

Codage numérique : du nombre au pixel

TD 3 : codes détecteurs-correcteurs d'erreurs

Exercice 1 _____ Exercices élémentaires

Dans cet exercice le message envoyé est une lettre encodé en UTF-8 sur 8 bits.

1. Le code détecteur étudié double tous les bits. Il est de type $C(16,8)$.
 - (a) Pouvez-vous repérer les erreurs ? Les corriger ?
 - (b) Si vous recevez 0010000000001100, a-t-il des erreurs ? Si non quelle est la lettre envoyée ?
 - (c) Même question pour 0000111100000011 ?
2. Le code détecteur étudié triple tous les bits. Il est de type $C(24,8)$.
 - (a) Pouvez-vous repérer les erreurs ? Les corriger ?
 - (b) Si vous recevez 00011111000000000010011, a-t-il des erreurs ? Si non quelle est la lettre envoyée ?
3. Le code détecteur étudié ajoute un bit de parité en poids faible (1 si la somme des bits est impaire). Il est de type $C(9,8)$. Dites si les messages suivants ont des erreurs, et si non quelle est le message :
 - (a) 010110100
 - (b) 011110001

Exercice 2 _____ ISBN

L'ISBN (International Standard Book Number) est un numéro international qui permet d'identifier, de manière unique, chaque livre publié. Il est destiné à simplifier la gestion informatique des livres dans les bibliothèques, librairies, etc.

Le numéro ISBN-10 se compose de quatre segments, trois segments de longueur variable et un segment de longueur fixe, la longueur totale de l'ISBN comprend dix chiffres (le 1er janvier 2007, la longueur a été étendue à 13 chiffres en ajoutant un groupe initial de 3 chiffres).

Si les quatre segments d'un ancien code ISBN à 10 chiffres sont notés A - B - C - D :

- A identifie un groupe de codes pour un pays, une zone géographique ou une zone de langue.
- B identifie l'éditeur de la publication.
- C correspond au numéro d'ordre de l'ouvrage chez l'éditeur.
- D est un chiffre-clé calculé à partir des chiffres précédents et qui permet de vérifier qu'il n'y a pas d'erreurs. Outre les chiffres de 0 à 9, cette clé de contrôle peut prendre la valeur X, qui représente le nombre 10.

Calcul du chiffre-clé d'un numéro ISBN-10

- On attribue une pondération à chaque position (de 10 à 2 en allant en sens décroissant) et on fait la somme des produits ainsi obtenus.
- On conserve le reste de la division euclidienne de ce nombre par 11. La clé s'obtient en retranchant ce nombre à 11. Cas particulier : si le reste de la division euclidienne est 0, la clé de contrôle n'est pas 11 ($11 - 0 = 11$) mais 0.
- De même, si le reste de la division euclidienne est 1, la clé de contrôle (10) est notée par la lettre X.

Le nombre 11 étant premier, une erreur portant sur un chiffre entraînera automatiquement une incohérence du code de contrôle. La vérification du code de contrôle peut se faire en effectuant le même calcul sur le code ISBN complet, en appliquant la pondération 1 au dixième chiffre de la clé de contrôle (si ce chiffre-clé est X, on lui attribue la valeur 10) : la somme pondérée doit alors être un multiple de 11.

1. Pour le numéro ISBN (à 9 chiffres) 2-35288-041, quelle est la clé de contrôle ?
2. Quel est le numéro ISBN complet ?
3. Comment se passe la vérification de ce numéro ?

Exercice 3 _____ **Hamming 7-4**

Y a-t-il une erreur dans le mot suivant (Hamming 7-4) : 1101101 ?

Exercice 4 _____ **Hamming 15-11**

Soit un mot de Hamming 15-11 suivant :

1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 1

1. Quels sont les bits de contrôle de parité ?
2. Quelles positions contrôle chacun de ces bits ?
3. Quel est le message reçu ?
4. Ce code de Hamming contient-il une erreur ?
5. Est-ce que le message reçu correspond au message transmis ?