

# 计算物理学(A)第四次作业

物理学院 陈伟杰 1500011335

May 15, 2018

## 1 RungeKutta法解ODE

### 1.1 电磁学问题

恒磁场下粒子运动方程：

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{v} \end{cases} \quad (1)$$

取初值  $\vec{r}(0) = (0, 0, 0)$ ,  $\vec{v}(0) = (0, 2, 0.1)$ ,  $\omega = (0, 0, 1)$ , 分别用4阶RungeKutta和2阶Euler插值法数值求解上述方程, 绘制图像如下:

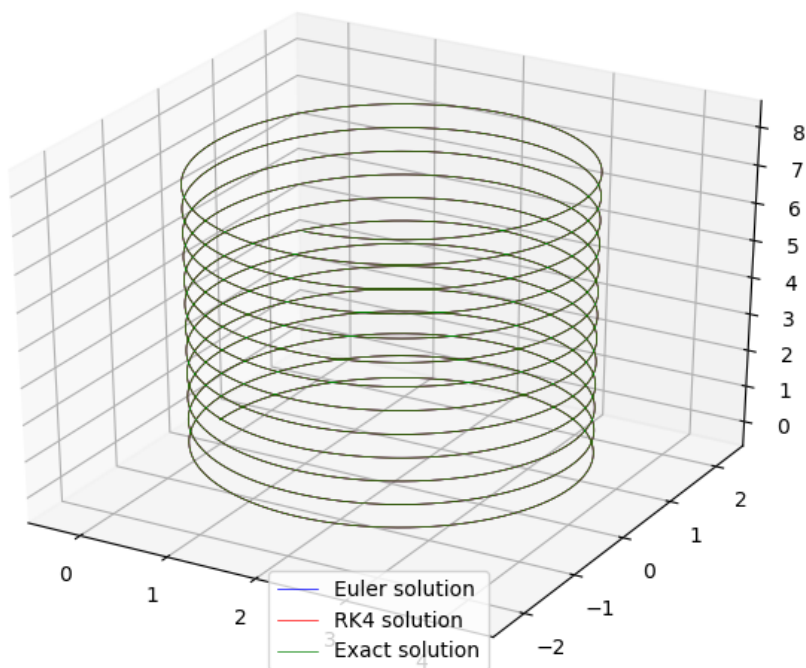


Figure 1: 步长为0.01, 迭代次数8000

### 1.2 二阶常微分方程

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 2y = e^{2x} \sin(x) \\ y(0) = -0.4, y'(0) = -0.6 \end{cases} \quad (2)$$

在  $x \in [0, 1]$  内用4阶RungeKutta求解上述二阶常微分方程, 绘制图像如下:

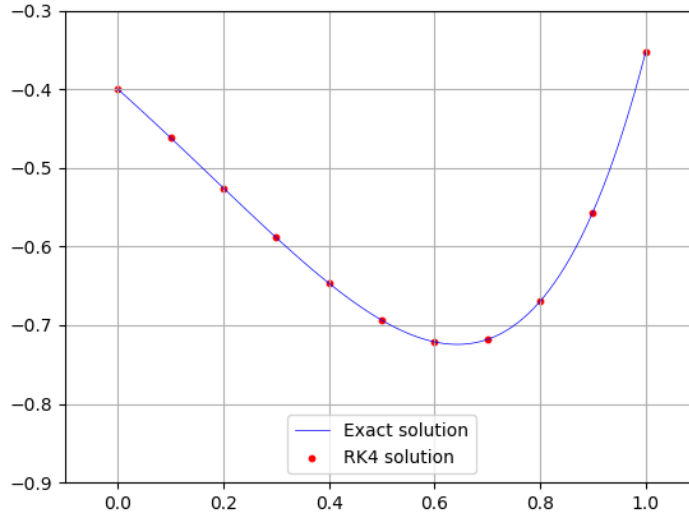


Figure 2: 步长为0.1，迭代次数10次

### 1.3 Lorenz吸引子

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta & 0 & y_2 \\ 0 & -\sigma & \sigma \\ -y_2 & \rho & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

取初值为 $y_1(0) = 12, y_2(0) = 4, y_3(0) = 0$ ，分别取不同的 $(\sigma, \rho, \beta)$ 用4阶RungeKutta求解上述方程，取步长为0.001，迭代10000次，绘制图像如下：

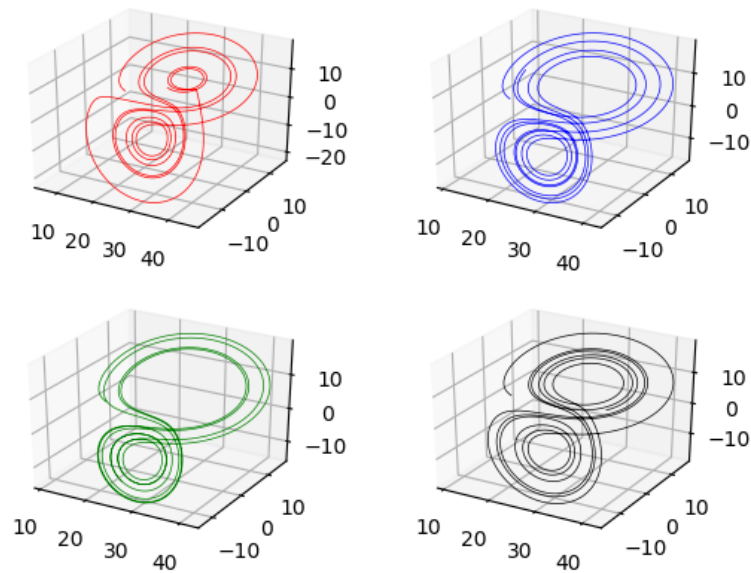


Figure 3: 左上( $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 5/3$ ), 右上( $\sigma = 10.1, \rho = 28, \beta = 5/3$ )  
左下( $\sigma = 10, \rho = 28.1, \beta = 5/3$ ), 右下( $\sigma = 10, \rho = 28, \beta = 5/3 + 0.1$ )

## 2 一维Poisson问题数值解

$$\begin{cases} -\frac{d^2u}{dx^2} = \delta(x - 0.4) & \Omega = (0, 1) \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

取间隔为0.1和0.01，绘制图像如下：

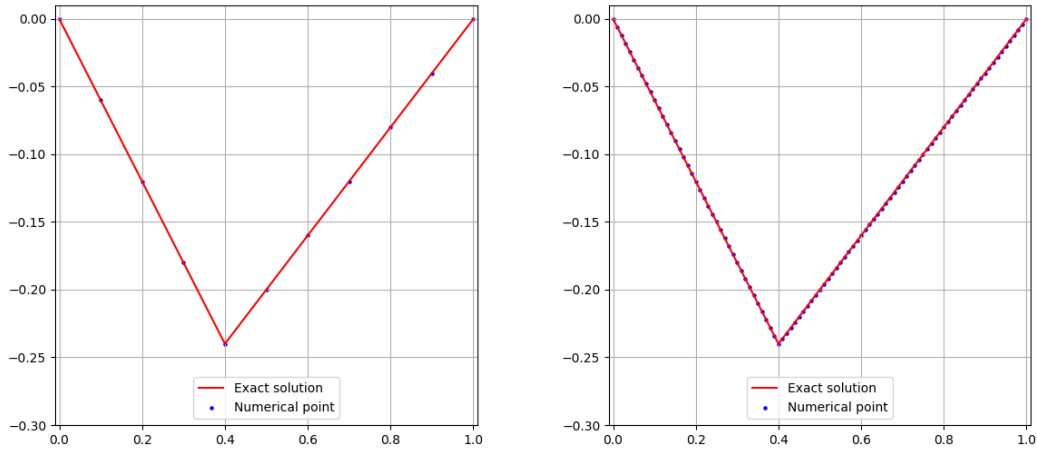


Figure 4: 左图间隔为0.1，右图间隔为0.01