Feuille d'exercice 2

Exercice 1 – $\{a, b\}$ notre alphabet

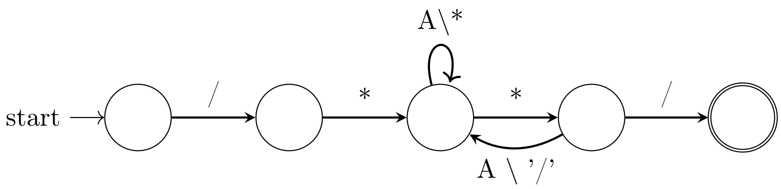
1. $a(a|b)^*$: mots commençant par a
2. $a^*|b^*$: mots n'ayant que des a ou que des b
3. $(b|ab)^*(a|\varepsilon)$ mots n'ayant pas 2 a consécutifs
4. $(aa|b)^*$: mots ayant des blocs de a de longueur paire
5. $(ab^*a|b)^*$: mots ayant un nombre pair de a

Exercice 2 – Expression régulières

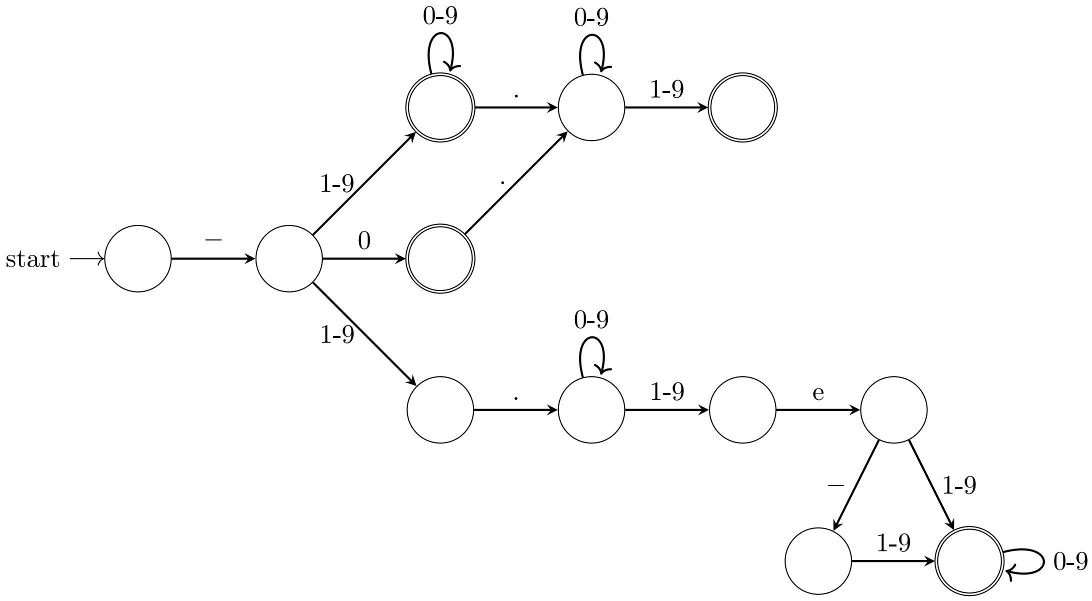
1. $(\varepsilon|a|b)(\varepsilon|a|b)$
2. $((a|b)(a|b))*$
3. a^*abb^*
4. $(a^*b^*)|(b^*a^*)$
5. $b^*ab(ab|b)^*$

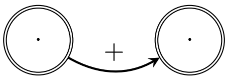
Exercice 3 – Automates

1. $/ * \ldots * /$



2. nombres :



3. Toto 

Exercice 4 – Lemme de l'étoile :

1. Par l'absurde on applique le lemme de l'étoile au 3 cas :
   - $w_2 = a^k$
   - $w_2 = a^{k_1}b^{k_2}$
   - $w_3 = b^k$

   On arrive à une absurditée pour les 3.

2. On va appliquer le lemme de l'étoile fort :
   Suppposons que L soit reconnaissable. On prend $x = a^{N-1}ba^{N-1}$ On cherche tous les m de longueur $l \geq N$
   On à 3 cas :
   — $m = a^{N-1}b$
   — $m = ba^{N-1}$
   — $m = a^{n_1}ba^{n_2}$ avec $n_1 + n_2 \geq N - 1$
   Dans tous les cas on arrive à une absurditée.
3. On va appliquer le lemme sur la fin de $baba^2 \dots ba^N$ similaire ...
4. On prend n premier plus grand ou égale que N. On prend $a^n = a^{n_1} + a^{n_2} + a^{n_3}$ avec $n_2 \neq 0$ et $n_1 + n_2 + n_3 = n$ d'après le lemme de l'étoile on a $\forall k, a^{n_1}a^{kn_2}a^{n_3} \in L$.
   Or $a^{n_1}a^{kn_2}a^{n_3} = a^{n_1}a^{n_3}a^{kn_2} = a^{n-n_2}a^{kn_2}$. On prend $k = n + 1$ on obtient $a^{(n+1)n_2} \in L$.
   Or $(n + 1)(n_2)$ n'est pas premier.

Exercice 5 – Réduction

1. On sait que le complémentaire d'un langage reconnaissable est aussi reconnaissable.
   Donc $L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{l_2}}$. Or l'uniion de deux langage est reconnaissable $(e_1|e_2)$
2. On prend $L' = a^*b^*$. On Suposse que L est reconnaissable donc on à $L \cap L'$ reconnaissable Or $\{a^nb^n|n \geq 0\}$ n'est pas reconnaissable donc L ne l'ai pas.
3. On a (Q, T, I, F) un automate qui reconnai L_B
   on peut donc construire (Q, T', I, F) avec $T' = \left\{(p, a, q)|p \xrightarrow{f(a)} q\right\}$