Table des matières

IV Annexes

Introduction

Intro générale sur la physique, le contexte et présentation du plan.

Transport en milieu désordonné : phénomène de localisation

Chapitre 1

Phénomène de localisation d'Anderson

présentation des effets d'interférences dans le désordre. scaling theory à la delande uniquement sur la conductance pour présenter la localisation 1D et 2D puis la 3D avec la transition. Terminer sur la quête du régime critique avec le graphe de delande2017, et introduction aux manips récentes et futures.

1.1. Diffusion et interférences

1.1.1 Phénomène de diffusion

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

1.1.2 Localisation faible

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

1.1.3 Suppression du transport : Localisation d'Anderson

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

1.2. Localisation des atomes froids

1.2.1 Etudes expérimentales de la localisation d'Anderson

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

1.2.2 L'approche des atomes froids

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetuer.

1.3. Vers l'étude du régime critique

1.3.1 Etat de l'art de l'étude de la transition d'Anderson

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

1.3.2 Nécessité d'une spectroscopie pour sonder le régime critique

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

II

Transport d'atomes ultrafroids dans un speckle

Chapitre 2

Production d'une source cohérente d'ondes de matière

interaction lumière-atome, BEC, principales étapes de refroidissement.

2.1. Condensation de Bose-Einstein

2.1.1 Statistique de Bose-Einstein

2.1.2 Propriétés d'un condensat de Bose-Einstein

2.2. Processus d'interaction lumière-matière

2.2.1 Potentiel dipolaire

2.2.2 Force de pression de radiation

2.2.3 Potentiel magnétique

2.2.4 Couplage radio-fréquence

2.3. Description d'un cycle expérimental

2.3.1 Première chambre

2.3.2 Chambre de science

2.3.3 Imagerie

Chapitre 3

Mises à jour de l'expérience

parler des modifications apportées à la manip : cicero, ODT + evap, calibration levitation par oscillations + spin-flip, réparation lévitation...

3.1. Mise à jour de l'informatique de l'expérience

3.1.1 Contrôle de l'expérience : passage à la suite Cicero

3.1.2 Développement d'une nouvelle interface d'acquisition et de traitement d'images

3.2. Réparation et recalibration de la lévitation magnétique

3.2.1 Réparation de la lévitation magnétique

3.2.2 Calibration par oscillations

3.2.3 Calibration par radio-fréquences

3.3. Changement du laser telecom et calibration du piège optique

3.3.1 Changement du laser telecom

3.3.2 Calibration du piège optique

3.4. Optimisation de l'évaporation tout-optique

Chapitre 4

Propriétés d'un désordre de type speckle

Le chapitre 2 nous a renseigné quant aux propriétés de notre onde de matière ainsi que sa production. En particulier, on a vu qu'il était possible d'appliquer des potentiels externes conservatifs aux atomes par le biais du potentiel dipolaire. Ce potentiel étant proportionnel à l'intensité lumineuse I, on peut alors appliquer un désordre à nos atomes, pourvu que l'on soit capable de créer un désordre optique.

Ainsi, dans ce chapitre, nous allons nous attacher à décrire le second élément clé à la localisation d'Anderson : le désordre. Nous montrerons que la génération d'un tel désordre est aisée : la diffraction d'un faisceau laser au travers d'une lame de verre rugueuse produit un motif d'intensité lumineuse aléatoire et à fort contraste, appelé champs de tavelures optiques, ou encore *Speckle* (anglicisme communément admis). Citons deux énormes avantages d'un tel désordre : on en connaît toutes les propriétés, régies par la diffraction, et on contrôle ce désordre.

La première partie se concentrera sur la statistique d'un champ de speckle, c'est à dire la distribution statistique d'intensité. Dans un second temps, nous décrirons les propriétés spatiales d'un speckle, en particulier la taille des grains de lumière dans les directions transverses et longitudinale. Dans une troisième partie nous parlerons du potentiel ressenti par les atomes ainsi que des possibilités offertes, puis dans une ultime partie nous étudierons une approche à deux longueurs d'onde pour dépasser les limitations d'une unique longueur d'onde pour l'étude de la transition d'Anderson à énergie résolue.

4.1. Propriétés statistiques d'un champ de speckle

C'est avec le développement des premiers lasers qu'a été observée la structure granulaire de la lumière réfléchie par certaines surfaces rugueuse. Rapidement, il a été compris que ce motif provenait de la diffraction aléatoire et cohérente par une surface rugueuse. Cette surface rugueuse peut-être considérée comme un ensemble d'émetteurs cohérents de déphasages aléatoires, et le profil d'intensité obtenu est le résultat de l'interférence multiple de l'ensemble de la surface. Un profil typique est montré figure **??**. Celui-ci comporte un ensemble de grains lumineux séparés par des zones d'obscurité. Souvent considéré néfaste, le speckle est pour nous une superbe source de désordre optique.

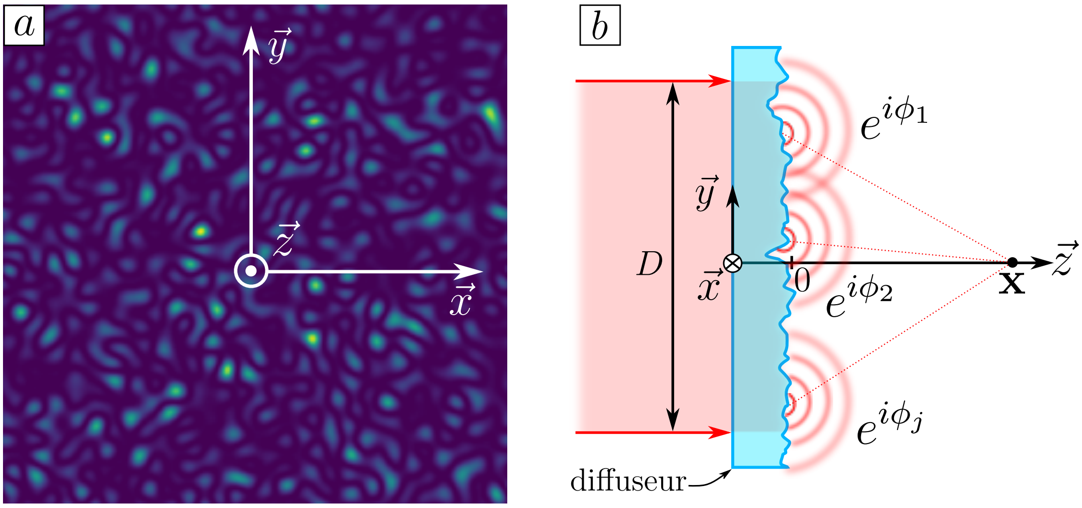

FIGURE 4.1 – Figure typique de speckle

4.1.1 Propriétés du diffuseur

Lame de verre rugueuse, son épaisseur $e(\mathbf{x}_0)$ est une variable aléatoire et donne lieu à une phase $\phi(\mathbf{x}_0)$ elle aussi aléatoire :

$$\phi(\mathbf{x}_0) = 2\pi(n-1)\frac{e(\mathbf{x}_0)}{\lambda} \tag{4.1}$$

et donc une transmittance du diffuseur

$$t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0) = e^{i\phi(\mathbf{x}_0)} \tag{4.2}$$

$$\overline{t_{\text{diff}}} = \overline{e^{i\phi}} = \int \mathrm{d}\phi\, e^{i\phi}\mathcal{P}(\phi) \quad \text{avec} \quad \mathcal{P}(\phi) = \frac{1}{\sigma_\phi\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\phi-\overline{\phi})^2}{2\sigma_\phi^2}} \tag{4.3}$$

En considérant que ϕ est une variable aléatoire gaussienne, ça donne

$$\overline{t_{\text{diff}}} = e^{-\frac{\sigma_\phi^2}{2}} \tag{4.4}$$

et en choisissant correctement l'origine temporelle telle que $\overline{\phi} = 0$.

On peut aussi écrire t_{diff} sous la forme

$$t_{\text{diff}} = \overline{t_{\text{diff}}} + \delta t_{\text{diff}} \tag{4.5}$$

ce qui se traduit en terme de champ

$$E = \overline{E} + E_{speckle} \tag{4.6}$$

La conséquence est alors immédiate : si $\sigma_\phi \gg 2\pi$ ou de manière équivalente $\sigma_e \gg \lambda$, alors $\overline{t_{\text{diff}}} = 0$ et donc le champ rayonné ne sera composé que du champ de speckle : on parle alors de speckle entièrement développé. C'est ce que l'on considèrera dans la suite.

Fonction de corrélation : on définit

$$C_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0') = \overline{t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0)t^*_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0')} = \overline{e^{i(\phi(\mathbf{x}_0)-\phi(\mathbf{x}_0'))}} \tag{4.7}$$

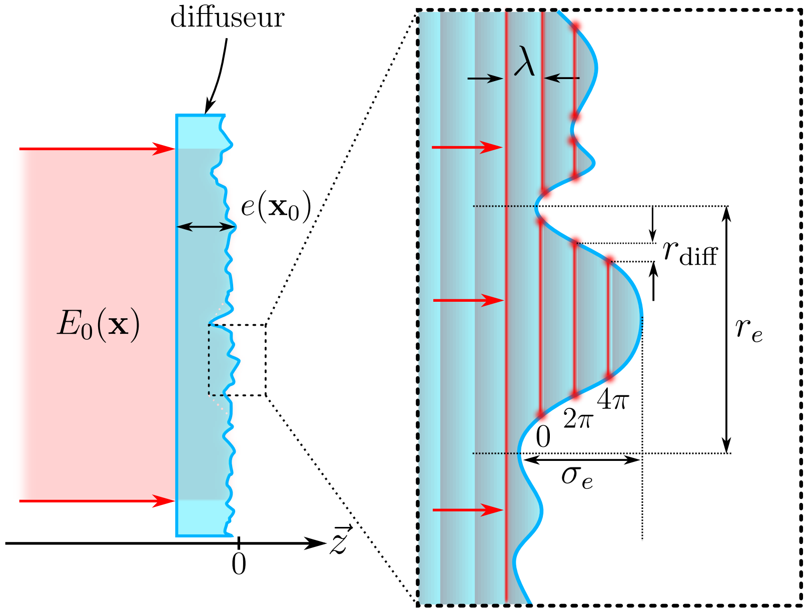

FIGURE 4.2 – Caractéristiques du diffuseur. L'épaisseur aléatoire est caractérisée par une hauteur typique σ_e et une granularité de taille r_e. Pour $\sigma_e \gg \lambda$, on a plusieurs oscillations de l'onde incidente dans le même grain, et donc t_{diff} qui est une fonction $2\pi-$périodique, voit sa corrélation réduite.

Si l'on suppose que $\phi(\mathbf{x}_0) - \phi(\mathbf{x}'_0)$ est aussi une variable gaussienne, ça donne

$$C_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}'_0) = e^{-\sigma_\phi^2 (1 - \overline{\phi(\mathbf{x}_0)\phi(\mathbf{x}'_0)}/\sigma_\phi^2)} \tag{4.8}$$

Corrélations de l'épaisseur du diffuseur :

$$\frac{\overline{\phi(\mathbf{x}_0)\phi(\mathbf{x}'_0)}}{\sigma_\phi^2} = \frac{\overline{e(\mathbf{x}_0)e(\mathbf{x}'_0)}}{\sigma_e^2} \approx 1 - \frac{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}'_0|^2}{2r_e^2} \tag{4.9}$$

courbe en cloche assez générale valable pour $|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}'_0| \ll r_e$.

Au final, ça donne une corrélation de la transmittance

$$C_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}'_0) \approx e^{-\frac{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}'_0|^2}{2r_{\text{diff}}^2}} \tag{4.10}$$

avec $r_{\text{diff}} = r_e/\sigma_\phi$ la taille effective des grains du diffuseur. Cette taille diminuée s'explique par le fait que si $\sigma_\phi \gg 2\pi$, la phase ne sera pas homogène sur la totalité de la largeur d'un grain (de taille typique r_e), mais seulement sur une zone réduite.

4.1.2 Statistiques de l'intensité d'un speckle

Marche aléatoire dans le plan complexe pour $\vec{E}$ car $\sigma_\phi \gg 2\pi$ ce qui valide l'approche de marche aléatoire (faire une figure de marche aléatoire avec beaucoup d'angles différents pour monter que $\langle t \rangle \approx 0$, et que sinon $\langle t \rangle \neq 0$.

Dans la partie d'avant, c'était au niveau du diffuseur. Maintenant on va s'attacher à décrire ce qu'il se passe après propagation. En première approximation, on peut supposer que le champ rayonné est la somme des N champs émis par les diffuseurs avec des phases aléatoires :

$$E(\mathbf{x}) = \sum_j^N E_0 e^{i\phi_j} \tag{4.11}$$

Théorème central limite car $r_{diff} \ll D$, D étant la taille typique de l'éclairement incident.

$$\mathcal{P}(E_{\mathcal{R},\mathcal{I}}) = \frac{1}{\sigma_E\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E^2_{\mathcal{R},\mathcal{I}}}{2\sigma_E^2}} \tag{4.12}$$

avec $E_{\mathcal{R}}$ et $E_{\mathcal{I}}$ les parties réelle et imaginaire du champ complexe E respectivement. En faisant l'intégration angulaire, on trouve

$$\mathcal{P}(I) = \frac{1}{2\sigma_E^2} e^{-\frac{I}{2\sigma_E^2}} \tag{4.13}$$

Cette loi de probabilité permet alors d'obtenir l'intensité moyenne $\overline{I} = 2\sigma_E^2$ et l'écart-type en intensité $\sigma_I = \overline{I}$. Le contraste d'une telle figure de speckle est alors de 1, ce qui se traduit par des pics très brillants entourés de régions sombres d'intensité quasinulle. à débuguer.

4.2. Corrélations spatiales d'un champ de speckle

4.2.1 Implémentation expérimentale

Présenter brièvement la méthode de mesure des corrélations et surtout la géométrie du problème.

4.2.2 Corrélation transverse

Calcul de la corrélation transverse aux alentours du plan de Fourier, forme gaussienne bien reproduite car la pupille ne coupe que quelques % de la lumière du faisceau laser gaussien incident : la TF d'une gaussienne faiblement tronquée est une gaussienne correcte.

4.2.3 Corrélation longitudinale

Modélisation en tenant compte des effets non-paraxiaux pour vraiment reproduire la corrélation longitudinale. Calculs lourds numériquement et théoriquement, donc on met en place un modèle paraxial à ON effective.

4.3. Propriétés du potentiel de type speckle

4.3.1 Propriétés du potentiel

Traduction de $P_I(I)$ pour le potentiel dipolaire V, Taille des grains de potentiel σ, potentiel moyen V_{R}, possibilité de faire un potentiel attractif $\delta < 0$ ou répulsif $\delta > 0$

4.3.2 Possibilité d'un potentiel dépendant de l'état interne

4.4. Potentiel composé d'un speckle bichromatique

4.4.1 S'éloigner de résonance

Grosse limitation de l'approche précédente utilisée pour les fonctions spectrales : implique qu'on est proche de résonance pour l'état $|F = 2\rangle$, donc taux d'absorption et d'émission spontanée important : grosse décohérence dans le désordre et donc impossible d'observer la localisation. Donc on s'éloigne de résonance, donc le potentiel sur $|F = 1\rangle$ n'est plus négligeable, il faut le compenser : second speckle !

4.4.2 Étude de la similitude de deux speckles

Physique avec les mains de la similitude entre 2 speckles de longueurs d'onde faiblement différentes. introduction de la finesse $\lambda/\delta\lambda$ ou de la longueur de cohérence $l_{coh} = \lambda^2/\delta\lambda$. Décorrélation initiale et globale dûe à la propagation dans le diffuseur, puis décorrélation par la différence dans la taille des grains en s'éloignant de l'axe optique.

III

Temps de diffusion élastique

Chapitre 5

Temps de diffusion élastique

description temps de diffusion élastique, description rapide de la mesure. comparaison born ordre 1 (donné par Fermi Golden Rule), discussion kls, comparaison gaussien rouge bleu...

reprendre le PRL

5.1. Approximation de Born

5.1.1 Règle d'or de Fermi

5.1.2 Régimes de diffusion

5.2. Mesure du temps de diffusion élastique

5.2.1 Procédure expérimentale

5.2.2 Extraction du temps de diffusion élastique

5.2.3 Calibration de l'amplitude du désordre

5.3. Comportement du temps de diffusion élastique

5.3.1 Régime de Born

5.3.2 Déviations au régime de Born

5.3.3 Départ quadratique

Chapitre 6

Approche spectrale

Approche fonctions de green, ordre 1, ordre 2, SCBA... départ quadratique ? mesure fonctions spectrales ?

reprendre le NJP, et tenter une explication du départ quadratique. Faire gaffe avec les décroissances !

6.1. Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales

6.1.1 Généralités sur la fonction spectrale

6.1.2 Approximation de Born : premier ordre

6.1.3 Approximation de Born : second ordre

6.1.4 Approximation de Born auto-consistante

6.2. Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales mesurées pour un désordre de type speckle

6.2.1 Limite de l'approche auto-consistante pour un désordre de type speckle

6.2.2 Mesure des fonctions spectrales

6.2.3 Comparaison du temps de diffusion élastique avec les fonctions spectrales mesurées

Conclusion et perspectives

Conclusion générique, ouverture sur la mesure du régime critique, mesures de fonctions spectrales à vitesse non nulle, CFS, localization landscape, DMD pour autres types de désordre et classes d'universalité...

IV Annexes

Annexe A

Calculs de champs de tavelures

1.1. Amplitude rayonnée

Notons $\mathbf{x} \equiv \{x, y, d\}$ et $\mathbf{x}_0 \equiv \{x_0, y_0, 0\}$ Pour calculer le champ rayonné au point $\mathbf{x}$, on utilise le principe de Huygens-Fresnel :

$$E(\mathbf{x}) = \frac{1}{i\lambda} \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0 \, t(\mathbf{x}_0) E_0(\mathbf{x}_0) \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|} \tag{A.1}$$

avec $t(\mathbf{x}_0)$ la transmittance complexe du diffuseur au point $\mathbf{x}_0$, $k = 2\pi/\lambda$, et $t(\mathbf{x}_0)$ est une transmittance comportant l'effet du diffuseur et de la lentille. Appliquons alors l'approximation paraxiale :

$$\begin{aligned} |\mathbf{x}-\mathbf{x}_0| &= \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+d^2} \\ &= d\sqrt{1+\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{d^2}} \\ &\approx d + \frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2d} \end{aligned} \tag{A.2}$$

et reportons A.2 dans A.1 :

$$E(\mathbf{x}) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0 \, t_{\mathrm{diff}}(\mathbf{x}_0) E_0(\mathbf{x}_0) \, e^{-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2f}} \, e^{ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2d}} \tag{A.3}$$

avec $t_{\mathrm{diff}}(\mathbf{x}_0)$ la transmittance du diffuseur. Développons alors cette dernière expression :

$$E(\mathbf{x}) = \frac{e^{ik\left(d+\frac{x^2+y^2}{2d}\right)}}{i\lambda d} \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0 \, t_{\mathrm{diff}}(\mathbf{x}_0) E_0(\mathbf{x}_0) \, e^{ik\frac{\mathbf{x}_0^2}{2d_{\mathrm{eff}}}} \, e^{-ik\frac{\mathbf{x}\mathbf{x}_0}{d}} \tag{A.4}$$

avec $1/d_{\mathrm{eff}} = 1/d - 1/f$.

1.2. Fonction de corrélation

A.2.1 Calcul général

La fonction de corrélation en amplitude s'écrit

$$C_E(\mathbf{x},\mathbf{x}',\lambda,\lambda') = \overline{E(\mathbf{x},\lambda)E^*(\mathbf{x}',\lambda')} \tag{A.5}$$

$$= \frac{e^{i\left(k(d+\frac{x^2+y^2}{2d})-k'(d'+\frac{x'^2+y'^2}{2d'})\right)}}{\lambda\lambda' dd'} \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\mathrm{d}\mathbf{x}'_0\, \overline{t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0)t^*_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0)}\, E_0(\mathbf{x}_0)E^*_0(\mathbf{x}'_0)$$

$$e^{i\frac{k\mathbf{x}_0^2}{2d_{\text{eff}}}}\, e^{-i\frac{k'\mathbf{x}_0'^2}{2d'_{\text{eff}}}}\, e^{-i\frac{k(\mathbf{x}.\mathbf{x}_0)}{d}}\, e^{i\frac{k'(\mathbf{x}'.\mathbf{x}'_0)}{d'}} \tag{A.6}$$

Appliquons alors le changement de variables $\{\mathbf{x}_0,\mathbf{x}'_0\} \to \{\mathbf{x}_0, \Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}'_0 - \mathbf{x}_0\}$ (par commodité on omettra le facteur devant l'intégrale) :

$$C_E \propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}\, C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x})\, E_0(\mathbf{x}_0)E^*_0(\mathbf{x}_0+\Delta\mathbf{x}) \tag{A.7}$$

$$e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2}{2}(\frac{k}{d_{\text{eff}}}-\frac{k'}{d'_{\text{eff}}})}\, e^{-i\frac{k'\Delta\mathbf{x}'^2}{2d'_{\text{eff}}}}\, e^{-i\frac{k'\mathbf{x}_0\Delta\mathbf{x}}{d'_{\text{eff}}}}\, e^{i\frac{k'\mathbf{x}\Delta\mathbf{x}}{d'}}\, e^{i\mathbf{x}_0.(\frac{k'\mathbf{x}'}{d'}-\frac{k\mathbf{x}}{d})}$$

Supposons à présent que la taille des grains du diffuseur sont très petits devant la taille typique de l'éclairement incident, c'est à dire qu'à l'échelle de variation de C_{diff}, l'éclairement incident sera constant. $E_0(\mathbf{x}_0)E^*_0(\mathbf{x}_0+\Delta\mathbf{x}) \approx E_0(\mathbf{x}_0)E^*_0(\mathbf{x}_0) = I_0(\mathbf{x}_0)$. En supprimant le terme en $\Delta\mathbf{x}^2$, on a :

$$C_E \propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\, I_0(\mathbf{x}_0)\, e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2}{2}(\frac{k}{d_{\text{eff}}}-\frac{k'}{d'_{\text{eff}}})}\, e^{i\mathbf{x}_0.(\frac{k'\mathbf{x}'}{d'}-\frac{k\mathbf{x}}{d})} \int \mathrm{d}\Delta\mathbf{x}\, C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x})\, e^{i\Delta\mathbf{x}(\frac{k'\mathbf{x}'}{d'}-\frac{k'\mathbf{x}_0}{d'_{\text{eff}}})} \tag{A.8}$$

A.2.2 Corrélation transverse d'un unique speckle selon l'axe optique

Considérons le cas d'un unique speckle, que l'on étudie dans un plan orthogonal à l'axe optique. Posons $\lambda = \lambda'$, $d = d'$ et $\mathbf{x}' = 0$:

$$C_E(\mathrm{x}) = \overline{E(x,y,d)E^*(0,0,d)} \tag{A.9}$$

$$\propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\, I_0(\mathbf{x}_0)\, e^{-ik\frac{\mathbf{x}\mathbf{x}_0}{d}} \int \mathrm{d}\Delta\mathbf{x}\, C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x})\, e^{-ik\frac{\Delta\mathbf{x}.\mathbf{x}_0}{d_{\text{eff}}}} \tag{A.10}$$

On retrouve bien le résultat de la thèse de Jérémie, équation C.26.

A.2.3 Corrélation longitudinale d'un unique speckle autour du plan de Fourier

Plaçons nous sur l'axe optique, autour du plan de Fourier, pour une seule longueur d'onde. Pour $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 = 0$, $\lambda' = \lambda$ et $d' = f$:

$$C_E = \overline{E(0,0,d)E^*(0,0,f)} \tag{A.11}$$

$$\propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\, I_0(\mathbf{x}_0)\, e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2 k}{2d_{\text{eff}}}} \int \mathrm{d}\Delta\mathbf{x}\, C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) \tag{A.12}$$

Proche du plan de Fourier, on pose $d = f+\delta z$, donc $1/d_{\text{eff}} = 1/d - 1/f \approx -\delta z/f^2$. Finalement, on obtient :

$$C_E \propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\, I_0(\mathbf{x}_0)\, e^{-i\frac{\delta z k \mathbf{x}_0^2}{2f^2}} \tag{A.13}$$

On retrouve l'expression 4.10 de la thèse de Fred. Supposons à présent un éclairement incident gaussien de taille w_0 :

$$C_E \propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\, e^{-\mathbf{x}_0^2\left(2/w_0^2 - i\frac{k}{2d_{\text{eff}}}\right)} \tag{A.14}$$

$$\propto \frac{1}{2/w_0^2 - i\frac{k}{2d_{\text{eff}}}} \tag{A.15}$$

Et donc pour le degré en cohérence $|\mu|^2 = |C_E|^2$:

$$|C_E|^2 \propto \frac{1}{\frac{4}{w_0^4} + \frac{k^2}{4d_{\text{eff}}^2}} \tag{A.16}$$

$$\propto \frac{1}{\frac{4}{w_0^4} + \frac{k^2\delta z^2}{4f^4}} \tag{A.17}$$

$$\propto \frac{1}{1+\delta z^2\frac{k^2 w_0^4}{16f^4}} \tag{A.18}$$

$$\propto \frac{1}{1+\delta z^2/\sigma_\parallel^2} \tag{A.19}$$

On retrouve bien la lorentzienne avec $\sigma_\parallel = 4\sigma_\perp/\mathrm{ON}$, c'est à dire la distance de rayleigh. Interprétation : Magati2008 et Magati2009 montrent que dans une géométrie sans lentille, et à grande distance (régime de Fraunhofer), les grains de speckle s'apparentent à des tubes de lumière de corrélation longitudinale tendant vers l'infini (ils font de la physique avec les mains pour expliquer pourquoi). Avec une lentille, ce régime se retrouve autour du plan focal, sur une distance donnée par la longueur de Rayleigh. La forme lorentzienne est aussi typique d'effets longitudinaux en optique gaussienne autour du plan de focalisation.

A.2.4 Corrélation transverse d'un speckle bichromatique dans le plan de Fourier

Considérons le cas de deux longueurs d'ondes, étudiées à la même position dans le plan de Fourier. Posons $d = d' = f$, $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$:

$$C_E(\mathrm{x}, \lambda, \lambda') = \overline{E(\mathbf{x}, \lambda)E^*(\mathbf{x}, \lambda')} \tag{A.20}$$

$$\propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\, I_0(\mathbf{x}_0)\, e^{i\frac{\mathbf{x}_0\cdot\mathbf{x}}{f}(k'-k)} \int \mathrm{d}\Delta\mathbf{x}\, C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x})\, e^{i\frac{\Delta\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}}{f}k'} \tag{A.21}$$

On retrouve le résultat de mon rapport de stage. Warning : C_{diff} est plus compliqué dans cette expression, il faut tenir compte des deux longueurs d'onde dedans. Idem avec I_0, il s'agit en réalité du produit des amplitudes à chaque longueur d'onde. Aller un peu plus loin pour donner l'expression de la longueur de corrélation.

A.2.5 Corrélation longitudinale d'un speckle bichromatique autour du plan de Fourier

Prenons un speckle composé de deux longueurs d'onde, étudié selon l'axe optique. Fixons : $\mathbf{x} = \mathbf{x}' = 0$ et $d = d'$:

$$C_E = \overline{E(0,0,d,\lambda)E^*(0,0,d,\lambda')} \tag{A.22}$$

$$\propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0\, I_0(\mathbf{x}_0)\, e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2}{2d_{\text{eff}}}(k-k')} \int \mathrm{d}\Delta\mathbf{x}\, C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x})\, e^{-i\Delta\mathbf{x}\frac{k'\mathbf{x}_0}{d_{\text{eff}}}} \tag{A.23}$$

Supposons à présent que l'on s'éloigne peu du plan de Fourier tel que $r_{\text{diff}} w_0 k'/d_{\text{eff}} \ll 1$, c'est à dire $\delta z \ll W_{\text{speckle}}/\mathrm{ON}$ avec δz tel que définit avant, W_{speckle} l'extension du faisceau de speckle dans le plan de Fourier et w_0 la taille du faisceau incident. Dans ce cas, on peut négliger la dernière exponentielle et on a pour un faisceau gaussien :

$$C_E \propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0 \, e^{-\frac{2\mathbf{x}_0^2}{w_0^2}} \, e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2}{2d_{\mathrm{eff}}}(k-k')} \tag{A.24}$$

$$\propto \int \mathrm{d}\mathbf{x}_0 \, e^{-\mathbf{x}_0^2(2/w_0^2 - i\frac{k-k'}{2d_{\mathrm{eff}}})} \tag{A.25}$$

$$\propto \frac{1}{2/w_0^2 - i\frac{k-k'}{2d_{\mathrm{eff}}}} \tag{A.26}$$

Alors,

$$|C_E|^2 \propto \left| \frac{1}{2/w_0^2 - i\frac{k-k'}{2d_{\mathrm{eff}}}} \right|^2 \tag{A.27}$$

$$\propto \frac{1}{4/w_0^2 + \delta z^2 \frac{(k-k')^2}{4f^4}} \tag{A.28}$$

$$\propto \frac{1}{1 + \delta z^2 \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^2 \frac{k^2 w_0^4}{16 f^4}} \tag{A.29}$$

$$\propto \frac{1}{1 + \frac{\delta z^2}{\sigma_\parallel^2} \left(\frac{\delta\lambda}{\lambda}\right)^2} \tag{A.30}$$

Annexe B

Calcul du temps de diffusion élastique par le développement de Born