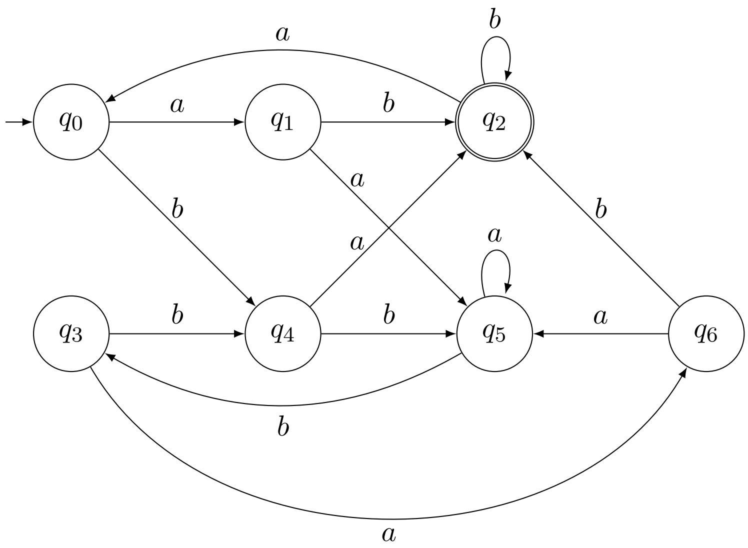
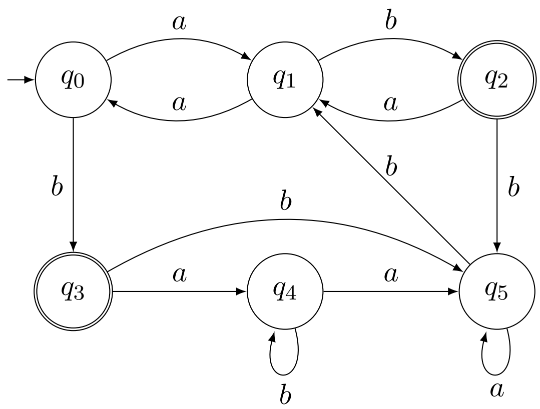
Exercices

(4 - 1) *(Minimisation)*

Q 1) Minimiser l'automate suivant :



Q 2) Même question avec l'automate suivant :



(4 - 2) *(Rationnel ou pas rationnel)* Parmi les 8 langages suivants sur l'alphabet $\{a, b\}$, trouver ceux qui sont rationnels, et ceux qui ne le sont pas. Pour les langages qui sont rationnels, donner un automate ou une expression régulière. Pour les autres, prouver qu'ils ne sont pas rationnels.

a) Le langage des mots qui ont un nombre de a divisible par 4.

b) Le langage des mots qui ont autant de a que de b.

c) Le langage des mots qui n'ont pas trois a consécutifs.

d) $\{xx^R | x \in (a+b)^\star\}$, l'ensemble des palindromes de longueur paire.

e) $\{xwx | x, w \in (a+b)^\star, x \neq \epsilon\}$, c'est à dire l'ensemble des mots qui commencent comme ils finissent (ex : $abaabab = ab \cdot aab \cdot ab$).

f) $\{xwx^R | x, w \in (a+b)^\star, x \neq \epsilon\}$, c'est à dire dont la fin est un palindrome du début (ex : $abaabba = ab \cdot aab \cdot ba$).

g) $\{a^{2n} | n \in \mathbb{N}\}$ l'ensemble des mots qui ne contiennent que des a, et qui en contiennent un nombre pair.

h) $\{a^{n^2} | n \in \mathbb{N}\}$ l'ensemble des mots qui ne contiennent que des a, et qui en contiennent un nombre qui est un carré parfait.

(4 - 3) *(Complexités)*

Q 1) Soit $\mathcal{A}$ un automate, déterministe ou non déterministe, avec n états. Montrer que si $\mathcal{A}$ accepte un mot, alors il accepte un mot de taille inférieure à n. Peut-on faire mieux ?

Q 2) Montrer que n'importe quel automate pour le langage des mots qui ont au moins 50 lettres a au moins 50 états.

Q 3) Montrer que n'importe quel automate pour le langage des mots dont le nombre de lettres est multiple de 20790 a au moins 20790 états.

Q 4) Donner un automate non déterministe pour le langage des mots dont le nombre de lettres n'est PAS multiple de 20790 avec au maximum 40 états.
Aide : $20790 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11$.

Q 5) Soit deux automates $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ déterministes avec n_1 et n_2 états reconnaissant respectivement des langages L_1 et L_2. Expliquer comment construire un automate pour le langage $L_1 \Delta L_2$ des mots qui sont dans L_1 ou bien (ou exclusif) dans L_2.

Q 6) En déduire que si $L_1 \neq L_2$, on peut trouver un mot de taille $\leq n_1 \times n_2$ qui est dans L_1 mais pas dans L_2 (ou l'inverse).