# Langages formels (sujet A) Examen du 27/02/2023

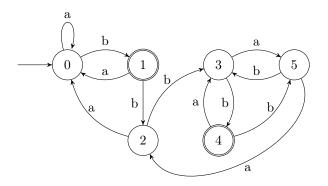
Durée: 1h15

Nom:			
Prénom :			

## Consignes:

- Seule une page manuscrite recto-verso de taille A4 est autorisée. La calculatrice est interdite.
- Toute question admet au moins une réponse.
- Les mauvaises réponses seront sanctionnées par des points négatifs.

#### 1. Soit l'automate A suivant :



- (a) (1 point) L'automate  $\mathcal{A}$  est-il complet?  $\bullet$  oui  $\bigcirc$  non
- (b) (1 point) L'automate A est-il déterministe? oui non
- (c) (3 points) Quels sont les mots reconnus par l'automate A?
  - abbaab baabba abbcca bbbabb bbbbbbb
- 2. (2 points) Soit l'automate  $\mathcal{B}$  suivant (une étoile  $\star$  après le nom d'un état indique un état final, et  $\downarrow$  un état initial) :

Quels sont les mots reconnus par l'automate  $\mathcal{B}$ ?  $\bigcirc$  abbaab  $\bigcirc$  baabba  $\bigcirc$  babba  $\bigcirc$  aabaal

- 3. (1 point) Soit l'expression régulière  $r:=\mathtt{a}+\mathtt{b}^\star\mathtt{b}+\mathtt{b}^\star\mathtt{a}\mathtt{b}^\star\mathtt{a}$ . Quels mots ne sont pas dans le langage de r:
  - a aa aaa b bb bbb baa babba
- 4. (3 points) Remplir la grille  $6 \times 6$  suivante en mettant une lettre par case de sorte que les mots inscrits sur les lignes et colonnes correspondent aux langages réguliers de la définition.

	A	В	$\mathbf{C}$	D	$\mathbf{E}$	F
1	д	a	р	a	a	O
2	a	a	U	a	a	C
3	a	a	а	a	a	a
4	a	a	C	a	a	a
5	Ъ	a	Ъ	a	b	a
6	a	a	C	С	С	a

### Horizontalement

1. (ba)\*ac

# Verticalement:

A.  $(b + a)^*a$ 

$$2. (aa + c)^*$$

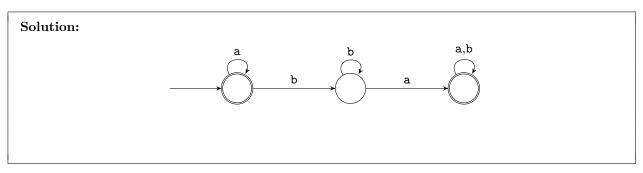
C. 
$$(bc + ac)^*$$

$$(ha)^* \perp (ac)^*$$

F. 
$$(a + b + c)*a$$

5. Soit l'automate C suivant (une étoile ★ après le nom d'un état indique un état final, et ↓ un état initial) :

(a) (2 points) Minimiser l'automate  $\mathcal{C}$  et donner sa représentation graphique :



(b) (1 point) Exprimer par une expression régulière simple le langage reconnu par l'automate  $\mathcal{C}$ :

Solution:  $a^* + a^*bb^*a(a+b)^*$ 

(c) (1 point) Exprimer en une phrase la plus concise possible le langage reconnu par l'automate  $\mathcal{C}$ :

Solution: Mots sur  $\{a,b\}$  où le premier b est suivi plus tard d'un a i.e. mots ne terminant pas par b.

(d) (1 point) Donner deux mots non reconnus par C:

Solution: N'importe quel mot terminant par un b, par exemple b ou bab.

6. Soit l'automate D suivant (une étoile ★ après le nom d'un état indique un état final, et ↓ un état initial) :

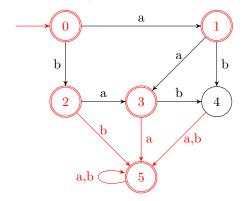
(a) (2 points) Quelle est la table de l'automate obtenue avec l'algorithme de déterminisation vu en cours :

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\circ$		$\circ$	$\bigcirc$

(b) (1 point) À quels ensembles d'états de l'automate  $\mathcal{D}$  correspondent les états obtenus lors de la déterminisation :

 $A = \{ \begin{array}{c} \mathbf{0}, \mathbf{1} \\ \end{array} \} \qquad B = \{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \end{array} \} \qquad C = \{ \begin{array}{c} \mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{4} \\ \end{array} \}$ 

- $D = \{ \ \underline{\ \ \ \ \ \ } \ E = \{ \ \underline{\ \ \ \ \ \ } \ A, \ B, \ C, \ E, \ F, \ H, \ I$  (c) (1 point) L'ensemble des états finaux est :  $\underline{\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ } \ A, \ B, \ C, \ E, \ F, \ H, \ I$
- 7. (1 point) Soit l'automate  $\mathcal{E}$  suivant, où 4 est le seul état final (non représenté ici). Modifier  $\mathcal{E}$  pour qu'il reconnaisse le langage complémentaire de celui reconnu par  $\mathcal{E}$  (faire apparaître les états finaux).

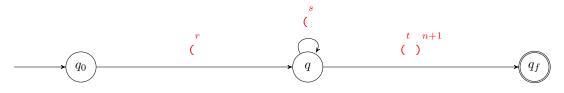


8. (2 points) Soit L le langage des mots bien parenthésés : par exemple (()())((()))  $\in L$  mais (()  $\notin L$  ou encore ) (  $\notin L$ . Montrer que L n'est pas régulier en complétant la preuve suivante :

Supposons que L est régulier et soit un automate à n états qui reconnait L.

Soit  $w := \underline{\qquad \qquad ( )} \in L.$ 

Alors la reconnaissance de w par l'automate passe par les états  $q_0, q$  et  $q_f$  où  $q_0$  est initial et  $q_f$  final, et tel que le chemin dans l'automate est de la forme



avec r+s+t=n+1 et s>0

D'où le mot \_\_\_\_\_ est dans L, contradiction puisque ce mot n'est pas bien pa-

renthésé car <u>il contient plus de parenthèses fermantes qu'ouvrantes</u>