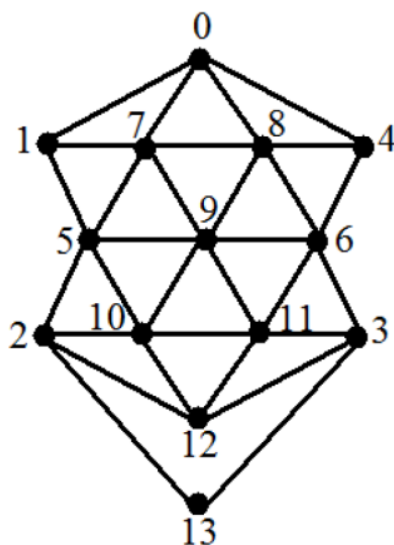


## Maths discrètes 2

### TD2 - parcours

### Exercice 1



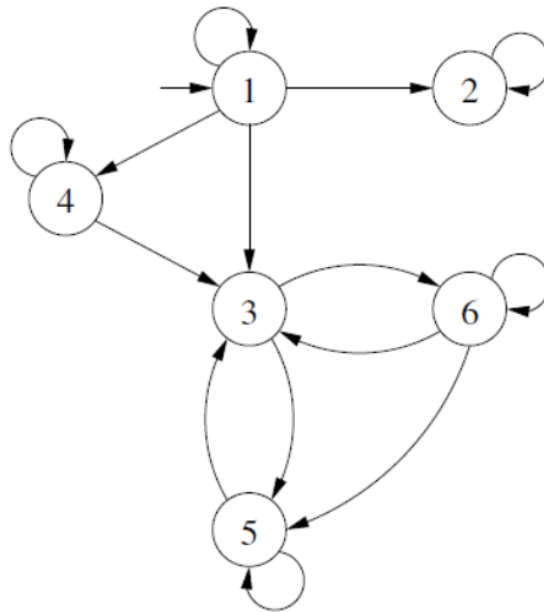
Pour ce graphe non orienté à 14 sommets, les voisins de chaque sommet sont supposés écrits dans l'ordre croissant de leurs numéros. Ainsi :

- 0 a pour voisins 1, 4, 7, 8 ;
- 1 a pour voisin 0, 5, 7 ;
- 2 a pour voisins 5, 10, 12, 13 ;
- ...

1. En partant du sommet 0, faire une exploration en profondeur de ce graphe, en utilisant l'ordre de voisins tel qu'il a été défini. Dessiner l'arbre obtenu.
2. Pour chaque arête du graphe, dites si elles sont avant, arrière, croisée ou de l'arbre de parcours.
3. Dessiner le graphe linéairement dans l'ordre suffixe inverse. Colorier les arêtes de l'arbre de parcours en bleu, avant en rouge, arrières en vert et croisées en noir.
4. Toujours en partant du sommet 0, faire une exploration en largeur du graphe. On aura toujours intérêt à utiliser l'évolution d'une file, afin de dessiner l'arbre final de l'exploration.
5. Pour chaque arête du graphe, dites si elles sont avant, arrière, croisée ou de l'arbre de parcours.

## Exercice 2

---



1. Appliquer à ce graphe l'algorithme de parcours en largeur (le sommet d'origine est le sommet 1).
2. Appliquer à ce graphe l'algorithme de parcours en profondeur. Pour cet algorithme donner pour chaque arête  $v$  la date  $v.d$  de la découverte ( $v$  est la  $v.d$ -ème arête à être passé du blanc au gris) et  $v.f$  la date de la fin du traitement de cette arête (son passage en noir).
3. Donner un contre exemple de la conjecture selon laquelle, si un graphe orienté  $G$  contient un chemin de  $u$  à  $v$  et si  $u.d < v.d$  dans un parcours en profondeur de  $G$ , alors  $v$  est un descendant de  $u$  dans la forêt ainsi produite (*Il s'agit de l'exercice 22.3.8 du Cormen/Leiserson/Rivest/Stein.*).

## Exercice 3

---

Montrer qu'un parcours en profondeur d'un graphe non orienté  $G$  peut servir à identifier les composantes connexes de  $G$  et que la forêt de parcours en profondeur contient autant d'arbres que le graphe a de composantes connexes.

Plus précisément montrer comment modifier le parcours en profondeur de façon qu'il assigne à chaque sommet  $v$  une étiquette entière  $v.cc$  comprise entre 1 et  $k$ , où  $k$  est le nombre de composantes connexes de  $G$ , telle que  $u.cc = v.cc$  si et seulement si  $u$  et  $v$  appartiennent à la même composante connexe.

*Il s'agit de l'exercice 22.3.12 du Cormen/Leiserson/Rivest/Stein.*

## Exercice 4

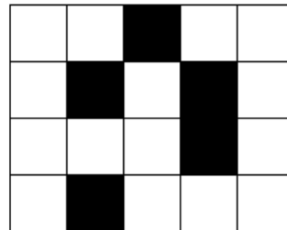
---

On ne peut parler de l'histoire du Minotaure sans parler du roi Minos qui fut à l'origine de son enfermement dans un labyrinthe réputé inviolable. Minos était le fils de Zeus et d'Europe. Il demanda à Poséidon une offrande pour un sacrifice digne de lui, et le dieu fit sortir de la mer un magnifique taureau. L'animal était d'une telle beauté qu'il décida de ne pas le sacrifier. Malheureusement pour lui, sa femme, Pasiphaé, fille d'Hélios, tomba amoureuse du taureau

et l'ingénieux Dédale construisit un simulacre de vache sur sa demande dans lequel elle se cacha ; ainsi elle fut montée par le taureau. Toujours est-il que Pasiphaé eut tout de même de nombreux enfants de Minos, dont une fille du nom d'Ariane. Puis elle donna naissance à un monstre, fils du taureau qui avait le corps d'un homme et la tête d'un taureau. Il fut nommé le "Minotaure" c'est à dire le taureau de Minos. Minos, très contrarié, demanda à Dédale de construire un labyrinthe pour pouvoir enfermer le monstre. Tous les neuf ans, il faisait donner en sacrifice au Minotaure 7 jeunes garçons et 7 jeunes filles destinés à le nourrir. L'oracle de Delphes avait déclaré que seul le paiement de ce tribut pourrait délivrer de la peste la ville d'Athènes. Plus tard, Thésée vint en Crète, faisant partie des victimes destinées au Minotaure. Il tua le monstre et enleva Ariane, la fille de Minos qui l'avait aidé. Dédale prit d'ailleurs part à cet exploit car c'est lui qui eut l'idée de la pelote de fil grâce auquel Thésée put s'échapper du labyrinthe. Pour le punir, Minos l'y enferma avec son fils Icare. Dédale trouva un moyen pour s'en échapper en fabriquant des ailes avec de la cire et des plumes, tous deux s'envolèrent mais Icare mourut en tombant.

Bref, voici l'exo...

On représente un labyrinthe sous la forme d'une matrice  $(n, m)$ , où les cases sont remplies par des espaces ou des murs.



On veut transformer cette matrice en un graphe. Pour cela on donne un numéro à chaque case de la matrice, ce qui définit les sommets du graphe. Il y aura une arête entre deux états si on peut passer d'une case à l'autre.

1. Construire le graphe associé au labyrinthe de la figure.
2. Écrire en pseudo langage un algorithme qui effectue cette transformation.
3. Ariane a oublié de donner sa pelote à Thésée. Est-ce que Dédale peut la lui apporter sans rencontrer le Minotaure ?
4. Résoudre cette question directement sur la matrice représentant le labyrinthe, sans passer par la construction du graphe.