matrix。

```
(a) Fundamental Matrix
[[ 5.63238967e-06 -2.75050696e-05  6.42823622e-03]
 [ 2.77697654e-05  6.74930384e-06 -1.52223050e-02]
 [-1.07652603e-02  1.22552262e-02  1.00000000e+00]]
```

- (b) Implement the normalized eight-point algorithm and return fundamental matrix.

首先，各別計算 46 個點 x 方向與 y 方向的平均值，根據 Hartley approach 計算兩張圖對座標做 normalize 所需的 shift value，即可求出 normalized data:

$$\widetilde{m}_i = [(m_{i,1} - \overline{m}_1)/s, (m_{i,2} - \overline{m}_2)/s, 1]^T$$

$m_{i,1}$: 原 point i 的 x 座標位置

\overline{m}_1 : x 方向的座標平均值

並轉成用矩陣的形式表示：

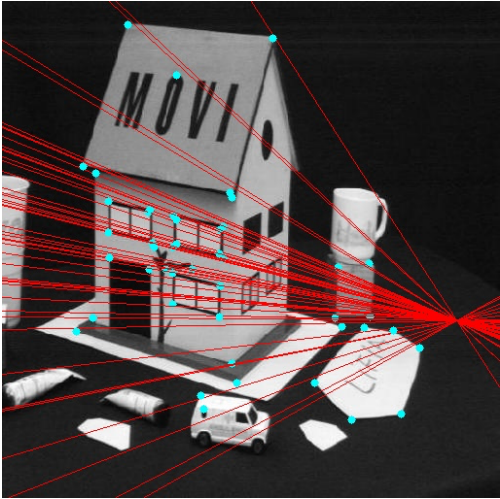

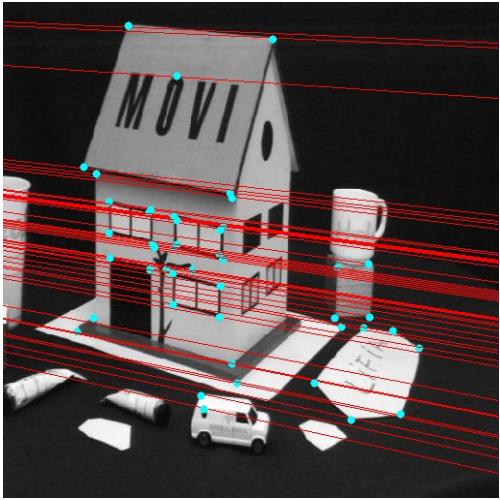
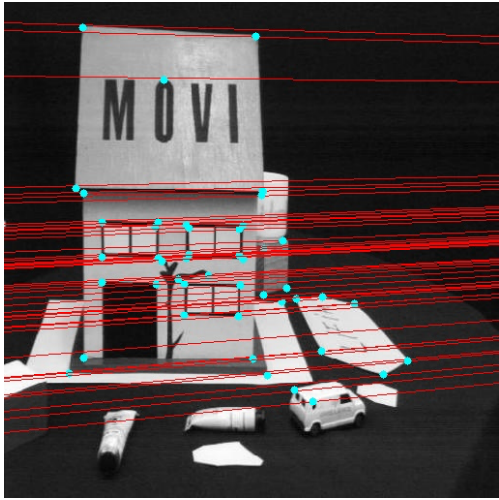
$$T = \begin{bmatrix} s^{-1} & 0 & -s^{-1}\overline{m}_1 \\ 0 & s^{-1} & -s^{-1}\overline{m}_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

將所有點的座標乘上 matrix T 即可以求得 normalized 座標值，同樣再利用(a)的做法，對 normalize 過後的座標計算 SVD()，即可求出新的 fundamental matrix F。

```
(b) Fundamental Matrix
[[-8.29898391e-08  1.03797815e-06 -9.79890531e-05]
 [ 1.43298744e-06  1.23767011e-07  2.85015261e-03]
 [ 1.13262445e-04 -3.45025265e-03  3.21975629e-03]]
```



- (c) Determine the accuracy of the fundamental matrices by computing the average distance between the feature points and their corresponding epipolar lines.

根據(a), (b)求出的 fundamental matrix F 計算 epipolar line，左圖中的每個點分別與 matrix F 做矩陣相乘，即可得到在右圖的 epipolar line，將該線畫在圖片上，並計算每個點到該點的 epipolar line 的垂直距離，如下方附圖。

	Image1	Image2
(a)	 <p>average distance ≈ 9.7014</p>	 <p>average distance ≈ 14.5682</p>
(b)	 <p>average distance ≈ 1.0732</p>	 <p>average distance ≈ 1.0950</p>

Part2: Homography transform

- ◆ 4 points selected from the source image:
[458, 427], [776, 289], [775, 950], [448, 820]
- ◆ 4 points of the target image:
[0, 0], [width-1, 0], [width-1, height-1], [0, height-1]
(width=400, height=400)
- ◆ Backward warping: 利用 backward warping 將 target image 選出的四個點(記為 pts_left)當作 source points, source image 的點(記為 pts_right)則視為 target points, 計算由 pts_left 轉到 pts_right 的 homography matrix H 。
根據 pts_left 與 pts_right 可以得出一個 8×8 的 matrix P , $\text{matrix } P * \text{matrix } h = x$, 即為 pts_right, 因此可推得 $\text{matrix } h = \text{inverse}(\text{matrix } P) * x$, 求出的 h 為 1×8 的矩陣, 再補上 1 (因為 Homography matrix H 最右下角的 element 為 1) 並 reshape 成 3×3 的 matrix 即為所求 Homography matrix H 。
- ◆ Bilinear Interpolation: 利用雙層 for loop 將 target image 中的每個點(s)分別與 Homography matrix H 做計算, 得到的座標值即為該點在 source image 的座標位置(t), 但座標值 t 可能為小數點, 因而需要利用 bilinear interpolation 找出點 t 周圍的四個整數座標點, 並分別對 x 方向與 y 方向做差值, 得到 t 點的 feature vector RGB, 並將此 RGB 值畫在 target image 的 s 點。

Source image	Target image
	
Homography matrix H	
<pre>Homography Matrix: [[1.94504812e-02 -5.73383551e-02 4.58000000e+02] [-6.35438937e-01 9.25886351e-01 4.27000000e+02] [-1.00198711e-03 -7.20439697e-05 1.00000000e+00]]</pre>	