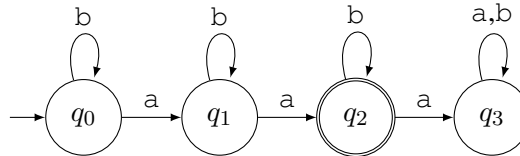


Exercices

(2 - 1) (Automate mystère)

Expliquer en français ce que reconnaît cet automate.



(2 - 2) (Constructions d'automates)

Penser à tester vos automates !

- Q 1)** Construire un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui ont un nombre pair de a .
- Q 2)** Construire un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui ont un nombre de a multiple de 3 (0 est multiple de 3).
- Q 3)** Construire un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui commencent et finissent par la même lettre, et qui ont au moins deux lettres.
- Q 4)** Construire un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b, c\}$ qui contiennent le mot ab .
- Q 5)** Même question avec aab .

(2 - 3) (Produit)

- Q 1)** Construire un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui ont un nombre pair de a et un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui ont un nombre pair de b . Combiner les deux automates pour obtenir un automate qui reconnaît les mots qui ont un nombre pair de a et un nombre pair de b .
- Q 2)** Construire un automate qui reconnaît les mots qui ont un nombre pair de a mais pas un nombre pair de b .

(2 - 4) (Encore un automate)

- Q 1)** Construire un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui commencent par aaa .
- Q 2)** On cherche maintenant à obtenir un automate qui reconnaît les mots qui terminent par aaa . Un étudiant propose de prendre le même que le précédent, d'inverser le sens de toutes les flèches, et d'inverser état initial et état final. Pourquoi ce n'est pas possible ?
- Q 3)** Construire un automate qui reconnaît les mots sur l'alphabet $\{a, b\}$ qui finissent par aaa .

(2 - 5) (regex)

- Q 1)** Calculer des regex pour les langages reconnus par les deux premiers automates de l'exercice (2 - 2).
- Q 2)** Calculer des regex pour le langage reconnu par l'automate de l'exercice (2 - 1).

(2 - 6) (décimal et binaire)

On se place dans cet exercice sur l'alphabet $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

- Q 1)** Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre multiple de 10.
- Q 2)** Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre multiple de 2.

On va maintenant construire un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre multiple de 3.

On rappelle quelques règles d'arithmétique modulaire. Si on veut calculer un produit (ou une somme) modulo 3, on peut d'abord simplifier les deux termes avant de calculer le modulo. Par exemple, $32 \bmod 3 = 2$, $52 \bmod 3 = 1$, donc $(32 \times 52) \bmod 3 = (2 \times 1) \bmod 3 = 2$.

De la même façon, calculons 45527 modulo 3 :

$$\begin{aligned} 4 \bmod 3 &= 1 \\ 45 \bmod 3 &= (4 \times 10) + 5 \bmod 3 = (1 \times 10) + 5 \bmod 3 = 0 \\ 455 \bmod 3 &= (45 \times 10) + 5 \bmod 3 = (0 \times 10) + 5 \bmod 3 = 2 \\ 4552 \bmod 3 &= (455 \times 10) + 2 \bmod 3 = (2 \times 10) + 2 \bmod 3 = 1 \\ 45527 \bmod 3 &= (4552 \times 10) + 7 \bmod 3 = (1 \times 10) + 7 \bmod 3 = 2 \end{aligned}$$

(On aurait aussi pu simplifier le $\times 10$ en $\times 1$ modulo 3).

- Q 3)** En utilisant l'explication précédente, construire un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre multiple de 3. L'automate aura 3 états, numérotés 0, 1 et 2. Quand on lit le nombre n partant de l'état initial, on doit arriver sur l'état correspondant à $n \bmod 3$. En particulier sur l'entrée 45527, on doit passer successivement par les états 0, 1, 0, 2, 1, 2.
- Q 4)** En procédant de la même manière, construire l'automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre multiple de 5. Expliquez comment faire la même chose avec moins d'états.

On se place maintenant sur l'alphabet $\{0, 1\}$.

- Q 5)** Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre écrit en binaire et qui est multiple de 2.
- Q 6)** Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre écrit en binaire et qui est multiple de 4.
- Q 7)** Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre écrit en binaire et qui est multiple de 3.
- Q 8)** Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des mots qui correspondent à un nombre écrit en binaire et qui est une puissance de 2.