Langages formels (sujet B)

Examen du 03/04/2023

Durée: 1h15

Nom : ____________________

Prénom : ____________________

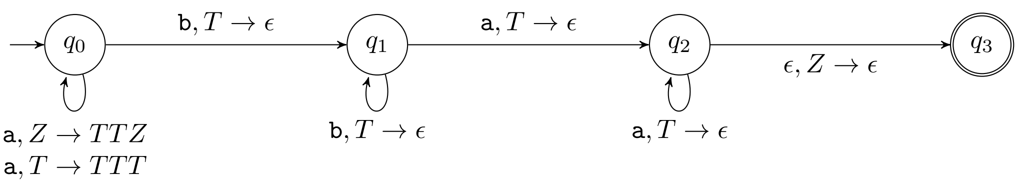
Consignes :

— Seule une feuille manuscrite recto-verso de taille A4 est autorisée. La calculatrice est interdite.

— Toute question admet au moins une réponse.

— Les mauvaises réponses seront sanctionnées par des points négatifs.

1. Soit l'automate à pile $\mathcal{A}$ suivant qui accepte par état final :



   (a) (1 point) L'automate $\mathcal{A}$ est-il déterministe ? ○ non ● **oui**

   (b) (2 points) Quels sont les mots reconnus par l'automate $\mathcal{A}$?
   ○ aaba ● **aabbba** ○ baabba ● **aabbaa**

   (c) (1 point) Quel est le langage accepté par l'automate $\mathcal{A}$?

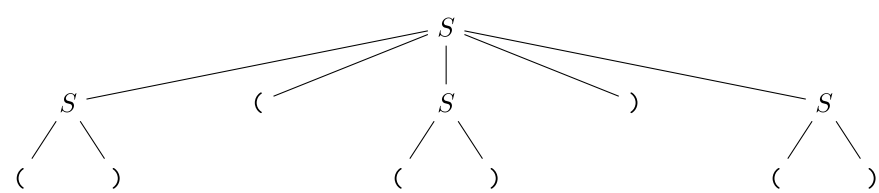
   l'ensemble des mots de la forme $a^n b^p a^q$ avec $p + q = 2n$ et $n \geq 1$

2. Soit la grammaire suivante décrivant des mots bien parenthésés :

$$S \to \texttt{()} \mid S\,\texttt{(}S\texttt{)}\,S$$

   (a) (1 point) Donner un arbre de dérivation pour le mot `()(())()`.

Solution:



   (b) (3 points) Calculer l'automate des items LR(0) puis compléter la suite :

Solution: L'automate des items LR(0) est donné par les états et la table de transition suivants :

	S	(	)
q_0	q_1	q_2	
q_1		q_3	
q_2			q_4
q_3	q_5	q_2	
q_4			
q_5		q_3	q_6
q_6	q_7	q_2	
q_7		q_3	

q_0
$S \to \bullet S\,(S)\,S$
$S \to \bullet\,()$

q_1
$S \to S \bullet (S)\,S$

q_2
$S \to (\bullet)$

q_3
$S \to S\,(\bullet S)\,S$
$S \to \bullet S\,(S)\,S$
$S \to \bullet\,()$

q_4
$S \to ()\bullet$

q_5
$S \to S\,(S \bullet)\,S$
$S \to S \bullet (S)\,S$

q_6
$S \to S\,(S) \bullet S$
$S \to \bullet S\,(S)\,S$
$S \to \bullet\,()$

q_7
$S \to S\,(S)\,S\bullet$
$S \to S \bullet (S)\,S$

— Nombre d'états obtenus : **8**

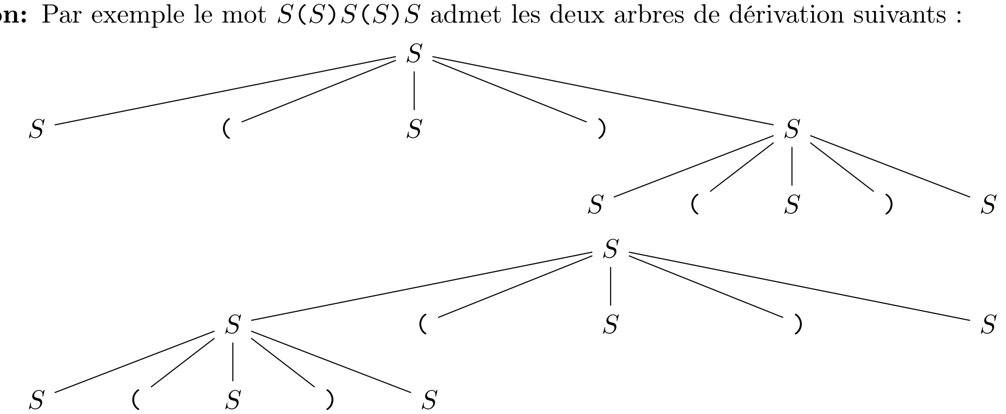
— Conflit de type : ○ Reduce/Reduce ● **Shift/Reduce**

— Liste des items de l'état présentant le conflit :

$S \to S\,(S)\,S\bullet$ **et** $S \to S \bullet (S)\,S$

(c) (1 point) Montrer que la grammaire est ambigüe en donnant deux arbres de dérivation différents pour un même mot :

Solution: Par exemple le mot $S\,(S)\,S\,(S)\,S$ admet les deux arbres de dérivation suivants :



D'où on peut déduire que le mot `()(())()(())()` composé uniquement de terminaux admet aussi deux arbres de dérivations différents.

(d) (1 point) Donner l'état obtenu sur le symbole (à partir de l'état suivant de l'automate des items LR(1) :

$S \to S\,(S \bullet)\,S, \$$
$S \to S\,(S \bullet)\,S, ($
$S \to S \bullet (S)\,S,)$
$S \to S \bullet (S)\,S, ($

Solution:

$S \to S(\bullet S)S,)$
$S \to S(\bullet S)S, ($
$S \to \bullet S(S)S,)$
$S \to \bullet (),)$
$S \to \bullet S(S)S, ($
$S \to \bullet (), ($

(e) (1 point) L'automate des items LR(1) présente t'il un conflit ? ○ non ● **oui**

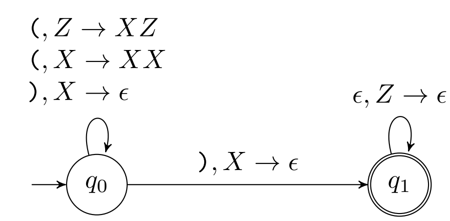
Solution: La grammaire étant ambigüe (infinité de mots concernés), elle ne peut être LR(1) : nécessairement un conflit aura lieu puisque au moins un mot possède plusieurs dérivations droites. À un moment de l'analyse, plusieurs possibilités devront donc s'offrir, générant soit un conflit Reduce/Reduce (des règles différentes applicables), soit un conflit Shift/Reduce (une règle applicable immédiatement et une autre plus tard).

(f) (1 point) Donner un mot bien parenthésé de 4 lettres qui n'est pas engendré par la grammaire :

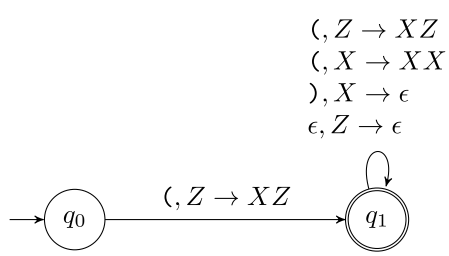
`()()` ou aussi `(())`

(g) (2 points) Dessiner un automate à pile acceptant par état final et pile vide à deux états permettant de reconnaître tous les mots bien parenthésés (sauf le mot vide ϵ) :

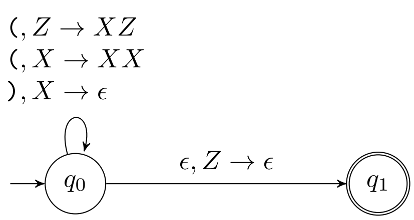
Solution:



ou encore



ou aussi accepté (reconnaît le mot vide) :



3. (2 points) On rappelle qu'un langage algébrique est un langage reconnaissable par un automate à pile, et aussi pouvant être engendré par une grammaire hors-contexte. On rappelle aussi que l'union de deux langages algébriques est algébrique, mais pas l'intersection en général.

   L'affirmation suivante est-elle vraie : « le complémentaire d'un langage algébrique est algébrique » ? Justifier.

   ● **non** ○ oui

Solution: Supposons l'affirmation vraie. Soit L_1 et L_2 deux langages algébriques. Alors on aurait $\overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}} = L_1 \cap L_2$ est algébrique, ce qui n'est pas vérifié en général, contradiction.

4. (1 point) Donner une grammaire avec seulement deux symboles non terminaux pour le langage des mots de la forme $a^n b^m$ où $0 \leq m \leq n \leq 2m$:

Solution:
$S \to ASb \mid \epsilon$
$A \to a \mid aa$