

Mathématiques discrètes 1

Partiel du 11/01/2022

Partie 2: graphes

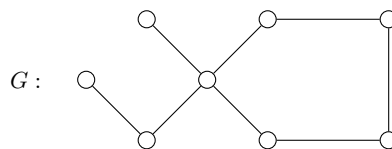
Consignes :

- **Ce sujet doit être rendu en fin d'examen.**
- Le sujet est divisé en deux parties. **Chaque partie doit être rédigée sur des copies distinctes.**
- Les seuls documents autorisés pour cette partie sont : un pense-bête d'une page recto-verso et les supports de cours. La calculatrice est autorisée (mais inutile).
- **Toute réponse doit être justifiée.** Le vocabulaire et les notations adéquates doivent être utilisées.

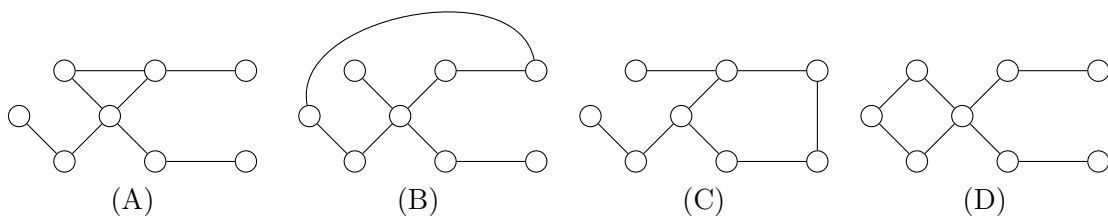
Exercice 1.

(6 points)

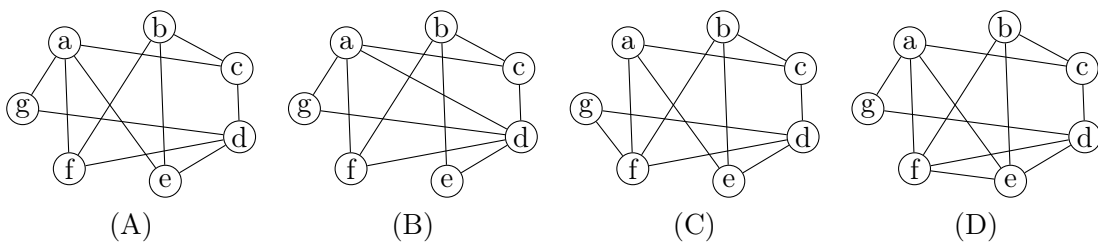
1. On donne le graphe G suivant :



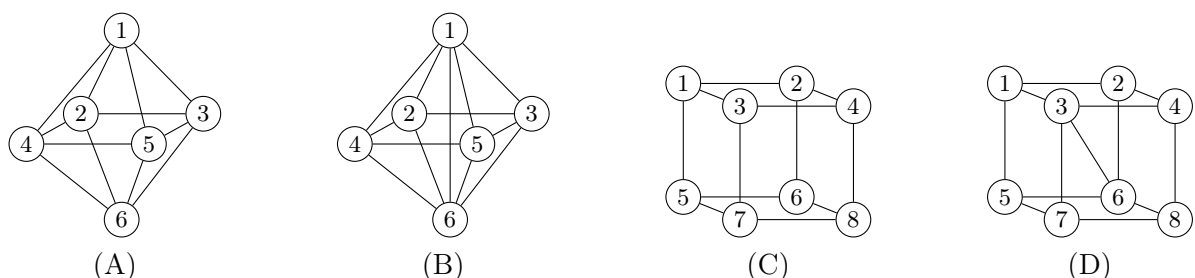
Le(s)quel(s) des graphes suivants est(sont) isomorphe(s) à G ?



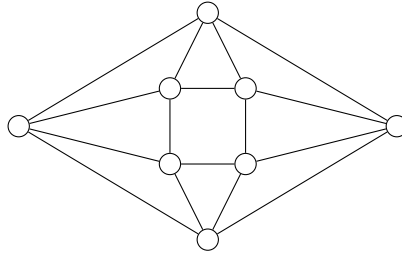
2. Le(s)quel(s) des graphes suivants est(sont) biparti(s) ?



3. Pour chacun des graphes suivants : s'il est planaire en donner une représentation planaire ainsi que son nombre de régions ; sinon justifier qu'il n'est pas planaire.



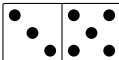
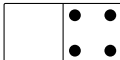
4. Donner le nombre chromatique du graphe suivant :



Exercice 2. Dominos.

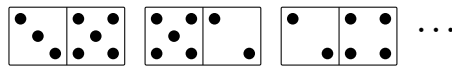
(4 points)

Un jeu de domino est composé de pièces représentant chacune deux chiffres de 0 à 6. Il y a exactement une pièce par paire $\{i, j\}$ pour tout $i, j \in \llbracket 0, 6 \rrbracket$.

Par exemple le domino $\{3, 5\}$ est  et le domino $\{0, 4\}$ est .

On dispose d'un jeu de dominos incomplet : le domino $\{5, 6\}$ est manquant ainsi que les dominos doubles de la forme $\{i, i\}$ (pour tout $i \in \llbracket 0, 6 \rrbracket$).

1. Est-il possible de disposer tous les dominos de ce jeu sur une seule ligne de façon à ce qu'ils se suivent, comme par exemple :



Utiliser un graphe pour représenter la situation, et reformuler la question en un problème bien connu sur les graphes. Il n'est pas nécessaire de donner une telle disposition en ligne si elle existe.

2. Est-il possible de disposer tous les dominos de ce jeu sur un cercle de façon à ce qu'ils se suivent ?
3. Les réponses précédentes sont-elles différentes si l'on ajoute les dominos doubles de la forme $\{i, i\}$?
4. Et si on supprime tous les dominos de ce jeu faisant apparaître un 6, peut-on alors les disposer en ligne ? en cercle ?