

Chapitre 1

Phénomène de localisation d'Anderson

présentation des effets d'interférences dans le désordre. scaling theory à la delande uniquement sur la conductance pour présenter la localisation 1D et 2D puis la 3D avec la transition. Terminer sur la quête du régime critique avec le graphe de delande2017, et introduction aux manip récentes et futures.

Paragraphe d'introduction ?

Dans ce chapitre, nous commencerons par décrire comment, lors de la propagation cohérente d'une onde dans un milieu désordonné, les interférences peuvent altérer la diffusion classique et engendrer le phénomène spectaculaire de *Localisation d'Anderson* dont nous donnerons les principales propriétés. Dans un second temps, nous présenterons succinctement les principaux systèmes utilisés pour l'investigation de la localisation d'Anderson, pour s'attarder plus particulièrement sur les expériences d'atomes froids. Enfin, nous terminerons ce chapitre par une discussion de nos enjeux actuels, l'étude du régime critique de la transition d'Anderson, dont nous présenterons l'état de l'art.

1.1. Diffusion et interférences

1.1.1 Phénomène de diffusion

Le phénomène de diffusion macroscopique est un phénomène de transport le plus connu de la physique classique. Celui-ci permet par exemple de décrire de manière simple la propagation de la chaleur dans un matériau homogène, l'homogénéisation de la concentration de particules dans un liquide ou encore le phénomène de résistance électrique dans un cadre unifié.

En effet, le phénomène macroscopique de diffusion provient, de manière générale, d'une marche aléatoire des particules vectrices au sein de leur environnement. Drude a ainsi été le premier à calculer la résistivité électrique des matériaux en introduisant un temps de relaxation basé sur les collisions entre les électrons, vecteurs du courant électrique, et les impuretés du matériau dans lequel ceux-ci se déplacent [Ashcroft and Mermin, 2010].

Il apparaît ainsi que certaines propriétés macroscopiques des matériaux sont reliées aux grandeurs caractéristiques de la marche aléatoire associée. Ces grandeurs sont des briques élémentaires de la propagation en milieu désordonné, telles que le temps de diffusion élastique, le temps de transport, ou encore le coefficient de diffusion, que nous présenterons dans la suite.

Temps de diffusion élastique

La quantité la plus naturelle permettant de caractériser de manière microscopique le phénomène de diffusion est le *temps de diffusion élastique* τ_S , qui correspond à la durée typique entre deux événements successifs de *collision élastique* avec les impuretés du milieu. Ce temps est l'équivalent temporel du *libre parcours moyen* l_S correspondant à la distance moyenne entre deux événements de diffusion microscopique successifs. Dans le cas d'une particule de masse m se déplaçant à une vitesse v_i , ces deux grandeurs sont reliées par

$$\tau_S = \frac{l_S}{v_i} = \frac{m l_S}{\hbar k_i}, \quad (1.1)$$

où k_i est le nombre d'onde de l'onde quantique associée à la particule (celui-ci est inchangé après chaque événement de collision en raison de leur caractère élastique). On voit ainsi que τ_S est une quantité faisant intervenir la perte de cohérence de l'onde subissant une collision élastique.

Comme nous le verrons plus en détails dans les chapitres ?? et ??, le temps de diffusion élastique est une quantité qui dépend des détails microscopiques du système, établissant ainsi le lien entre processus microscopiques et phénomène macroscopique.

Temps de transport

Si la norme du vecteur vitesse (ou de manière équivalente du vecteur d'onde) reste inchangée au cours de la propagation, sa direction est modifiée à chaque événement de collision élastique. Comme nous le verrons plus en détails dans le chapitre ??, lors de la collision avec un diffuseur de taille caractéristique σ , l'onde peut être diffusée selon un angle $\langle \theta \rangle \sim 1/k_i \sigma$. La diffusion peut donc être *anisotrope*, en analogie avec la diffraction en optique.

En considérant que la trajectoire d'une particule est composée de multiples collisions successives, il apparaît alors une seconde échelle de temps caractéristique, le *temps de transport* ou temps de Boltzmann τ_B , décrivant la durée nécessaire pour que la particule perde l'information de la direction initiale de sa vitesse.

On peut ainsi montrer que le temps de transport (et son analogue spatial, la *longueur de transport*) s'expriment en fonction du temps de diffusion élastique [Akkermans and Montambaux, 2007]

$$\tau_B = \frac{\tau_S}{1 - \langle \cos \theta \rangle} \quad \text{et} \quad l_B = \frac{l_S}{1 - \langle \cos \theta \rangle}, \quad (1.2)$$

où $\langle \dots \rangle$ représente la valeur moyenne sur les différents événements de diffusion.

On voit donc que dans le cas de collisions élastiques isotropes, $\tau_B = \tau_S$, montrant qu'une seule collision suffit à perdre l'information sur la direction initiale de la vitesse de la particule. En revanche, un grand nombre de collisions sont nécessaires pour obtenir une isotropisation de la direction des vitesses dans le cas d'événements de diffusion anisotrope, comme illustré figure 1.1.a.

Coefficient de diffusion

Une fois que la particule a parcouru une distance l_B , on peut considérer qu'elle subit une diffusion isotrope. On assimile alors le mouvement des particules à une marche aléatoire pour laquelle les particules de vitesse v subissent des événements de collision isotrope à chaque intervalle de temps τ_B pendant lesquels la particule parcourt une distance $l_B = v\tau_B$, comme illustré figure 1.1.b.

Ainsi, on peut déterminer l'étalement typique de la région explorée par la particule après N collisions à l'aide du théorème central limite [Diu et al., 1989],

$$\langle \Delta \mathbf{x}^2 \rangle = 2N l_B^2. \quad (1.3)$$

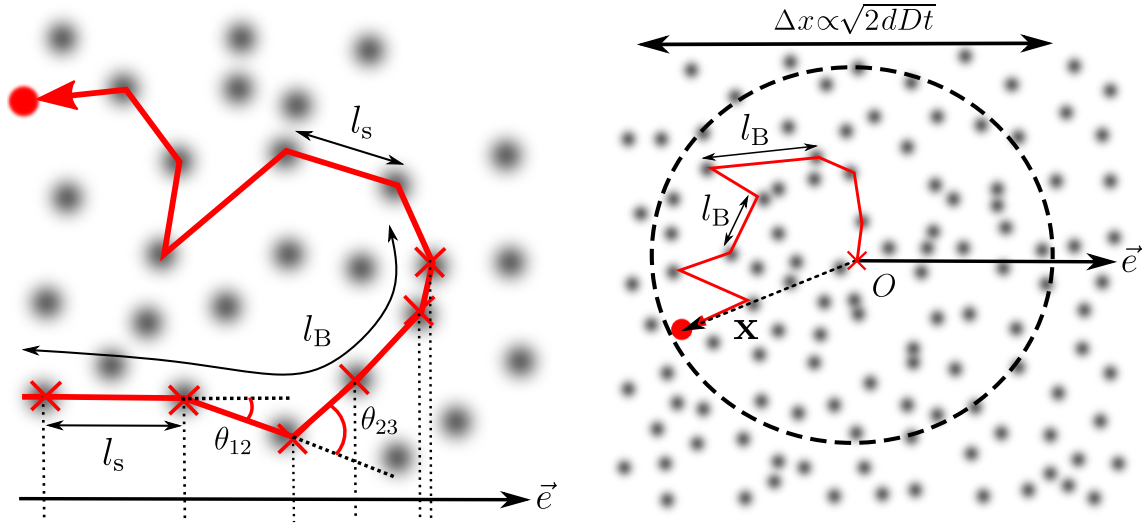


FIGURE 1.1 – **a : Longueur de transport pour des collisions anisotropes.** Une unique collision élastique ne modifie que peu la direction de la vitesse d'une particule. Il faut donc un grand nombre de collisions successives pour que la direction de la vitesse d'une particule soit décorrélée de la direction initiale. En conséquence, le temps de transport est beaucoup plus grand que le temps de diffusion élastique. **b : Mécanisme microscopique de la diffusion.** Le mouvement d'une particule peut être considéré comme une marche aléatoire composée d'événements de diffusion isotropes tous les τ_B entre lesquels la particule se déplace d'une distance $l_B = v\tau_B$ dans une direction aléatoire. L'étalement typique obtenu croît avec le temps selon $\Delta \mathbf{x} \propto \sqrt{t}$.

En définissant le coefficient de diffusion par $\langle \Delta \mathbf{x}^2 \rangle = 2dDt$ et en faisant apparaître le temps $t = N\tau_B$, mon montre ainsi que

$$D = \frac{vl_B}{d} = \frac{\hbar}{md} kl_B, \quad (1.4)$$

où on a fait apparaître la quantité kl_B , qui sera essentielle dans la suite.

Une conséquence de l'équation 1.4 est qu'une diminution de la longueur de transport entraîne une diminution du coefficient de diffusion. Ainsi, plus un système sera désordonné, plus le coefficient de diffusion sera petit.

1.1.2 Localisation faible

Si le mécanisme de marche aléatoire présenté permet de décrire un grand nombre de situations de diffusion classique, nous avons omis un ingrédient essentiel à la propagation d'ondes en milieu désordonné : la *cohérence*, ou encore la capacité qu'une onde a à interférer. En particulier, nous verrons que celle-ci peut avoir des conséquences dramatiques sur les propriétés de transport d'une onde en présence de désordre.

Mécanisme de localisation faible

Pour cela, intéressons-nous à la probabilité $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ qu'une onde initialement à la position \mathbf{x} se retrouve à la position \mathbf{x}' après propagation dans le milieu désordonné. Dans la limite $kl_B \gg 1$, la trajectoire de l'onde peut être vu comme une marche aléatoire, où chaque trajectoire de diffusion est associée à une amplitude complexe de probabilité $|A_j|e^{i\phi_j}$, avec ϕ_j la phase de la trajectoire. Ainsi, la probabilité $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ est donnée par la somme de

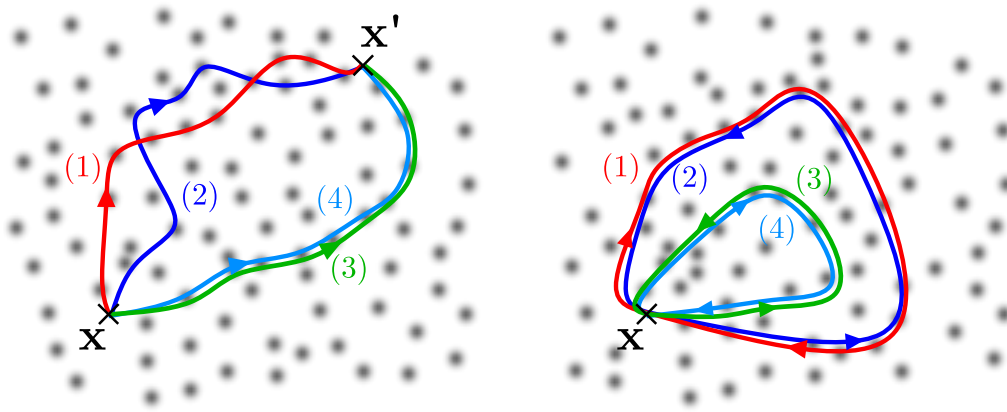


FIGURE 1.2 – Mécanisme de localisation faible. Stuff.

l'amplitude sur toutes les trajectoires possibles :

$$\begin{aligned}
 P(\mathbf{x}, \mathbf{x}') &= \left| \sum_j |A_j| e^{i\phi_j} \right|^2 = \sum_{i,l} |A_j| |A_l| e^{i(\phi_j - \phi_l)} \\
 &= \sum_j |A_j|^2 + \sum_{j \neq l} |A_j| |A_l| e^{i(\phi_j - \phi_l)} ,
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

où le premier terme décrit le phénomène de diffusion classique, où la probabilité $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ est la somme des probabilités de chaque trajectoire.

Le second terme de l'équation 1.5 représente quant à lui les interférences dues aux différentes phases accumulées par les différents chemins de diffusion. Intuitivement, on peut considérer que la contribution de ce terme s'annule en moyennant sur les différentes réalisations du désordre, $\overline{e^{i(\phi_j - \phi_l)}} = 0$, où $\overline{\dots}$ désigne la moyenne d'ensemble. Cependant, une étude attentive montre que certaines trajectoires résistent au moyennage sur les réalisations du désordre.

En particulier, les trajectoires pour lesquelles l'onde se retrouve à son point de départ forment des boucles qu'il est possible de parcourir dans les deux sens, comme illustré figure 1.2. Par *symétrie par renversement du temps*, il est donc possible de trouver des paires de trajectoires dont la phase accumulée sera identique. De plus, ces paires de trajectoires existent quelque soit la réalisation du désordre, rendant ce processus d'interférences constructives robuste vis-à-vis du moyennage d'ensemble et $\overline{e^{i(\phi_j - \phi_l)}} = 1$. Ainsi, la probabilité qu'une onde retourne à son point de départ est le double de la prédiction classique :

$$P(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 2 \sum_j |A_j|^2 . \tag{1.6}$$

Les interférences entre chemins de diffusion tendent alors à favoriser le retour de l'onde à son point d'origine, ralentissant ainsi la diffusion. Cet effet de *localisation faible*, commun à tout type d'onde, a été intensivement étudié dans de nombreux domaines, aussi théoriquement qu'expérimentalement.

Corrections de localisation faible

Comme le retour de l'onde à son point d'origine est favorisé, ça se traduit par la diminution du coefficient de diffusion. On peut l'écrire sous la forme

$$D = D_0 - \delta D , \tag{1.7}$$

où δD est la correction de localisation faible.

$$\delta D/D_0 = \begin{cases} \mathcal{O}(L/l_B) & \text{en 1D} \\ \mathcal{O}\left(\frac{1}{kl_B} \ln \frac{L}{l_B}\right) & \text{en 2D} \\ \mathcal{O}\left(\frac{1}{(kl_B)^2}\right) & \text{en 3D} \end{cases} \quad (1.8)$$

1.1.3 Suppression du transport : Localisation d'Anderson

suppression du transport $D = 0$. profil exponentiel de la fonction d'onde. longueur de localisation.

$$|\psi(\mathbf{x})|^2 \propto e^{-x/\xi_{\text{loc}}} \quad (1.9)$$

1D et 2D toujours localisé sur différentes tailles. existence d'une transition de phase en 3D, régime critique.

$$D \sim |E - E_c|^s \quad \text{et} \quad \xi_{\text{loc}} \sim |E - E_c|^{-\nu} \quad (1.10)$$

1.2. Localisation des atomes froids

1.2.1 Etudes expérimentales de la localisation d'Anderson

phénomène universel, commun à tous types d'ondes. ultrasons, lumières dans des guides d'onde désordonnés, lumière dans la peinture blanche, ondes électroniques dans des matériaux dopés

1.2.2 L'approche des atomes froids

parler ondes de matières dans des potentiels lumineux. du coup on contrôle tout, même la dimensionnalité. expérience de diffusion de à 2D (équipe de thomas), qui montre la décroissance du pic central en $1/t$ ou $1/t^2$ suivant désordre ou non.

parler des manips 1D qui démontrent la localisation. Introduire σ la taille des grains pour expliquer le effective mobility edge ?

Parler des manips préliminaires à 3D.

Introduire brièvement le many-body, kick-rotors ? expérience récente en 2D.

1.3. Vers l'étude du régime critique

1.3.1 Etat de l'art de l'étude de la transition d'Anderson

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

1.3.2 Nécessité d'une spectroscopie pour sonder le régime critique

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat

ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Bibliographie

- [Akkermans and Montambaux 2007] AKKERMANS, Eric ; MONTAMBAUX, Gilles : *Mesoscopic physics of electrons and photons*. Cambridge university press, 2007
- [Ashcroft and Mermin 2010] ASHCROFT, Neil W. ; MERMIN, N D. : Solid state physics (saunders college, philadelphia, 1976). In : *Appendix N* 166 (2010)
- [Diu et al. 1989] DIU, Bernard ; ROULET, Bernard ; GUTHMANN, Claudine ; LEDERER, Danielle : *Éléments de physique statistique*. Hermann, 1989