Feuille d'exercice 1

Exercice 1 – constraposée de formule

1. $P \Rightarrow Q$: Il est midi donc j'ai faim
   $\neg Q \Rightarrow \neg P$: Il n'est pas midi donc je n'ai pas faim
   $Q \Rightarrow P$: J'ai faim donc il est midi
   $\neg P \Rightarrow \neg Q$: Je n'ai pas faim donc il n'est pas midi
2. table de vérité :

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$\neg Q \Rightarrow \neg P$	$Q \Rightarrow P$	$\neg P \Rightarrow \neg Q$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1

3. Non car si P est faux alors Q peut être vrai ou faux on ne sais pas.

Exercice 2 – Table de vérité

1. $(P \wedge Q \Rightarrow R) \Leftrightarrow ((P \wedge Q) \Rightarrow R)$
   $(P \Rightarrow Q \Rightarrow R) \Leftrightarrow (P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$
2. Table de vérité :

P	Q	R	$P \wedge Q \Rightarrow R$	$P \Rightarrow Q \Rightarrow R$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

3. $(P \vee Q \Rightarrow R) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow R)$
   $((P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Leftrightarrow ((P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow R))$

P	Q	R	$P \vee Q \Rightarrow R$	$(P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow R)$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Exercice 3 – Enigme

1. $\neg P_1 \wedge \neg P_2$
2. $(P_1 \wedge \neg P_2) \vee (P_2 \wedge \neg P_1)$
3. $I_1 = P_1$
   $I_2 = \neg P_2$
   $I_3 = \neg P_1$
4. Le portrai est dans le coffre 2.

Exercice 4 – "Les personnes qui aiment la montagne aiment aussi al campagne"

1. On ne peut rien dir
2. On ne peut rien dir

3. $(a) \Leftrightarrow (c)$ et (b) est équivalentes à l'affirmation du logicien.
4. — logicien : (aime-montagne) $\Rightarrow$ (aime-campagne)
   — (a) : $\neg$(aime-montagne) $\Rightarrow$ $\neg$(aime-campagne)
   — (b) : $\neg$(aime-campagne) $\Rightarrow$ $\neg$(aime-montagne)
   — (c) : (aime-campagne) $\Rightarrow$ (aime-montagne)
5. $\neg$((aime-montagne) $\Rightarrow$ (aime-campagne))
   (aime-montagne) $\wedge$ $\neg$(aime-campagne)

Exercice 5 – Calcul booléen et programmation

1. il y a 3 entrée possible donc il y a 2^3 entrées possibles.
2. table de vérité pour "a", "b", "c", "d"

p	q	r	"a"	"b"	"c"	"d"
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1

   On pourra afficher "a", "b", "d"
3. $verif(P) = verif\_aux(\top, P)$

$$\begin{cases} verif\_aux(C, elt) & = sat(C) \\ verif\_aux(D, \text{if } C \text{ then } P_1 \text{ else } P_2) & = verif\_aux(D \wedge C, P_1) \wedge verif\_aux(D \wedge \neg C, P_2) \end{cases}$$

4. Il est bien décidable car on a réussi à faire une fonction qui vérifie ça ($verif$).

Exercice 6 – Formalisation logique

— $B(x), H(x), V(X)$: le dragon x est bleu, est heureux, vole
— $P(x, y)$: le dragon x est parent du dragon y
— $x = y$: les dragons x et y sont égaux

1. (a) $\forall x, B(x) \Rightarrow V(x)$
   $\exists x, B(x) \wedge V(x)$
   (b) $\forall x, \exists p, m, \neg(p = m) \wedge P(p, x) \wedge P(m, x)$
   (c) $\forall x, (\forall e, P(x, e) \Rightarrow V(e) \Rightarrow H(x))$
   (d) $\forall x, (\exists p, P(p, x) \Rightarrow B(p) \Rightarrow B(x))$
   (e) $\forall x, (\neg H(x) \Rightarrow \neg V(x))$
2. (a) Un dragon qui vole n'a qu'un seul enfant.
   (b) Tous dragon à au moin un fils heureux.
   (c) Il existe un dragon heureux qui est fils de tous les dragons.

Exercice 7 – Enigme :

1. Soit A, B, C des varaibles propositionnelle vrai si Albert, Bernard et Charles prennent un dessert.
   (a) $A \Rightarrow B$
   (b) $(B \vee C) \wedge (\neg B \vee \neg C)$
   (c) $A \vee C$
   (d) $C \Rightarrow A$

2. Table de vérité :

A	B	C	$A \Rightarrow B$	$(B \vee C) \wedge (\neg B \vee \neg C)$	$A \vee C$	$C \Rightarrow A$
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1

On voit que les affirmation sont vrai seulement quand Albert et Bernard prennent un dessert seulement.

3. Non car chaques affirmations donnent une information en plus.

Exercice 8 – Partiel 2012

1. — B : vrai si il boit
   — D : vrai si il dort
   — M : vrai si il mange
   — C : vrai si il content
2. (a) On sait qu'il est content aujourd'hui (5). Avec la (2) on a $B \Rightarrow \neg C \wedge D$ or $\neg C \wedge D$ est fausse donc pour que l'affirmation soit vrai il faut avoir $\neg B$. On peut donc affirmer qu'il n'a pas bu.
   (b) On peut dir qu'il n'a pas ni mangé (3) ni dormi (1) avec le même résonnment sur les formules associées.