9

Exercices

(1 - 1) (Opérations sur les langages)

Prenons l'alphabet $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$. Soit L_1 l'ensemble des mots du français, et L_2 l'ensemble des mots de longueur 4. Remplir le tableau suivant, précisant si le mot w est ou non dans le langage indiqué :

	L_1	L_2	$L_1 \cap L_2$	$L_1 \cup L_2$	L_1L_1	$L_1L_1\cap L_1$	$L_1L_2\cap L_2L_1$
ornithorynque							
soleil							
uniforme							
popimanger							
sombrestes							
vraiment							
ratsment							
test							
ioauzroiuqs							
qjsr							

	$L_1L_2\cap L_1$	$L_1 \backslash L_1 L_1$	$(L_2 \cap L_1)(L_2 \cap L_1)$	$((L_2 \cap L_1)(L_2 \cap L_1)) \cap L_1$
ornithorynque				
soleil				
uniforme				
popimanger				
sombrestes				
vraiment				
ratsment				
test				
ioauzroiuqs				
qjsr				

(1 - 2) Remplir le tableau suivant, précisant si le mot w est ou non dans le langage correspondant à l'expression régulière :

	a*	a*+b*	(a+b)*	a*b*	(bb)*	(ab+ba)*	b(a+b)*	a*b(a+b)*	a*b(a+b)*+a*
ϵ									
abab									
baba									
bbbb									
aaa									
bbbbb									
baabaaba									
aaabaaa									
baaa									
aabbbb									
babaabba									

(1 - 3) Pour chacun des langages suivants, décrire le langage en français, puis donner un mot qui appartient au langage et un mot qui n'appartient pas au langage :

$$L_a = AA^* \qquad L_e = \{uu^R | u \in A^*, u \neq \epsilon\}$$

$$L_b = A^*A \qquad L_f = L_e \cap L_1$$

$$L_c = \{uu | u \in A^*\} \qquad L_g = L_eAA^*$$

$$L_d = L_c \cap L_1 \qquad L_h = L_g \cap L_1$$

(1 - 4) On se place sur l'alphabet $A = \{a, b\}$. Expliquer en français ce que signifient les expressions régulières suivantes :

$$a*b$$
 $(ab)* + (ba)*$ $(ab*a + b)*$

- (1 5) Écrire une expression régulière pour l'ensemble des mots de longueur impaire sur l'alphabet {a,b}, et pour les mots sur l'alphabet {a,b} qui ont un nombre impair de a.
- (1 6) Retrouver les expressions régulières de la question précédente en écrivant et résolvant un système d'équations. On introduira le langage auxiliaire L' des mots de longueur paire pour le premier cas, et le langage auxiliaire L' des mots qui ont un nombre pair de a pour le deuxième.
- (1 7) Dans tout cet exercice, on suppose que l'alphabet est $\{a, b, c\}$. La commande

```
grep -E reg toto.txt
```

permet de donner les lignes dans lesquels un bout de la ligne correspond à la regexp reg.

Q1) A quel langage rationnel correspond la ligne suivante de grep?

```
grep -E ab toto.txt
```

grep utilise d'autres symboles particuliers. Voici un extrait de man grep :

Le point . correspond à n'importe quel caractère. [...]

Ancrage L'accent circonflexe ^ et le symbole dollar \$ sont des métacaractères correspondant respectivement à une chaîne vide au début et en fin de ligne.

Répétitions Dans une expression rationnelle, un caractère peut être suivi par l'un des opérateurs de répétition suivants :

- ? L'élément précédent est facultatif et peut être rencontré au plus une fois.
- * L'élément précédent peut être rencontré zéro ou plusieurs fois.
- + L'élément précédent peut être rencontré une ou plusieurs fois.

[...]

Alternatives Deux expressions rationnelles peuvent être reliées par l'opérateur infixe \mid ; l'expression résultante correspondra à toute chaîne qui comporte l'une ou l'autre des deux expressions.

Q 2) Donner les langages rationnels correspondant aux lignes de grep suivantes :

```
grep -E a|b toto.txt
grep -E ba+b toto.txt
grep -E b.b toto.txt
grep -E b(a|c)?b$ toto.txt
grep -E ^ba+b toto.txt
```

Note : grep contient aussi des références arrières, ce qui n'est pas possible à simuler dans le langage traditionnel des expressions régulières (et pour cause : on obtient ainsi des langages qui ne sont pas rationnels)