机密 ★ 考试结束前

温州市 2025 届高三学业水平评估

数学试题卷

2025.2

本试卷共 4 页，19 小题，满分 150 分．考试用时 120 分钟．

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名．准考证号填写在答题卷上．将条形码横贴在答题卷右上角“条形码粘贴处”．

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卷上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试题卷上．

3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卷各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．

4. 考生必须保持答题卷的整洁，不要折叠，不要弄破．

选择题部分（共 58 分）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．在复平面内，复数 z 对应的点为 $(-1,1)$，则 $\dfrac{z}{1+i}=$（ ▲ ）

A．$-1+i$　　B．$-1-i$　　C．i　　D．$1+i$

2．已知空间向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,0)$，$\boldsymbol{b}=(0,1,0)$，则下列向量可以与 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 构成空间向量的一组基底的是（ ▲ ）

A．$\boldsymbol{c}=(0,0,0)$　　B．$\boldsymbol{c}=(0,0,1)$　　C．$\boldsymbol{c}=(1,1,0)$　　D．$\boldsymbol{c}=(1,2,0)$

3．圆心为 $(1,\sqrt{3})$ 且与抛物线 $y^2=4x$ 的准线相切的圆的方程是（ ▲ ）

A．$(x+1)^2+(y+\sqrt{3})^2=4$　　B．$(x+1)^2+(y+\sqrt{3})^2=3$

C．$(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=4$　　D．$(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=3$

4．已知 4 名学生的期中考试数学成绩分别为 98，110，m，120，且上四分位数为 118，则 $m=$（ ▲ ）

A．115　　B．116　　C．117　　D．118

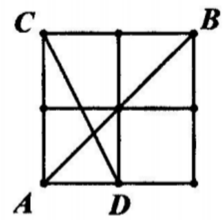
5．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-\dfrac{1}{5}$，$\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{1}{a_n}=2$，则数列 $\{a_n\}$ 中的最小项为（ ▲ ）

A．a_2　　B．a_3　　C．a_4　　D．a_5

6．在 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $\sin A=\dfrac{3}{5}$，$B=2A$，$b=8$，则 $a=$（ ▲ ）

A．$\dfrac{5}{2}$　　B．5　　C．$\dfrac{10}{3}$　　D．$\dfrac{20}{3}$

7. 如图所示，“田”字型方格是由4个边长为1的正方形组成，A,B,C,D 为其中的4个格点，在9个格点中依次取不同的两点 P,Q，则概率等于 $\frac{1}{4}$ 的事件是（　▲　）



第7题图

A. $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{AB}=8$

B. $<\overrightarrow{PQ},\overrightarrow{AB}>=45°$

C. $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{CD}=0$

D. 在 $|\overrightarrow{PQ}|=\sqrt{5}$ 条件下，$\overrightarrow{PQ}//\overrightarrow{CD}$

8. 已知函数 $f(x)=\log_{(a+1)}x-\log_a x$ 与 $g(x)=(a+1)^x+a^x$（$a>0$ 且 $a\neq1$）在 $(0,+\infty)$ 上都是增函数，则实数 a 的取值范围是（　▲　）

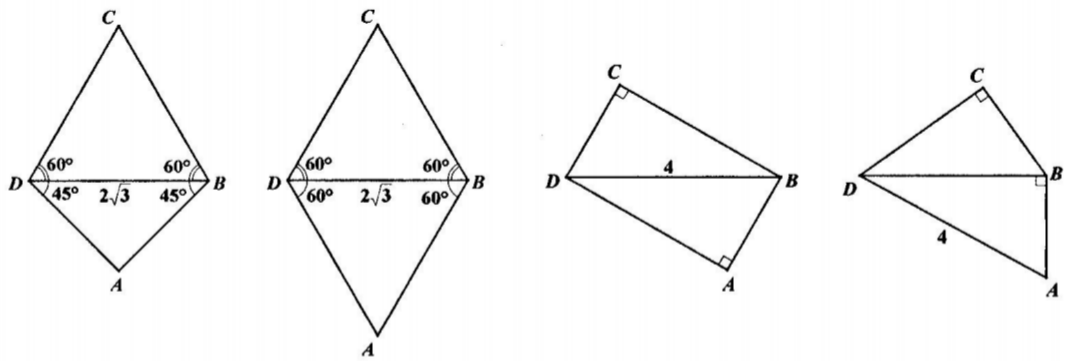
A. $(0,\frac{\sqrt{5}-1}{2}]$　　B. $[\frac{\sqrt{5}-1}{2},1)$　　C. $(1,\frac{\sqrt{5}+1}{2}]$　　D. $[\frac{\sqrt{5}+1}{2},+\infty)$

二、选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 已知实数 a,b 满足 $a>|b|>0$，则（　▲　）　

A. $a>b$　　B. $a>-b$　　C. $a^2>b^2$　　D. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

10. 将下列平面四边形 $ABCD$ 中的 ΔABD 沿对角线 BD 翻折成 $\Delta A'BD$，使二面角 $A'-BD-C$ 为直二面角，其中四面体 $A'BCD$ 的外接球的半径等于2的是（　▲　）



A　　　B　　　C　　　D

11. 给定 $n\in\mathbf{N}_+$，若集合 $P\subseteq\{1,2,3,\cdots,n\}$，且存在 $a,b,c,d\in P$，满足 $a<b\leq c<d$，$b-a=d-c$，则称 P 为“广义等差集合”．记 P 的元素个数为 $|P|$，则（　▲　）

A. $\{1,2,3\}$ 是“广义等差集合”

B. $\{1,3,4,6\}$ 是“广义等差集合”

C. 若 P 不是“广义等差集合”，当 $n=8$ 时，$|P|$ 的最大值为4

D. 若 P 不是“广义等差集合”，若 $|P|$ 的最大值为4，则 n 可以是13

非选择题部分（共 92 分）

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．已知二项式的展开式：$(1-2x)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_6x^6$，则 $a_3=$ ▲ .

13．若角 α 的终边逆时针旋转 $\dfrac{\pi}{3}$ 后经过点 $P(-3,4)$，则 $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)=$ ▲ .

14．已知 P 为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上一点，F_1，F_2 分别为椭圆的左，右焦点，直线 PF_1 交 y 轴于点 Q，O 为坐标原点，若 $|QF_1|=|PF_2|=|OP|$，则椭圆的离心率等于 ▲ .

四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

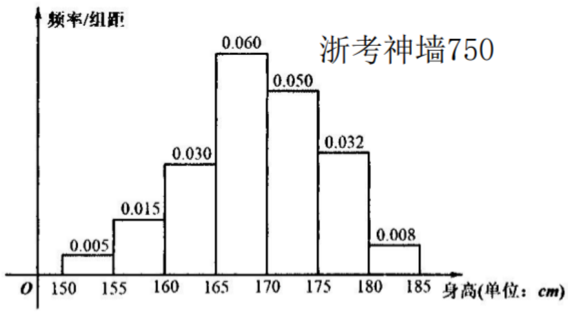
15．（本小题满分 13 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-ax+2\ln x$ 在 $x=1$ 处的切线垂直于 y 轴.

（1）求实数 a 的值；

（2）求函数 $f(x)$ 的极小值.

16．（本小题满分 15 分）为了研究某市高三年级学生的性别和身高的关联性，抽取了 200 名高三年级的学生，统计数据，整理得到如下列联表，并画出身高的频率分布直方图：

性别	身高		合计
	低于170cm	不低于170cm	
女	m	20	
男	50	n	
合计			200



（1）根据身高的频率分布直方图，求列联表中 m,n 的值；

（2）依据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，能否认为高三年级学生的性别与身高是否低于 170cm 有关联？

（3）用样本频率估计总体的概率，在全市不低于 170cm 的学生中随机抽取 2 人，其中不低于 175cm 的人数记为 X，求 X 的期望.

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(\chi^2\geq k)=\alpha$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

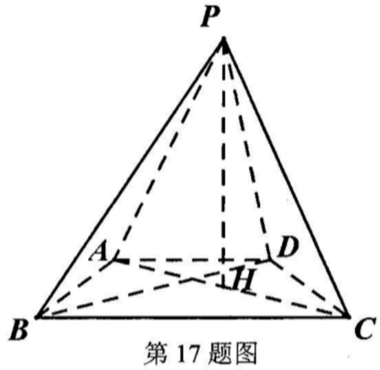
17. （本小题满分 15 分）如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，顶点 P 在底面 $ABCD$ 上的射影 H 落在线段 AC 上（不含端点），底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$AB\perp AD$，$AB=2$，$BC=2AD=2\sqrt{2}$.

（1）求证：$BD\perp$ 平面PAC；

（2）若二面角 $A-BC-P$ 的大小为 α，直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角为 β.

（i）求 $\dfrac{\tan\alpha}{\tan\beta}$ 的值；

（ii）当 $\alpha=60^\circ$ 时，求 PA 的最小值.



第 17 题图

18. （本小题满分 17 分）已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 过点 $P_1(2,2)$，其渐近线的方程为 $y=\pm 2x$. 按照如下方式依次构造点 $P_n(n=2,3,\cdots)$：过右支上点 P_{n-1} 作斜率为1的直线与 C 的左支交于点 Q_{n-1}，过 Q_{n-1} 再作斜率为 -1 的直线与 C 的右支交于点 $P_n(x_n,y_n)$.

（1）求双曲线 C 的方程；

（2）用 x_n，y_n 表示点 Q_{n-1} 的坐标；

（3）求证：数列 $\{2x_n-y_n\}$ 是等比数列.

19. （本小题满分 17 分）已知函数 $f(x)=\sin^n x+\cos^n x\ (n\in\mathbf{N}_+)$.

（1）当 $n=4$ 时，判断 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）当 n 为偶数时，方程 $f(x)=\dfrac{1}{2025}$ 有解，求 n 的最小值；

（3）若存在 n，使得关于 x 的不等式 $f(x)+a(\sin x+\cos x)-a\geq 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.