绝密★考试结束前

宁波市 2024学年第一学期 期末九校联考 高三数学试题

注意事项：

1. 答卷前，务必将自己的姓名，考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 请保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的.

1．已知复数 z 满足 $(2+i)\cdot z=5$，则 $z=$

A． 2　　B． i　　C． $2-i$　　D． $2+i$

2．已知全集 $U=\{x\mid -2<x<4\}$，集合 $A=\{x\mid |x-1|\le 1\}$，则 $C_U A=$

A． $[0,2]$　　B． $(-2,0]\cup[2,4)$　　C． $(0,2)$　　D． $(-2,0)\cup(2,4)$

3．已知向量 $\vec{a}=(x,x-6),\vec{b}=(1,x-4)$，则 $x=2$ 是 $\vec{a}//\vec{b}$ 的

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

4．$\left(1+\dfrac{1}{x}\right)(1-x)^6$ 的展开式中，x^2 的系数为

A． -5　　B． 5　　C． 15　　D． 35

5．圆台的上下底面半径分别为 1 和 3，圆台的母线与下底面所成角为 $\dfrac{\pi}{3}$，则圆台的体积为

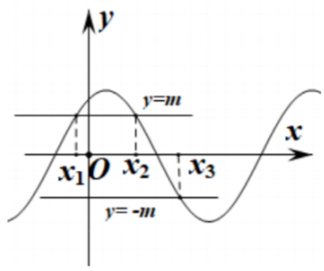
A． $7\sqrt{3}\pi$　　B． $8\sqrt{3}\pi$　　C． $\dfrac{25}{3}\sqrt{3}\pi$　　D． $\dfrac{26}{3}\sqrt{3}\pi$

6．下列不等式正确的为

A． $7^{\sqrt{5}}>8^{\sqrt{5}}$　　B． $1.6^{0.4}<0.4^{1.6}$

C． $\log_2 3>\log_3 4$　　D． $\sin 2<\sin\dfrac{\pi}{3}$

7．如图，直线 $y=\pm m$ 与函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 交点的横坐标分别为 x_1，x_2，x_3，若 $x_1+x_2=\dfrac{\pi}{6}$，$x_2+x_3=\dfrac{2\pi}{3}$，则 $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=$



A． $\dfrac{1}{2}$　　B． $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C． $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D． 1

8．在平面直角坐标系中，若点 $A\left(4+2\cos\theta,1+2\sin\theta\right)$ 到直线 $y=kx+2$ 的距离不小于 2，则 k 的取值范围为

A．$k\geq 2$　　　　B．$k\geq\dfrac{15}{8}$

C．$k\geq 2或k\leq -2$　　　　D．$k\geq\dfrac{15}{8}或k\leq -\dfrac{15}{8}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9．从 40 个能歌善舞的人中选择 15 个人参加艺术节表演，其中 7 个人唱歌，8 个人跳舞，共有多少种选择方式，下列各式表述正确的为

A．$C_{40}^{15}C_{15}^{7}$　　B．$C_{40}^{7}C_{33}^{8}$　　C．$C_{40}^{8}C_{32}^{7}$　　D．$C_{15}^{7}C_{25}^{8}$

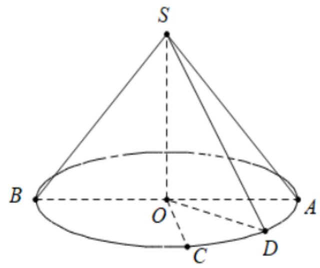
10．如图，圆锥 SO 的底面圆直径为 AB，$OS=OA$，$CO\perp AB$，D 为底面圆上的动点，则

A．当直线 SD 与 AB 所成角为 60° 时，直线 SD 与 OC 所成角为 30°

B．当直线 SD 与 AB 所成角为 60° 时，直线 SD 与 OC 所成角为 60°

C．直线 SD 与 AB 所成角的最小值为 45°

D．直线 SD 与 AB 所成角的最大值为 60°



11．已知函数 $f(x)=\dfrac{2\cdot 4^{x}}{4^{x}+4}$，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=f(\dfrac{n}{1013})\left(n\in N^{*}\right)$，前 n 项和为 S_n.则

A．函数 $y=f(x)$ 的对称中心为 $(1,1)$

B．函数 $y=f(x-1)-1$ 为奇函数

C．不等式 $f(3x+1)+f(2x-3)>2$ 的解集为 $(\dfrac{4}{5},+\infty)$

D．若 $S_{2025}=\dfrac{2025}{2}(a+b)$，$b>0$，则 $\dfrac{1}{2|a|}+\dfrac{|a|}{b}$ 的最小值为 $\dfrac{3}{4}$

第Ⅱ卷

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．已知数据 x_1，x_2，x_3，…，x_n 的平均数为 3，方差为 1，则数据 $3x_1+1$，$3x_2+1$，$3x_3+1$，…，$3x_n+1$ 的平均数与方差的和为__▲__.

13．过点 $A\left(-\dfrac{1}{8},\dfrac{1}{8}\right)$ 的直线 l 与抛物线 $x^2=2py\left(p>0\right)$ 交于 M，N 两点，且 $OM\perp ON$，$OA\perp MN$，则 $p=$__▲__.

14．已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2+tx(1-\ln x)$ 有两个极值点 x_1，x_2，当 $1<\dfrac{x_2}{x_1}<2$ 时，t 的取值范围是__▲__.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本题满分 13 分）甲、乙两个箱子装有大小及外观相同的小球，甲箱中有 5 个白球和 3 个黑球，乙箱中有 4 个白球和 3 个黑球.

（1）若从甲箱中任取 2 个小球，求这 2 个小球同色的概率；

（2）若先从甲箱中任取 2 个小球放入乙箱中，然后再从乙箱中任取 1 个小球，求从乙箱中取出的球是白球的概率.

16.（本题满分 15 分）已知函数 $f(x)=x^2+x$.数列 $\{x_n\}$ $(x_n<-1)$ 的首项 $x_1=\dfrac{e}{1-e}$.以后各项按如下方式取定：记曲线 $y=f(x)$ 在 $(x_n, f(x_n))$ 处的切线为 l_n，若 $f'(x_n)\neq 0$，则记 l_n 与 x 轴交点的横坐标是 x_{n+1}.

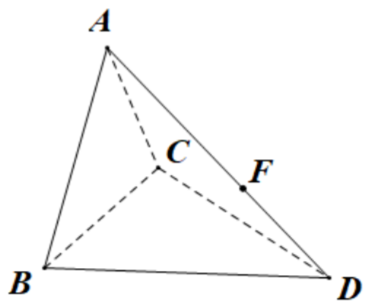
（1）证明：数列 $\left\{\ln\dfrac{x_n}{x_n+1}\right\}$ 为等比数列；

（2）设 $a_n=\ln\dfrac{x_n}{x_n+1}$，求数列 $\{n\cdot a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

17.（本题满分 15 分）如图，三棱锥 $A-BCD$ 中，$BC=CD=BD=2$，$AB=AC=\sqrt{2}$．异面直线 AC 和 BD 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，点 F 是线段 AD 上的一个动点.

（1）证明：平面 $ABC\perp$ 平面 BCD；

（2）若二面角 $B-CF-D$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{33}}{7}$，求 DF .



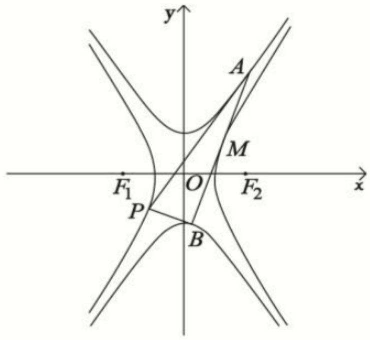
18．（本题满分 17 分）如图，双曲线 C_1: $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，双曲线 C_2: $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 与 C_1 有相同的渐近线和焦距.过 C_1 上一点 $P(x_0，y_0)$ 作 C_2 的两条切线，切点分别为 A，B，A 在 x 轴上方，连接 AB 交 C_1 于点 M.

（注：过曲线 $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1$ 外一点 $(x'，y')$ 作曲线的两条切线，则两切点所在直线方程为 $\frac{x'x}{m}+\frac{y'y}{n}=1$）

（1）求双曲线 C_2 的方程;

（2）证明:直线 AB 与 C_1 切于点 M，且 $|AM|=|BM|$;

（3）当点 $P(x_0，y_0)$ 在第三象限，且 $PM // BF_2$ 时，求 $S_{\Delta MF_1F_2}$ 的值.

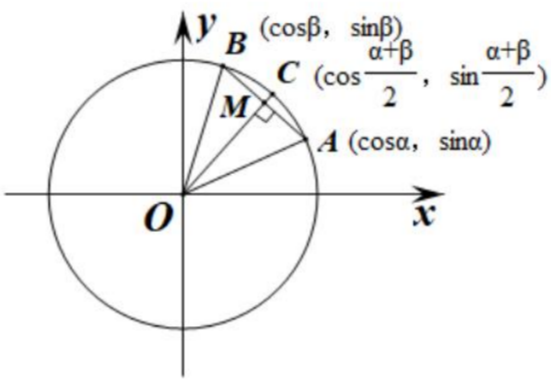


19．（本题满分 17 分）

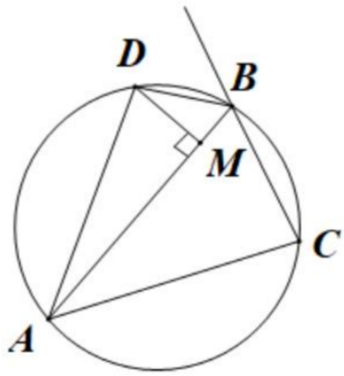
（1）证明：$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$；

（2）当 $0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$ 时，利用所给图形证明（1）中等式;

（3）如图，ΔABC 的外接圆半径为 1，$AB>AC$，$\angle ABC$ 的一个外角的角平分线交外接圆于点 D，过 D 作 $DM\perp AB$ 于点 M，利用（1）中等式，证明：$2AM=BA+BC$.



题（2）图



题（3）图