

# Table des matières

|                    |   |
|--------------------|---|
| Introduction ..... | 5 |
|--------------------|---|

## I Transport en milieu désordonné : phénomène de localisation

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1</b>   | <b>Phénomène de localisation d'Anderson .....</b>                  | <b>9</b>  |
| <b>1.1</b> | <b>Diffusion et interférences</b>                                  | <b>9</b>  |
| 1.1.1      | Phénomène de diffusion .....                                       | 9         |
| 1.1.2      | Localisation faible .....  | 9         |
| 1.1.3      | Suppression du transport : Localisation d'Anderson .....           | 9         |
| <b>1.2</b> | <b>Localisation des atomes froids</b>                              | <b>10</b> |
| 1.2.1      | Etudes expérimentales de la localisation d'Anderson .....          | 10        |
| 1.2.2      | L'approche des atomes froids .....                                 | 10        |
| <b>1.3</b> | <b>Vers l'étude du régime critique</b>                             | <b>10</b> |
| 1.3.1      | Etat de l'art de l'étude de la transition d'Anderson .....         | 10        |
| 1.3.2      | Nécessité d'une spectroscopie pour sonder le régime critique ..... | 10        |

## II Transport d'atomes ultrafroids dans un speckle

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>2</b>   | <b>Production d'une source cohérente d'ondes de matière .....</b> | <b>13</b> |
| <b>2.1</b> | <b>Condensation de Bose-Einstein</b>                              | <b>13</b> |
| 2.1.1      | Statistique de Bose-Einstein .....                                | 13        |
| 2.1.2      | Propriétés d'un condensat de Bose-Einstein .....                  | 16        |
| <b>2.2</b> | <b>Processus d'interaction lumière-matière</b>                    | <b>18</b> |
| 2.2.1      | Le rubidium $^{87}\text{Rb}$ .....                                | 18        |
| 2.2.2      | Potentiel magnétique .....  | 19        |
| 2.2.3      | Forces lumineuses .....   | 20        |
| 2.2.4      | Couplage radio-fréquence .....                                    | 23        |
| <b>2.3</b> | <b>Description d'un cycle expérimental</b>                        | <b>23</b> |
| 2.3.1      | Présentation générale du dispositif .....                         | 24        |
| 2.3.2      | Première chambre .....  | 24        |
| 2.3.3      | Chambre de science .....  | 28        |

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| 2.3.4      | Imagerie   | 33        |
| <b>3</b>   | <b>Mises à jour de l'expérience</b>  | <b>37</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Mise à jour de l'informatique de l'expérience</b>                           | <b>37</b> |
| 3.1.1      | Contrôle de l'expérience : passage à la suite Cicero                           | 37        |
| 3.1.2      | Développement d'une nouvelle interface d'acquisition et de traitement d'images | 37        |
| <b>3.2</b> | <b>Réparation et recalibration de la lévitation magnétique</b>                 | <b>37</b> |
| 3.2.1      | Réparation de la lévitation magnétique   | 37        |
| 3.2.2      | Calibration par oscillations   | 37        |
| 3.2.3      | Calibration par radio-fréquences   | 37        |
| <b>3.3</b> | <b>Changement du laser telecom et calibration du piège optique</b>             | <b>37</b> |
| 3.3.1      | Changement du laser telecom  | 37        |
| 3.3.2      | Calibration du piège optique   | 37        |
| <b>3.4</b> | <b>Optimisation de l'évaporation tout-optique</b>                              | <b>37</b> |
| <b>4</b>   | <b>Propriétés d'un désordre de type speckle</b>                                | <b>39</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Génération d'un champ de speckle</b>  | <b>39</b> |
| 4.1.1      | Propriétés du diffuseur  | 40        |
| 4.1.2      | Statistiques de l'intensité d'un speckle                                       | 42        |
| 4.1.3      | Implémentation expérimentale   | 42        |
| <b>4.2</b> | <b>Propriétés spatiales d'un champ de speckle</b>                              | <b>43</b> |
| 4.2.1      | Extension transverse du champ de speckle le long de l'axe optique              | 44        |
| 4.2.2      | Longueur de corrélation transverse le long de l'axe optique                    | 44        |
| 4.2.3      | Corrélation longitudinale  | 45        |
| <b>4.3</b> | <b>Propriétés du potentiel de type speckle</b>                                 | <b>45</b> |
| 4.3.1      | Propriétés du potentiel  | 45        |
| 4.3.2      | Possibilité d'un potentiel dépendant de l'état interne                         | 45        |
| <b>4.4</b> | <b>Potentiel composé d'un speckle bichromatique</b>                            | <b>45</b> |
| 4.4.1      | S'éloigner de résonance  | 45        |
| 4.4.2      | Étude de la similitude de deux speckles  | 45        |

### III

### Temps de diffusion élastique

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>5</b>   | <b>Temps de diffusion élastique</b>                 | <b>49</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Approximation de Born</b>                        | <b>49</b> |
| 5.1.1      | Règle d'or de Fermi                                 | 49        |
| 5.1.2      | Régimes de diffusion                                | 49        |
| <b>5.2</b> | <b>Mesure du temps de diffusion élastique</b>       | <b>49</b> |
| 5.2.1      | Procédure expérimentale                             | 49        |
| 5.2.2      | Extraction du temps de diffusion élastique          | 49        |
| 5.2.3      | Calibration de l'amplitude du désordre              | 49        |
| <b>5.3</b> | <b>Comportement du temps de diffusion élastique</b> | <b>49</b> |
| 5.3.1      | Régime de Born                                      | 49        |
| 5.3.2      | Déviation au régime de Born                         | 49        |
| 5.3.3      | Départ quadratique                                  | 49        |

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>6</b>   | <b>Approche spectrale</b>   | <b>51</b> |
| <b>6.1</b> | <b>Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales</b>   | <b>51</b> |
| 6.1.1      | Généralités sur la fonction spectrale   | 51        |
| 6.1.2      | Approximation de Born : premier ordre   | 51        |
| 6.1.3      | Approximation de Born : second ordre  | 51        |
| 6.1.4      | Approximation de Born auto-consistante  | 51        |
| <b>6.2</b> | <b>Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales mesurées pour un désordre de type speckle</b> | <b>51</b> |
| 6.2.1      | Limite de l'approche auto-consistante pour un désordre de type speckle                                | 51        |
| 6.2.2      | Mesure des fonctions spectrales   | 51        |
| 6.2.3      | Comparaison du temps de diffusion élastique avec les fonctions spectrales mesurées                    | 51        |
|            | <b>Conclusion et perspectives</b>   | <b>53</b> |

**IV****Annexes**

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>A</b>   | <b>Calculs de champs de tavelures</b>   | <b>57</b> |
| <b>A.1</b> | <b>Amplitude rayonnée</b>   | <b>57</b> |
| <b>A.2</b> | <b>Fonction de corrélation</b>  | <b>58</b> |
| A.2.1      | Calcul général  | 58        |
| A.2.2      | Expression de l'extension transverse du champ de tavelures le long de l'axe optique | 58        |
| <b>A.3</b> | <b>Corrélations pour des speckles monochromatiques et bichromatiques</b>            | <b>58</b> |
| A.3.1      | Corrélation transverse d'un unique speckle le long de l'axe optique                 | 58        |
| A.3.2      | Corrélation longitudinale d'un unique speckle autour du plan de Fourier             | 59        |
| A.3.3      | Corrélation transverse d'un speckle bichromatique dans le plan de Fourier           | 59        |
| A.3.4      | Corrélation longitudinale d'un speckle bichromatique autour du plan de Fourier      | 60        |
| <b>B</b>   | <b>Calcul du temps de diffusion élastique par le développement de Born</b>          | <b>61</b> |
|            | <b>Bibliographie</b>  | <b>64</b> |



# Introduction

Intro générale sur la physique, le contexte et présentation du plan.





# Transport en milieu désordonné : phénomène de localisation

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Phénomène de localisation d'Anderson . .</b> | <b>9</b> |
| 1.1      | Diffusion et interférences                      |          |
| 1.2      | Localisation des atomes froids                  |          |
| 1.3      | Vers l'étude du régime critique                 |          |





## Chapitre 1

# Phénomène de localisation d'Anderson

présentation des effets d'interférences dans le désordre. scaling theory à la delande uniquement sur la conductance pour présenter la localisation 1D et 2D puis la 3D avec la transition. Terminer sur la quête du régime critique avec le graphe de delande2017, et introduction aux manip récentes et futures.

### 1.1. Diffusion et interférences

#### 1.1.1 Phénomène de diffusion

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

#### 1.1.2 Localisation faible

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

#### 1.1.3 Suppression du transport : Localisation d'Anderson

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend

at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

## 1.2. Localisation des atomes froids

### 1.2.1 Etudes expérimentales de la localisation d'Anderson

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

### 1.2.2 L'approche des atomes froids

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

## 1.3. Vers l'étude du régime critique

### 1.3.1 Etat de l'art de l'étude de la transition d'Anderson

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

### 1.3.2 Nécessité d'une spectroscopie pour sonder le régime critique

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



# Transport d'atomes ultrafroids dans un speckle

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>2</b> | <b>Production d'une source cohérente d'ondes de matière .....</b> | <b>13</b> |
| 2.1      | Condensation de Bose-Einstein                                     |           |
| 2.2      | Processus d'interaction lumière-matière                           |           |
| 2.3      | Description d'un cycle expérimental                               |           |
| <b>3</b> | <b>Mises à jour de l'expérience .....</b>                         | <b>37</b> |
| 3.1      | Mise à jour de l'informatique de l'expérience                     |           |
| 3.2      | Réparation et recalibration de la lévitation magnétique           |           |
| 3.3      | Changement du laser telecom et calibration du piège optique       |           |
| 3.4      | Optimisation de l'évaporation tout-optique                        |           |
| <b>4</b> | <b>Propriétés d'un désordre de type speckle</b>                   | <b>39</b> |
| 4.1      | Génération d'un champ de speckle                                  |           |
| 4.2      | Propriétés spatiales d'un champ de speckle                        |           |
| 4.3      | Propriétés du potentiel de type speckle                           |           |
| 4.4      | Potentiel composé d'un speckle bichromatique                      |           |



## Chapitre 2

# Production d'une source cohérente d'ondes de matière

Dans la partie précédente, nous nous sommes concentrés sur la physique des atomes ultrafroids dans le désordre. En particulier, nous avons mis en évidence le fait que l'approche des atomes ultrafroids constitue une plateforme idéale pour l'étude de la propagation d'ondes dans un milieu désordonné, plateforme déjà éprouvée par l'observation de la localisation d'Anderson d'ondes de matières dans un désordre optique.

À présent, concentrons-nous sur la description de l'un des deux éléments-clé de la propagation d'ondes dans le désordre : notre source d'ondes de matière. Le second élément, notre désordre optique, sera quant à lui présenté dans le chapitre 4.

Dans ce chapitre, nous nous attacherons donc à définir ce qu'est un condensat de Bose-Einstein puis nous décrirons ses principales propriétés. Dans un second temps, nous nous intéresserons aux outils dont nous disposons pour manipuler les atomes, puis nous terminerons en présentant la manière dont ces outils sont implémentés sur notre dispositif expérimental.

### 2.1. Condensation de Bose-Einstein

Commençons par décrire ce qu'est un condensat de Bose-Einstein. Le phénomène de condensation a été prédit par Albert Einstein dans les années 1920 en s'appuyant sur les travaux de Satyendranath Bose traitant des statistiques quantiques pour des particules plus tard appelées *bosons*. Il a cependant fallu attendre les années 1960 et le développement des premiers lasers pour voir émerger les premières techniques de manipulation d'atomes. La mise au point de telles technologies a d'ailleurs valu le prix Nobel à ses principaux architectes Claude Cohen-Tannoudji, Steven Chu et William D. Phillips en 1997. Enfin, le premier condensat de Bose-Einstein gazeux de  $^{87}\text{Rb}$  a été obtenu par l'équipe de Eric Cornell et Carl Wieman [Anderson et al., 1995], rapidement suivi par un condensat de  $^{23}\text{Na}$  obtenu par Wolfgang Ketterle [Davis et al., 1995]. Ces travaux ont été récompensés par le prix Nobel de 2001.

#### 2.1.1 Statistique de Bose-Einstein

Le phénomène de condensation de Bose-Einstein trouve son origine dans la statistique de Bose-Einstein. Celle-ci se différencie de la statistique classique de Boltzmann dans le formalisme grand-canonique donnée par :

$$N_{\mathbf{n}} = g_{\mathbf{n}} \exp(-(E_{\mathbf{n}} - \mu)/k_{\text{B}}T) \quad (2.1)$$

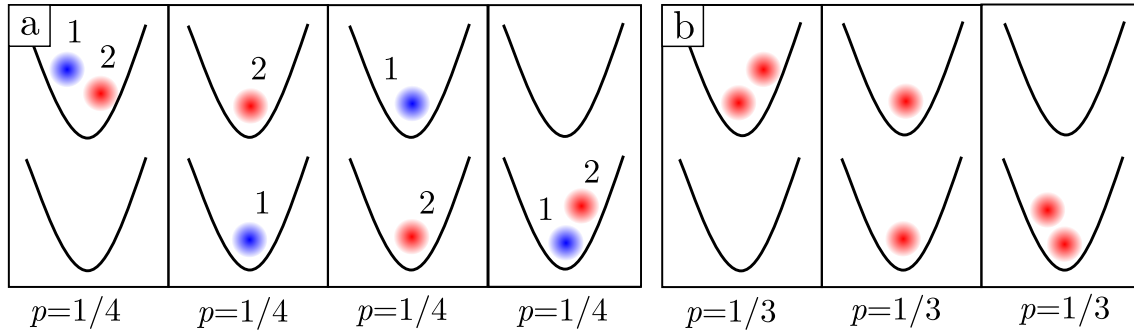


FIGURE 2.1 – **a : Répartition de deux particules discernables numérotées 1 et 2 sur deux niveaux d'énergie.** Quatre configurations sont possibles. **b : Répartition de deux particules indiscernables sur deux niveaux d'énergie.** Dans le cas où ces particules peuvent se trouver dans le même état (bosons), trois configurations sont alors possibles.

pour un gaz de  $N$  particules à l'équilibre thermique, avec  $N_n$  le nombre moyen d'atomes présents dans l'état d'énergie  $E_n$  et de dégénérescence  $g_n$ ,  $\mu$  le potentiel chimique,  $T$  la température et  $k_B$  la constante de Boltzmann. L'origine de cette différence provient de l'indiscernabilité des particules : dans le cadre de la physique classique, les particules identiques sont discernables, c'est à dire qu'il est possible "d'étiqueter" les particules et de suivre leurs mouvements individuels. Dans le cadre de la mécanique quantique, une telle approche n'est pas possible car les particules sont décrites par des fonctions d'onde, étalées dans l'espace. Lors de collisions de particules identiques, le recouvrement de leur fonction d'onde fait qu'il est impossible de déterminer les trajectoires suivies par les particules. L'indiscernabilité des particules dans le cadre de la mécanique quantique est donc essentielle.

Considérons alors le cas simple de la répartition de deux particules sur deux niveaux d'énergie. Dans le cadre de la physique classique, il est possible d'attribuer un numéro à chaque particule, et il on peut placer chaque particule dans n'importe quel niveau d'énergie. Il existe alors quatre configurations que l'on supposera équiprobables, chacune de probabilité  $p = 1/4$  (voir figure 2.1a). L'approche quantique, dans laquelle il n'est pas possible de discerner les particules, restreint le nombre de possibilités à trois et donc la probabilité de chacune des configurations est alors de  $p = 1/3$  (voir figure 2.1b). Calculons maintenant la probabilité que deux particules soient dans le même état. En physique classique, cette probabilité est de  $p = 2/4 = 1/2$ , tandis qu'en mécanique quantique, celle-ci est de  $p = 2/3$ . On s'attend alors à ce que l'indiscernabilité des particules en mécanique quantique modifie la statistique de Boltzmann en favorisant l'agrégation de particules dans le même état<sup>1</sup>.

### Condensation de Bose-Einstein

Considérons alors le cas d'un gaz de  $N$  bosons identiques dans un piège harmonique :

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega_x^2x^2 + \frac{1}{2}m\omega_y^2y^2 + \frac{1}{2}m\omega_z^2z^2 \quad (2.2)$$

1. Ce raisonnement est valable pour des particules bosoniques, qui peuvent se retrouver dans le même état quantique. Pour des particules fermioniques, qui ne peuvent pas se retrouver dans le même état quantique, les statistiques en sont donc profondément changées. En guise d'illustration, la seule configuration possible de la figure 2.1b pour des fermions est la seconde configuration.

où  $m$  correspond à la masse des particules, et les  $\omega_i$  correspondent aux fréquences de piégeage dans chaque direction de l'espace. Les énergies  $E_{\mathbf{n}}$  sont donc celles des états liés

$$E_{\mathbf{n}} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_z \quad \text{avec} \quad \mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\} \quad (2.3)$$

On peut alors montrer que le nombre moyen de particules est donné par la distribution de Bose-Einstein <sup>2</sup> : [Diu et al., 1989]

$$N_{\mathbf{n}} = \frac{g_{\mathbf{n}}}{\exp((E_{\mathbf{n}} - \mu)/k_B T) - 1} \quad (2.4)$$

Une condition de validité de cette équation est que le potentiel chimique  $\mu$  soit plus petit que l'énergie  $E_0$  du niveau de plus basse énergie, appelé niveau fondamental. Autrement, le nombre moyen de particules du niveau fondamental serait négatif (et cela impliquerait que la totalité du réservoir de particules vienne se déverser dans le niveau fondamental). Il est donc nécessaire que  $\mu < E_0$ . Une conséquence remarquable cette condition est que la population totale des états excités est bornée par :

$$N_e(\mu, T) = \sum_{\mathbf{n} \neq 0} N_{\mathbf{n}} \leq \sum_{\mathbf{n} \neq 0} \frac{g_{\mathbf{n}}}{\exp((E_{\mathbf{n}} - E_0)/k_B T) - 1} \quad (2.5)$$

Ainsi, chaque particule supplémentaire peuplera forcément l'état fondamental. On a donc ici le moyen d'accumuler un grand nombre de particules dans le même état quantique. La condensation de Bose-Einstein correspond, par définition, à cette accumulation d'un nombre macroscopique de particules dans l'état fondamental. Toutes ces particules peuplant cet état partagent alors le même état quantique. Afin d'atteindre un tel régime, il est nécessaire que les paquets d'onde des particules individuelles se recouvrent, c'est à dire que l'extension typique d'un paquet d'onde soit plus grande que la distance moyenne entre particules. L'extension typique de la fonction d'onde d'une particule peut être estimée à l'aide du principe d'incertitude de Heisenberg :  $\Delta x \sim \hbar/\Delta p$  avec  $\Delta p \sim \hbar/\lambda_{dB}$ . La grandeur  $\lambda_{dB}$  est homogène à une longueur et s'appelle la longueur d'onde thermique de de Broglie. Elle correspond à la taille typique d'un paquet d'onde quantique dont la largeur de la distribution en impulsion est donnée par la température. Celle-ci est donnée par [Diu et al., 1989]

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \quad (2.6)$$

avec  $m$  la masse de la particule, un atome de  $^{87}\text{Rb}$  dans le cas de notre expérience. La distance inter-particules dans un piège est estimée à partir de la densité de particules  $d \sim n^{-1/3}$ . On peut alors formuler le critère phénoménologique suivant :

$$n\lambda_{dB}^3 \gtrsim 1 \quad (2.7)$$

La quantité  $n\lambda_{dB}^3$  est appelée *densité dans l'espace des phases*. Tout l'enjeu des expériences d'atomes ultrafroids est d'arriver à augmenter la densité dans l'espace des phases afin de franchir le seuil donné par l'équation 2.7. Cette condition peut se réécrire en terme de *température critique* :

$$T_C \sim \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} N^{1/3} \quad (2.8)$$

où  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  est la fréquence moyenne du piège. Cette température critique est de l'ordre de quelques centaines de nano-kelvin pour les expériences typiques d'atomes ultra-froids.

---

2. Pour un gaz de  $N$  fermions identiques, le nombre moyen de particules est donné par la distribution de Fermi-Dirac  $N_{\mathbf{n}} = \frac{g_{\mathbf{n}}}{\exp((E_{\mathbf{n}} - \mu)/k_B T) + 1}$ .

### 2.1.2 Propriétés d'un condensat de Bose-Einstein

En dessous de la température critique 2.8, les atomes s'accumulent dans l'état fondamental du piège. Il en résulte une forte augmentation de la densité, si bien qu'on ne peut plus négliger les interactions entre particules. Dans le cas d'un gaz suffisamment dilué, ce que l'on considèrera dans la suite, les interactions entre atomes peuvent être traitées comme des collisions à basse énergie, c'est à dire des collisions uniquement dans l'onde  $s$ . Le potentiel d'interaction est alors celui de contact, donné par  $U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = g\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ . Le paramètre  $g$ , qui caractérise la force des interactions, est donné par  $g = \frac{4\pi\hbar^2}{m}a_s$ , avec  $a_s$  la longueur de diffusion, et ne dépend que de ce paramètre. Ce régime dilué est atteint lorsque  $na_s^3 \ll 1$ <sup>3</sup>. Pour le  $^{87}\text{Rb}$ , cette longueur de diffusion vaut  $100a_0 > 0$ , avec  $a_0$  le rayon de Bohr. La longueur de diffusion étant positive, les interactions sont donc répulsives pour notre atome.

On peut écrire l'équation de Schrödinger pour l'état fondamental en tenant compte de ce terme d'interaction entre particules. La description en champ moyen du condensat est alors donnée par l'équation de Gross-Pitaevskii (aussi connue sous le nom d'*équation de Schrödinger non-linéaire*) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t) \quad (2.9)$$

où  $\psi(\mathbf{r}, t)$  est la fonction d'onde macroscopique du condensat. La densité d'atomes est donnée par  $n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2$ . Ainsi, la fonction d'onde du condensat  $\psi(\mathbf{r}, t)$  est normalisée pour donner le nombre de particules dans le condensat :

$$\int d\mathbf{r} |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 = N_0 \quad (2.10)$$

Dans le régime stationnaire, on peut écrire  $\psi(\mathbf{r}, t) = \psi_0(\mathbf{r})e^{i\mu t/\hbar}$  avec  $\mu$  le potentiel chimique du condensat, et l'injecter dans l'équation 2.9. On obtient l'équation de Gross-Pitaevskii stationnaire :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}) + g|\phi_0(\mathbf{r})|^2 \right] \phi_0(\mathbf{r}) = \mu\phi_0(\mathbf{r}) \quad (2.11)$$

Le premier terme de gauche décrit l'énergie cinétique, le second le terme d'énergie potentielle provenant du piège, et le dernier décrit l'énergie d'interaction entre particules, proportionnelle à la densité locale  $n(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2 = |\phi_0(\mathbf{r})|^2$ . La somme de ces énergies donne le potentiel chimique  $\mu$ , qui correspond à l'énergie qu'il faut fournir pour rajouter une particule supplémentaire au système de  $N$  particules.

#### Régime de Thomas-Fermi

Considérons le cas d'un condensat comportant un grand nombre de particules  $N_0$ . L'énergie cinétique totale du condensat varie avec  $N_0$  de manière linéaire :  $\langle E_k \rangle \propto N_0$ . L'énergie totale d'interaction varie quant à elle en  $E_{\text{int}} \propto N_0^2$ . Pour un nombre suffisamment grand de particules, il devient possible de négliger le terme d'énergie cinétique dans l'équation de Gross-Pitaevskii stationnaire : il s'agit du régime de Thomas-Fermi. Dans ce cas, le profil de densité s'écrit

$$n(\mathbf{r}) = \begin{cases} (\mu - V(\mathbf{r}))/g & \text{lorsque } \mu > V(\mathbf{r}) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.12)$$

3. Dans ce régime, la distance inter-atomique est plus grande que la portée des interactions. Ainsi, les atomes ne voient pas le détail du potentiel d'interaction avec leur voisin, et donc il est possible d'approximer ce potentiel par un potentiel de contact.



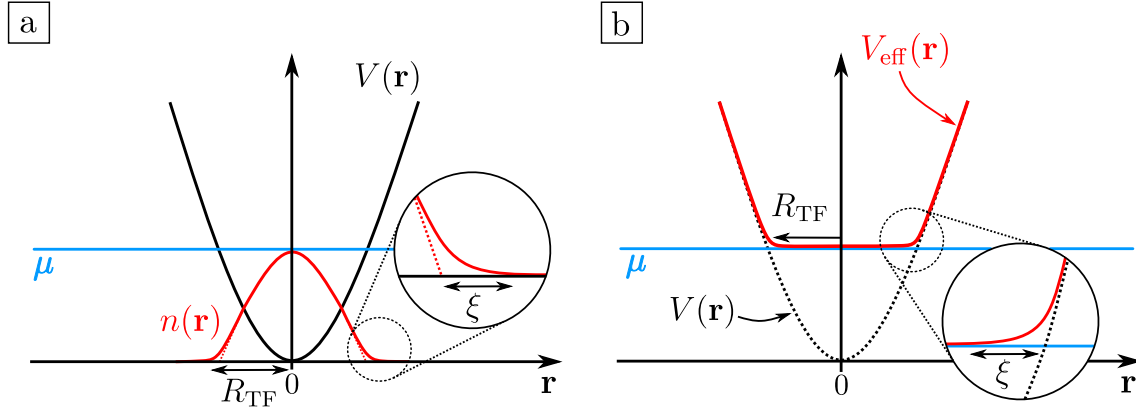


FIGURE 2.2 – **a : Profil de densité dans le régime de Thomas-Fermi.** La densité est une parabole inversée, liée à la forme parabolique du potentiel. Sur les bords du condensat, la densité s'écarte de la parabole sur une longueur typique appelée longueur de cicatrisation. **b : Potentiel effectif ressenti pour des particules individuelles.** Ce potentiel effectif suit la forme du potentiel externe, et l'effet des interactions à l'intérieur du condensat écrante le potentiel externe par le potentiel chimique.

et en considérant le piège harmonique de l'équation 2.2,

$$n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mu/g - \sum_{i=x,y,z} \frac{m\omega_i^2}{2g} r_i^2 & \text{lorsque } \mu > V(\mathbf{r}) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.13)$$

Le profil de densité est donc une parabole inversée de rayons

$$R_{\text{TF},i} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad (2.14)$$

Ces rayons de Thomas-Fermi ont été déterminés par la condition  $n(\mathbf{r}) = 0$ . Il est intéressant de noter que le potentiel effectif vu par une particule  $V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r})$  est constant sur l'ensemble du condensat :

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mu & \text{lorsque } \mu > V(\mathbf{r}) \\ V(\mathbf{r}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.15)$$

Enfin, il est possible d'obtenir une expression pour le potentiel chimique [Pethick and Smith, 2008] :

$$\mu = \frac{1}{2} \left( 15a N_0 \hbar^2 \bar{\omega}^3 \right)^{2/5} m^{1/5} \quad (2.16)$$

et vaut environ  $\mu/h \approx 40\text{Hz}$  pour notre expérience.

En réalité, l'approximation de Thomas-Fermi décrit bien les zones à l'intérieur des condensats, cependant, il existe une petite région sur les bords du condensat où la densité est faible, et donc l'énergie cinétique ne peut plus être négligée devant l'énergie d'interaction. Cette échelle de longueur s'appelle la longueur de cicatrisation, et est donnée par

$$\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{n_0 m g}} \quad (2.17)$$

avec  $n_0$  la densité moyenne du condensat.  $\xi$  représente donc la longueur sur laquelle le potentiel chimique n'écrante pas le potentiel externe.

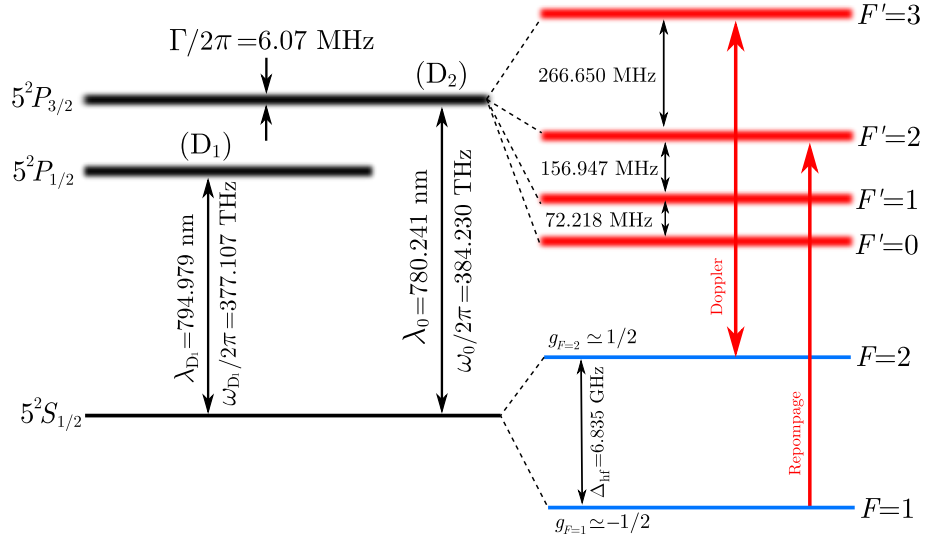


FIGURE 2.3 – **Structure de la raie D du rubidium  $^{87}\text{Rb}$ .** Celle-ci est composée de deux transitions, la  $D_1$  à 795nm, et la transition  $D_2$  à 780nm que nous utilisons sur l'expérience. L'état fondamental  $5^2S_{1/2}$  est dégénéré en deux sous-niveaux hyperfins séparés d'une énergie  $h\Delta_{\text{hf}}$  avec  $\Delta_{\text{hf}} = 6.835\text{GHz}$ .

## 2.2. Processus d'interaction lumière-matière

Précédemment, nous avons brièvement présenté le phénomène de condensation de Bose-Einstein ainsi que les principales propriétés d'un condensat. En particulier, nous avons identifié  $n\lambda_{\text{dB}}^3 \gtrsim 1$  comme un critère de condensation, impliquant l'obtention de nuages denses à très basse température. Il s'agit donc de la ligne à atteindre sur notre dispositif. Dans cette partie, nous allons présenter les différents outils de manipulation d'atomes dont nous disposons, tels que des champs magnétiques, des champs lasers ou encore des radio-fréquences, afin d'obtenir la condensation d'un nuage de rubidium  $^{87}\text{Rb}$ .

### 2.2.1 Le rubidium $^{87}\text{Rb}$

Comme déjà mentionné plusieurs fois, l'espèce atomique utilisée sur notre expérience est le rubidium  $^{87}\text{Rb}$ , le second isotope le plus fréquent après le rubidium  $^{85}\text{Rb}$  (l'abondance naturelle du  $^{87}\text{Rb}$  est de 27.8%). Il s'agit d'un alcalin bosonique (il possède donc un seul électron de valence) avec un spin nucléaire  $I = 3/2$ . Historiquement, le  $^{87}\text{Rb}$  est l'atome ayant été condensé en premier [Anderson et al., 1995], son choix reposant sur l'existence d'une transition optique cyclante à 780nm dans sa raie D ainsi que le développement rapide des technologies laser à cette longueur d'onde. La raie D est en réalité composée de deux transitions : la raie  $D_1$  correspondant à la transition  $4^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$  à 795nm, et la raie  $D_2$  correspondant à la transition  $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$  à 780nm. Sauf mention contraire, nous n'utiliserons que la raie  $D_2$  dans la suite de ce manuscrit, la plupart de nos fréquences optiques se trouvant autour de 780nm. Le choix de l'atome de rubidium est aussi dû à ses bonnes propriétés. En particulier, sa longueur de diffusion  $a_s = 5.3 \text{ nm}$  résulte en des taux de collisions relativement élevés, permettant une thermalisation rapide du nuage.

La structure hyperfine de l'état fondamental  $5^2S_{1/2}$  consiste en deux niveaux hyperfins dégénérés  $|F = 1\rangle$  et  $|F = 2\rangle$  séparés de  $\Delta_{\text{hf}} = 6.835\text{GHz}$ . Chacun de ces états est composé de  $2F + 1$  sous-états Zeeman. Une vue simplifiée de cette structure est donnée figure 2.3, et un tableau récapitulatif des principales grandeurs du  $^{87}\text{Rb}$  peut être trouvé table 2.1.

| Quantité physique                        | Symbole              | Valeur                           |
|--|----------------------|----------------------------------|
| Masse                                    | m                    | $1.44 \times 10^{-25} \text{kg}$ |
| Fréquence de transition $D_2$            | $\omega_0$           | $2\pi \times 384.230 \text{THz}$ |
| Longueur d'onde dans le vide ( $D_2$ )   | $\lambda_0$          | 780.241nm                        |
| Largeur naturelle de la transition $D_2$ | $\Gamma$             | $2\pi \times 6.07 \text{MHz}$    |
| Fréquence de transition $D_1$            | $\omega_{D_1}$       | $2\pi \times 377.107 \text{THz}$ |
| Longueur d'onde dans le vide ( $D_1$ )   | $\lambda_{D_1}$      | 794.979nm                        |
| Largeur naturelle de la transition $D_1$ | $\Gamma_{D_1}$       | $2\pi \times 5.75 \text{MHz}$    |
| Séparation hyperfine                     | $\Delta_{\text{hf}}$ | 6.834682611GHz                   |
| Moment cinétique nucléaire               | $\mathbf{I}$         | 3/2                              |
| Facteur de Landé électronique            | $g_S$                | 2.002319                         |
| Facteur de Landé orbital                 | $g_L$                | 0.999993                         |
| Facteur de Landé nucléaire               | $g_I$                | $-0.9951414 \times 10^{-3}$      |
| Intensité de saturation                  | $I_{\text{sat}}$     | $1.67 \text{mW.cm}^{-2}$         |
| Longueur de diffusion                    | $a_s$                | 5.3nm                            |

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des grandeurs physiques du rubidium  $^{87}\text{Rb}$  que nous utiliserons dans la suite. Ces valeurs sont tirées de [Steck, 2001].

### 2.2.2 Potentiel magnétique

Commençons par décrire l'interaction d'un atome de rubidium avec un champ magnétique statique. Ces champs magnétiques sont couramment utilisés dans les expériences d'atomes ultra-froids pour réaliser des pièges conservatifs à l'aide champs inhomogènes (après un refroidissement laser par exemple). En particulier, l'expérience de Stern & Gerlach montre que la force appliquée aux atomes par un gradient de champ magnétique dépend de l'état interne de l'atome. Explicitons cela.

Le moment cinétique total  $\hat{\mathbf{F}}$  est donné par la somme des moments cinétiques des composants de l'atome :

$$\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}} \quad (2.18)$$

avec  $\hat{\mathbf{I}}$  le spin total nucléaire,  $\hat{\mathbf{L}}$  le moment cinétique orbital et  $\hat{\mathbf{S}}$  le moment cinétique de spin électronique. On a alors un moment magnétique total  $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \mu_B(g_I\hat{\mathbf{I}} + g_L\hat{\mathbf{L}} + g_S\hat{\mathbf{S}})$  où les  $g_{I,L,S}$  sont les facteurs de Landé et  $\mu_B$  est le magnéton de Bohr<sup>4</sup>. L'énergie d'interaction de ce moment magnétique avec un champ magnétique  $\mathbf{B}$  est donnée par  $\hat{V} = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \mathbf{B}$ . On obtient les énergies propres par la formule de Breit-Rabi, dont l'application aux états  $|F=1\rangle$  et  $|F=2\rangle$  fournit :

$$\begin{aligned} E_{F=2} &= +\frac{h\Delta_{\text{hf}}}{2}\sqrt{1+m_F\beta+\beta^2} \\ E_{F=1} &= -\frac{h\Delta_{\text{hf}}}{2}\sqrt{1+m_F\beta+\beta^2} \end{aligned} \quad (2.19)$$

avec  $\beta \simeq 2\mu_B|B|/h\Delta_{\text{hf}}$ . À faible champ magnétique  $|B| \ll h\Delta_{\text{hf}}/\mu_B$  (régime où  $\beta \ll 1$ ), on retrouve l'effet Zeeman linéaire avec

$$U_{\text{mag}}(\mathbf{r}) = m_F g_F \mu_B |B(\mathbf{r})| \quad (2.20)$$

4. L'interaction avec le spin du noyau donne une correction très faible car  $g_I \propto 1/m_p$  avec  $m_p$  la masse du proton, et  $g_{L,S} \propto 1/m_e$  avec  $m_e$  la masse de l'électron. Ainsi,  $g_I \ll g_{L,S}$  et donc on peut négliger l'effet du spin nucléaire lors de l'application d'un champ magnétique extérieur, voir table 2.1.

et  $g_{F=2} = 1/2$  et  $g_{F=1} = -1/2$ . L'utilisation d'un champ magnétique non homogène génère donc un potentiel dépendant de la position, tel que dans l'expérience de Stern & Gerlach. L'utilisation de tels champs inhomogènes est très répandue dans le domaine des atomes ultra-froids, en particulier pour la génération de pièges magnétiques, l'accélération de particules, mais aussi pour réaliser une lévitation magnétique comme c'est le cas sur notre expérience.

### 2.2.3 Forces lumineuses

On se concentre à présent sur l'interaction entre un atome et un champ laser incident. Ce champ laser comporte un grand nombre de photons émis par seconde (typiquement  $10^{12}$  photons par seconde pour une puissance de 1μW), on peut donc décrire ce champ laser par une onde classique

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left( \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t - i\phi(\mathbf{r})} \right) \quad (2.21)$$

dont l'effet sur un atome est donné par le hamiltonien  $H_{\text{AL}} = -\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ . Dans la cadre de la théorie de la réponse linéaire, on introduit la polarisabilité atomique  $\alpha(\omega)$  et on montre alors que la force moyenne exercée sur un atome est la somme de deux termes :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \text{Re}(\alpha(\omega)) E(\mathbf{r}) \nabla E(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \text{Im}(\alpha(\omega)) E^2(\mathbf{r}) \nabla \phi(\mathbf{r}) \quad (2.22)$$

#### Potentiel dipolaire

Le premier terme est proportionnel à la partie réelle de la polarisabilité atomique. Ce terme décrit donc comment un moment dipolaire électrique induit interagit avec le gradient d'intensité lumineuse. On peut considérer cette force comme étant conservative et dérivant d'un potentiel qui est proportionnel à l'intensité lumineuse : on parle de *potentiel dipolaire*. Dans le cas d'un faisceau très désaccordé, ce potentiel s'écrit :

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 I(\mathbf{r})}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma}{\omega - \omega_0} - \frac{\Gamma}{\omega + \omega_0} \right) \quad (2.23)$$

avec  $I(\mathbf{r})$  l'intensité lumineuse à la position  $\mathbf{r}$ . Cette expression est valable très loin de résonance : cela signifie que le laser ne voit pas le détail de la raie  $D$  du  $^{87}\text{Rb}$ , c'est à dire que le désaccord  $\omega - \omega_0$  doit être très grand devant la structure fine séparant les transitions  $D_1$  et  $D_2$ . De plus, on a  $\omega - \omega_0 \gg \Gamma$ , avec  $\Gamma$  la largeur de la transition.

Un tel potentiel présente de nombreux avantages pour les expériences d'atomes ultra-froids. Suivant le signe de la quantité  $1/\bar{\Delta} = 1/(\omega - \omega_0) - 1/(\omega + \omega_0)$ , ce potentiel peut être soit attractif ( $\bar{\Delta} < 0$ , on parlera alors de potentiel désaccordé vers le *rouge*), soit répulsif ( $\bar{\Delta} > 0$ , potentiel désaccordé vers le *bleu*). Les atomes seront alors attirés par les maxima d'intensité lumineuse (pour un faisceau désaccordé vers le rouge) ou bien vers les zones d'ombre (pour les faisceaux désaccordés vers le bleu). Un faisceau gaussien focalisé désaccordé vers le rouge permet ainsi de piéger les atomes en son foyer : la forme gaussienne du faisceau attire les atomes vers le centre du faisceau. De plus dans cette limite, le potentiel est indépendant de l'état interne. Contrairement à un piège magnétique, un piège dipolaire n'est pas sélectif en état de spin et donc offre de nombreuses possibilités grâce à la disponibilité de degrés de liberté internes.

Cependant, l'utilisation de tels désaccords (plusieurs centaines de nano-mètres) contraint l'utilisation de grosses puissances optiques afin d'obtenir des potentiels suffisamment importants. Ainsi, il est courant que les expériences d'atomes ultrafroids utilisent des lasers de puissances de plusieurs Watts<sup>5</sup> focalisés sur de petites tailles, typiquement quelques

5. À titre de comparaison, il ne suffit que de quelques milli-Watts pour endommager l'œil humain.

10-100µm. Il se pose alors la question de la dissipation, liée à l'émission spontanée. Le taux d'émission spontanée peut être estimé par :

$$\Gamma_{\text{sp}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 I(\mathbf{r})}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left( \frac{\Gamma}{\omega - \omega_0} - \frac{\Gamma}{\omega + \omega_0} \right)^2 \quad (2.24)$$

et dans le cas dans d'un faisceau très désaccordé on peut souvent négliger ce taux et la dissipation qui lui est associée.

L'utilisation de désaccords plus modérés, typiquement de quelques nano-mètres, permet de fortement diminuer la puissance optique utilisée. En revanche, un tel rapprochement de la transition atomique implique qu'on ne peut plus négliger l'effet de la structure fine de la raie  $D$ . On peut alors considérer l'atome comme un système à non plus deux mais trois niveaux en négligeant la structure hyperfine de l'atome pour des désaccords gardés suffisamment grands  $\omega - \omega_0 \gg \Delta_{\text{hf}}$  et  $\omega - \omega_{D_1} \gg \Delta_{\text{hf}}$  (les séparations hyperfines des états excités sont plus petites que la séparation hyperfine des états fondamentaux).

Pour de tels désaccords et pour un faisceau polarisé linéairement, le potentiel dipolaire est alors donné par

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 I(\mathbf{r})}{2\omega_0^3} \left( \frac{\Gamma_{D_1}}{\omega - \omega_{D_1}} - \frac{\Gamma_{D_1}}{\omega + \omega_{D_1}} + \frac{2\Gamma}{\omega - \omega_0} - \frac{2\Gamma}{\omega + \omega_0} \right) \quad (2.25)$$

Une conséquence de la structure fine est l'existence d'une zone entre les deux transitions où le potentiel est tantôt répulsif, tantôt attractif suivant que la fréquence du laser se rapproche de la fréquence de transition  $D_1$  (répulsif) ou de la transition  $D_2$  (attractif). Il existe donc une région dans laquelle il est possible de passer d'un potentiel désaccordé vers le bleu à un potentiel décalé vers le rouge sans croiser une transition atomique, comme illustré figure 2.4. De plus, entre ces domaines de potentiel attractif et répulsif, il existe une longueur d'onde dite *magique* pour laquelle le potentiel s'annule (les contributions des transitions  $D_1$  et  $D_2$  se compensent). Cette longueur d'onde est d'environ 790nm et peut être un véritable outil des expériences d'atomes ultrafroids, pour la réalisation d'un potentiel dépendant de l'état interne par exemple.

Naturellement, le rapprochement des transitions atomiques entraîne une augmentation du taux d'émission spontanée. Pour les désaccords considérés, il s'exprime

$$\Gamma_{\text{sp}} = \frac{\pi c^2 I(\mathbf{r})}{2\hbar\omega_0^3} \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{D_1}} \right)^3 \left( \frac{\Gamma_{D_1}}{\omega - \omega_{D_1}} - \frac{\Gamma_{D_1}}{\omega + \omega_{D_1}} \right)^2 + 2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left( \frac{\Gamma}{\omega - \omega_0} - \frac{\Gamma}{\omega + \omega_0} \right)^2 \right] \quad (2.26)$$

et l'ordre de grandeur du temps de vie associé est de l'ordre de quelques secondes.

Notons enfin qu'il est possible de se rapprocher encore plus de résonance et de devenir sensible à la structure hyperfine de la transition  $D_2$  (dans ces conditions on peut négliger la contribution de la raie  $D_1$ ). En revanche, le taux d'émission spontanée croît fortement et devient très contraignant.

### Force de pression de radiation

Le second terme s'appelle *force de pression de radiation*. Il provient de la partie imaginaire de la polarisabilité atomique, qui caractérise l'absorption de photons par l'atome. Il s'agit donc d'une force inélastique qui résulte d'un grand nombre de cycles d'absorption de photons du faisceau laser et d'émission spontanée dans des directions aléatoires de l'espace<sup>6</sup>. L'impulsion totale cédée par émission spontanée s'annule donc, et en moyenne le

6. Pour réaliser de tels cycles, il est nécessaire d'avoir une transition cyclante, c'est à dire de disposer d'un état excité dont la désexcitation renvoie forcément sur l'état d'origine.

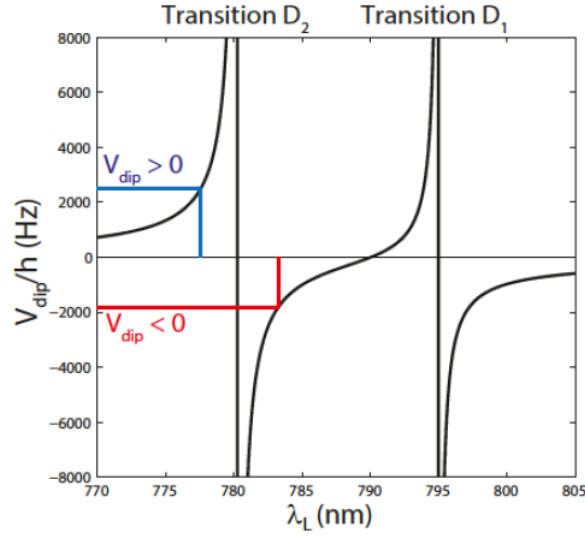


FIGURE 2.4 – **Potentiel dipolaire en fonction de la longueur d'onde du laser.** La présence des deux transitions est remarquable par les deux divergences. Elles sont séparées par une zone de potentiel tantôt attractif, plus répulsif. Entre ces deux régimes se trouve une longueur d'onde *magique* à environ 790nm pour laquelle le potentiel s'annule, quelque soit la puissance du laser.

transfert d'impulsion ne provient que de l'absorption de photons du faisceau laser comme illustré par le terme de droite de l'équation 2.22. En effet, le gradient de la phase du laser vaut  $\nabla\phi(\mathbf{r}) = \mathbf{k}$ . Cette force est donnée par

$$\mathbf{F}_{\text{PR}} = \hbar \mathbf{k} \Gamma_{\text{sp}} \quad (2.27)$$

avec  $\Gamma_{\text{sp}}$  le taux d'émission spontanée en présence du champ laser, et  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde associé à l'onde laser. L'interprétation est directe : en moyenne, l'atome acquiert une impulsion  $\hbar \mathbf{k}$  à un taux  $\Gamma_{\text{sp}}$ . Ce taux vaut :

$$\Gamma_{\text{sp}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad \text{avec} \quad s = \frac{I/I_{\text{sat}}}{1+4\delta^2/\Gamma^2} \quad (2.28)$$

où l'intensité de saturation  $I_{\text{sat}} = \frac{\pi \hbar c \Gamma}{3 \lambda_0^3} = 1.67 \text{ mW.cm}^{-2}$  est une constante de l'atome de  $^{87}\text{Rb}$ . La grandeur  $s$  s'appelle le paramètre de saturation. Celui-ci dépend de l'intensité lumineuse incidente (et donc du nombre de photons incidents) ainsi que du désaccord du laser par rapport à la résonance atomique  $\delta = \omega - \omega_0$ . Le paramètre de saturation est maximal en  $\delta = 0$ , c'est à dire lorsque le laser est à résonance. Dans le cas d'un laser très saturant  $s \gg 1$ , la force de pression de radiation s'écrit

$$\mathbf{F}_{\text{PR}} = \frac{\hbar \mathbf{k} \Gamma}{2} \quad (2.29)$$

où le facteur 2 indique que à forte saturation, un atome autant de chance d'être dans l'état excité que dans l'état fondamental. Enfin, mentionnons que pour un atome se déplaçant à une vitesse  $\mathbf{v}$  dans le référentiel du laboratoire, le désaccord devient  $\delta = \omega - \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$  par effet Doppler. Nous reviendrons sur ce point lorsque nous décrirons les mécanismes du refroidissement laser.

### 2.2.4 Couplage radio-fréquence

Les outils de manipulation des atomes présentés précédemment offrent la possibilité de créer des potentiels conservatifs (comme le potentiel dipolaire ou le potentiel magnétique) ou encore des forces dissipatives à l'aide la force de pression de radiation. De manière générale, certains de ces outils dépendent de l'état interne de l'atome<sup>7</sup>, une dernière possibilité de manipulation des atomes consiste donc à contrôler leur état électronique. Un bon contrôle de ce degré de liberté permet donc d'augmenter l'efficacité des processus qui en dépendent (le chargement d'un piège magnétique par exemple), ainsi que de proposer des solutions technologiques originales.

Comme présenté section 2.2.1, la séparation entre les états fondamentaux  $|F=1\rangle$  et  $|F=2\rangle$  correspond à une fréquence  $\Delta_{\text{hf}}$  de l'ordre du GHz, donc à une fréquence qui se trouve accessible électroniquement. Un couplage radio-fréquence entre ces états apparaît alors comme un formidable outil de contrôle de l'état interne des atomes, décrit par un système à deux niveaux dont le hamiltonien<sup>8</sup> est donné dans la base  $\{|F=1\rangle, |F=2\rangle\}$  par

$$\hat{H}(t) = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -\Delta_{\text{hf}} & \Omega e^{i\omega t} \\ \Omega e^{-i\omega t} & \Delta_{\text{hf}} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

avec  $\omega$  la fréquence de l'onde radio-fréquence, et  $\Omega$  la pulsation de Rabi qui caractérise l'amplitude rayonnée sur les atomes. En se plaçant dans le référentiel tournant, le hamiltonien du système devient

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \delta & \Omega \\ \Omega & -\delta \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

avec  $\delta = \omega - \Delta_{\text{hf}}$ . En supposant que le système est dans l'état  $|F=1\rangle$  à  $t=0$ , la probabilité d'avoir l'atome dans l'état  $|F=2\rangle$  est donnée par la formule de Rabi [Basdevant et al., 2002]

$$\mathcal{P}_{|F=2\rangle}(t) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \delta^2} \sin^2 \left( \sqrt{\Omega^2 + \delta^2} \frac{t}{2} \right) \quad (2.32)$$

Cette formule met en évidence un caractère résonant des transitions radio-fréquences :

- Dans le cas d'un grand désaccord  $\delta \gg \Omega$ , la probabilité de transition est très faible à n'importe quel instant.
- À résonance  $\delta = 0$ , la probabilité de transition peut atteindre 1, même pour un couplage très faible ( $\Omega$  petit).

Ces caractéristiques sont illustrées figure 2.5. En effet, l'enveloppe lorentzienne représentée figure 2.5b montre les populations maximales transférées, faibles lorsque  $|\delta| > \Omega$ . On retrouve la condition de résonance à  $\delta = 0$ , où l'efficacité de transfert est maximale.

## 2.3. Description d'un cycle expérimental

Dans la partie précédente, nous nous sommes familiarisés avec quelques outils couramment utilisés sur les expériences d'atomes ultrafroids pour piéger et manipuler les atomes. Dans cette nouvelle partie, nous nous pencherons sur l'implémentation de ces outils sur notre expérience afin d'obtenir un condensat de Bose-Einstein de  $^{87}\text{Rb}$ . La présentation qui en sera donnée ici se verra succincte, nous nous contenterons d'illustrer brièvement les

7. Le potentiel magnétique dépend bien évidemment de l'état interne, tandis que ce n'est pas le cas du potentiel dipolaire dans la limite des grands désaccords.

8. Le terme de couplage 2.30 est obtenu en appliquant l'approximation de l'onde tournante, c'est à dire que l'on néglige les termes en  $\omega + \Delta_{\text{hf}}$  devant les termes en  $\omega - \Delta_{\text{hf}}$  car on estime qu'ils évoluent rapidement, et donc qu'ils s'apparentent à leur valeur moyenne qui est nulle.



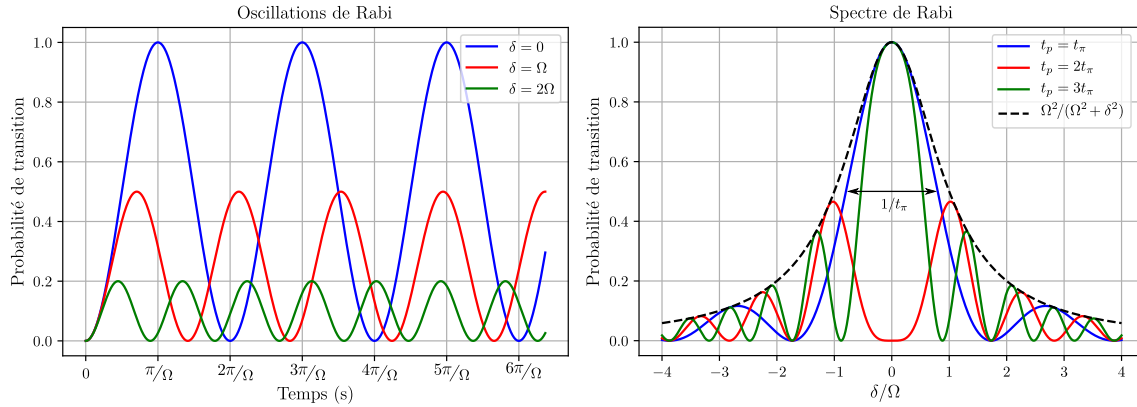


FIGURE 2.5 – **a : Oscillations de Rabi tracées pour différents désaccords.** Les populations oscillent à la fréquence  $\sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$  avec une amplitude qui dépend du désaccord. L'amplitude est maximale et atteint 1 lorsque l'onde radio-fréquence est à résonance, et la population maximale transférée décroît avec l'augmentation du désaccord. **b : Spectres de Rabi pour différentes durées d'application  $t_p$ .** Le transfert de population est le plus efficace à résonance ( $\delta = 0$ ), et l'utilisation d'un désaccord entraîne une diminution de l'efficacité de transfert. Les populations maximales transférées sont décrites par l'enveloppe lorentzienne de l'équation 2.32.

différentes étapes de refroidissement qui mènent à la condensation. De nombreux détails pourront être trouvés dans les thèses des doctorants qui ont contribué à faire de cette expérience ce qu'elle est aujourd'hui : [Fauquembergue, 2004], [Riou, 2006], [Bernard, 2010], [Jendrzejewski, 2012], [Muller, 2015], [Denechaud, 2018]...

### 2.3.1 Présentation générale du dispositif

Comme toutes les expériences d'atomes ultra-froids, la manipulation des atomes se déroule sous ultra-vide afin de s'affranchir des conditions extérieures. En particulier, on évite ainsi les collisions avec des particules extérieures à température ambiante, ce qui chaufferait notre gaz et détruirait la cohérence d'un nuage condensé. Une vue d'ensemble de l'enceinte à vide est donnée figure 2.6 qui montre aussi les pompes utilisées en continu pour maintenir le vide. Notre dispositif est composé d'un four chauffé à  $120^\circ\text{C}$  qui éjecte les atomes de rubidium, il s'agit de notre source d'atomes. Un doigt froid refroidi à  $-30^\circ\text{C}$  sert de diaphragme et permet de filtrer le jet d'atomes tout en adsorbant les atomes qui sont bloqués afin de pas polluer le vide. Un obturateur mécanique permet de couper le jet lorsqu'on ne souhaite pas accumuler des atomes en cours de cycle. Les atomes sont décélérés dans le ralentisseur Zeeman et capturés dans la première cellule où ils subissent les premières étapes de refroidissement. Ils sont ensuite transportés dans la seconde cellule où ils sont refroidis jusqu'à la condensation. C'est dans cette seconde cellule que se déroulent les expériences de science, on l'appelle alors *Chambre de science*.

### 2.3.2 Première chambre

C'est dans la première chambre que se déroulent les premières étapes de refroidissement du gaz de rubidium. Celles-ci sont dans un premier temps basées sur le refroidissement laser, puis dans un second temps sur un piégeage magnétique et l'évaporation forcée à l'aide d'un couteau radio-fréquence.



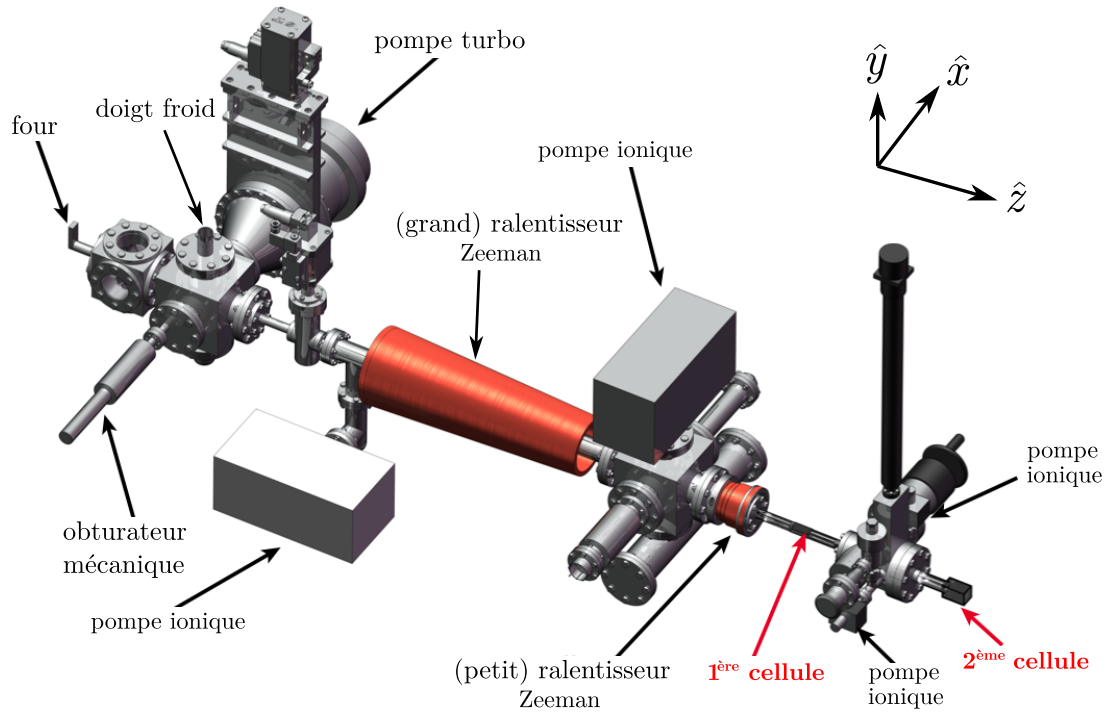


FIGURE 2.6 – **Vue d'ensemble du corps de l'expérience.** Les atomes se trouvent dans un montage sous ultra-vide, composé de deux chambres dans lesquelles les atomes sont manipulés.

### Refroidissement laser

Le principe du refroidissement laser repose sur la force de pression de radiation, présentée section 2.2.3. Une compréhension du phénomène de refroidissement laser peut être donnée à l'aide du désaccord  $\delta = \omega - \omega_0 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$  dans le cas d'un atome se déplaçant à vitesse  $\mathbf{v}$ . Dans le référentiel de l'atome, la condition de résonance  $\delta = 0$  s'écrit  $\omega_0 = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ . L'atome va donc absorber un photon d'énergie  $\hbar\omega$  et en émettre un d'énergie  $\hbar\omega_0$  (d'énergie plus grande que le photon absorbé dans le cas d'un décalage vers le rouge par effet Doppler). Il y a donc eu un transfert d'énergie entre l'énergie cinétique et le désaccord. La répétition de tels cycles permet ainsi de transférer beaucoup d'énergie cinétique de l'atome vers le désaccord entre photons absorbés et photons rayonnés.

La possibilité de répéter ces cycles d'absorption de photons et d'émission spontanée repose sur l'existence d'une transition cyclante entre les états hyperfins  $|F = 2\rangle$  et  $|F' = 3\rangle$ . La désexcitation de  $|F' = 3\rangle$  renvoie forcément l'atome dans l'état  $|F = 2\rangle$  car les règles de sélection imposent  $F' - F = \{0, \pm 1\}$ . En revanche, on peut accidentellement envoyer des atomes dans l'état excité  $|F' = 2\rangle$  car la séparation avec l'état ciblé  $|F' = 3\rangle$  n'est que de 266 MHz. Statistiquement, un atome visite cet état tous les 50 cycles environ, et sa désexcitation peut faire tomber les atomes dans l'état  $|F = 1\rangle$ . Cet état étant un état noir, pour conserver les atomes, on doit alors utiliser un second laser appelé *repompeur* qui permet de recycler les atomes perdus vers la transition cyclante<sup>9</sup>. Il est accordé sur la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ .

9. À titre d'illustration, le temps de vie du piège magnéto-optique a été mesuré à une dizaine de secondes. Sans le faisceau repompeur, les atomes tombent dans l'état noir  $|F = 1\rangle$  en quelques micro-secondes seulement.

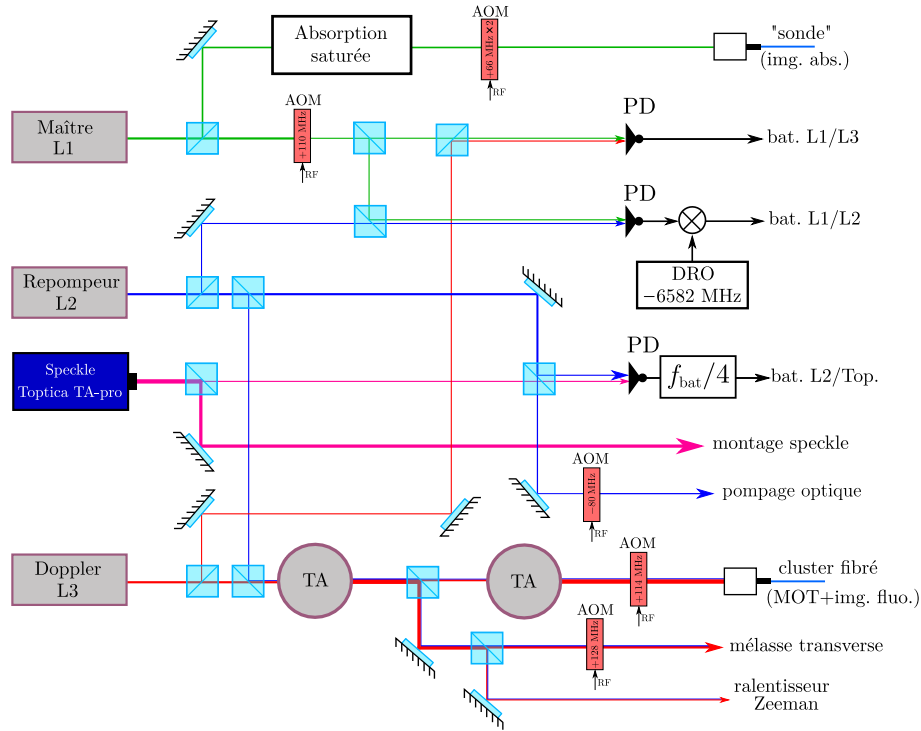


FIGURE 2.7 – **Représentation schématique de notre montage laser.** Le laser maître  $L1$  sert de référence de fréquence en étant asservi par absorption saturée. Le laser de refroidissement Doppler  $L3$  est asservi par battements avec  $L1$ . Le laser repompeur  $L2$  est lui aussi asservi par battements avec  $L2$  grâce à l'utilisation d'électronique rapide. Notons enfin que les faisceaux de  $L2$  et  $L3$  sont mélangés avant amplification (TA). Les faisceaux arrivant sur les atomes comporteront alors les fréquences provenant de ces deux lasers. Un obturateur mécanique (non représenté) permet de couper le faisceau de  $L2$  allant vers les amplificateurs.

Notre dispositif laser se compose alors d'un laser principal de refroidissement accordé sur la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . Il est secondé d'un second laser *repompeur* accordé sur la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ . Enfin un dernier laser sert de référence de fréquence pour les deux précédents en étant asservi par absorption saturée. Une représentation schématique de l'ensemble de ces lasers et de leur amplification peut être trouvée figure 2.7.

### Le ralentisseur Zeeman

La première étape consiste à ralentir suffisamment le jet d'atomes pour pouvoir les capturer dans un premier piège. Un laser désaccordé vers le rouge par rapport à la transition cyclante  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  permet de réaliser une décélération des atomes à l'aide de cycles d'absorption et d'émission spontanée de photons. Cependant, le ralentissement des atomes entraîne un éloignement de la résonance à cause de l'effet Doppler. Pour palier à ce problème, on applique un champ magnétique pour satisfaire localement la condition de résonance par effet Zeeman. Ce champ est appliqué à l'aide d'une bobine comportant un nombre de tours par unité de longueur variable, représentée figure 2.6 entre le four et la première chambre. Ainsi, on est capable de réduire la vitesse des atomes de  $100\text{m.s}^{-1}$  à environ  $20\text{m.s}^{-1}$  sur une distance de seulement 1m.

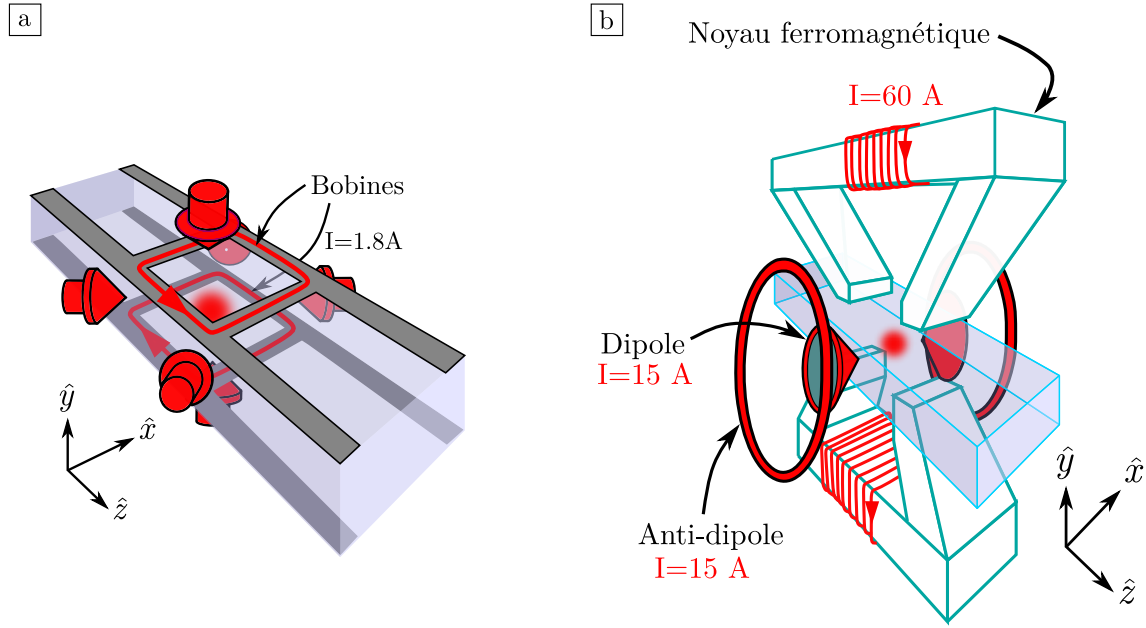


FIGURE 2.8 – **a : Éléments du piège magnéto-optique.** Il est réalisé à l'aide de trois paires de faisceaux contra-propageants et de deux bobines formant un champ quadrupolaire. Ces bobines sont faites à partir de circuits imprimés posés sur la cellule. **b : Géométrie du piège magnétique.** Un champ quadrupolaire intense est créé selon les directions  $\hat{y}$  et  $\hat{z}$  par un électroaimant. Un champ de biais est généré par deux paires de bobines suivant la direction  $\hat{x}$ . Ce champ possède une courbure longitudinale et est responsable du confinement suivant cette direction.

### Le piège magnéto-optique

Une fois les atomes suffisamment ralentis, ils sont capturés dans le piège magnéto-optique (abrégé en *MOT* pour l'anglais *Magneto-Optical Trap*). Celui-ci est composé de trois paires de faisceaux contra-propageants désaccordés vers le rouge d'environ  $\delta = -16\text{MHz}$ , de polarisations opposées  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Chacun de ces faisceaux possède une puissance d'environ 12mW. De plus, deux bobines en configuration anti-Helmholtz permettent de générer un champ quadrupolaire, donc un gradient magnétique dans les trois directions de l'espace, afin de créer une force de rappel. On charge environ  $2 \times 10^9$  atomes en moins d'une seconde grâce à la mélasse transverse qui permet de collimater le jet d'atomes et donc d'améliorer le flux. Une fois le chargement saturé, on coupe le champ magnétique pendant quelques millisecondes afin de réduire fortement la température : c'est l'étape de mélasse optique qui permet de descendre la température à environ 50 $\mu\text{K}$ .

### Piège magnétique et évaporation radio-fréquence

Après l'étape de mélasse, on souhaite manipuler les atomes dans un piège magnétique. Afin d'augmenter le nombre d'atomes piégeables magnétiquement, il est nécessaire de manipuler l'état interne des atomes. On procède ainsi à une étape de dépompage en éteignant le faisceau de repompage et en accordant le faisceau de refroidissement sur la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  : en moins d'une milliseconde, les atomes se trouvent dans

l'état  $|F = 1\rangle$ , dont seul le sous-état zeeman  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  peut être piégé<sup>10 11</sup>. Afin de maximiser la population de ce sous-état, on allume un faisceau de pompage optique accordé sur la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$  et polarisé  $\sigma^-$  pendant 40  $\mu\text{s}$ . En parallèle, on allume le champ du dipôle afin de définir un axe de quantification.

Le piège magnétique que l'on utilise est un piège de type *Ioffe-Pritchard*. Il est composé essentiellement de deux éléments :

- Un champ de biais orienté dans la direction  $\vec{x}$ , généré par une paire de bobines (*dipôle*) de configuration légèrement plus éloignée que celle de Helmholtz : on a ainsi une courbure positive dans la direction longitudinale au centre des bobines. Une seconde paire de bobines (*anti-dipôle*) permet d'abaisser le champ constant au centre du piège, et donc de le comprimer [Fauquembergue, 2004].
- Un champ quadrupolaire dans le plan  $(\vec{y}, \vec{z})$  généré par un électroaimant ferromagnétique épais (*quadrupôle*) comportant deux entrefers et deux bobines excitatrices dans deux sens opposés. L'épaisseur importante du matériau magnétique minimise l'effet de l'électroaimant dans la direction  $\vec{x}$ .

Le confinement dans la direction  $\vec{x}$  est donc réalisée par le champ de *dipôle*, tandis que le confinement dans les directions  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  est fait par le *quadrupôle*. La présence du champ de dipôle permet aussi de s'affranchir des pertes par transition Majorana, le champ ne s'annulant à aucun endroit de l'espace. On obtient ainsi un nuage piégé magnétiquement comportant environ  $1 \times 10^9$  atomes tous dans le même sous-état zeeman à une température de  $\sim 300 \mu\text{K}$ .

Une fois le nuage thermalisé, on procède à une étape de refroidissement évaporatif grâce à la méthode de *couteau radio-fréquence*. Le principe du refroidissement évaporatif sera détaillé section 3.4, mais on peut le résumer de la manière suivante :

- On tronque le piège de telle sorte que quelques atomes très énergétiques (la queue de la distribution de vitesses de Maxwell-Boltzmann) puisse s'échapper du piège.
- Les collisions entre les particules étant restées dans le piège permettent au système de retourner à l'équilibre thermique à une température plus basse.

La troncature du piège se fait à l'aide d'une onde radio-fréquence rayonnée par les bobines MOT. Celle-ci induit une transition de l'état piégé  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  à l'état non piégé  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  lorsque la condition de résonance  $\hbar\omega_{\text{RF}} = m_F g_F \mu_B B(\mathbf{r})$  est vérifiée. En abaissant progressivement la fréquence rayonnée pendant une dizaine de secondes, on obtient finalement un nuage de  $70 \times 10^6$  atomes à une température de 10  $\mu\text{K}$ .

### 2.3.3 Chambre de science

Présentation du transport, du piège croisé, de la lévitation, spin-flips. Delta-kick

Après ces premières étapes de refroidissement, les atomes sont transportés dans une seconde cellule où l'on procède à une évaporation tout-optique pour franchir le seuil de condensation. La raison d'être de cette seconde cellule est de profiter d'un maximum d'accès optiques tout en s'affranchissant de l'environnement magnétique de la première chambre, en particulier celui du ferromagnétique. Nous nous contenterons ici de présenter les grandes lignes des éléments de cette seconde chambre, de nombreux détails pourront être trouvés dans la thèse d'Alain Bernard [Bernard, 2010], dans la thèse de Fred Jendrzejewski [Jendrzejewski, 2012] et de Kilian Muller [Muller, 2015]. De plus, certains de ces éléments

10. Il est le seul des trois sous-états zeeman de  $|F = 1\rangle$  à avoir le produit  $g_F m_F > 0$ , c'est à dire qu'il s'agit d'un état *Low Field Seeker*, qui est attiré par les zones de faible champ magnétique. En effet, c'est à l'aide d'un minimum de champ magnétique que l'on réalise ce piège, le théorème de Wing interdisant les maxima de champ magnétique.

11. Des huit sous-états zeeman fondamentaux, il s'agit de celui ayant la plus grande probabilité d'occupation tout en étant piégeable, justifiant son choix.

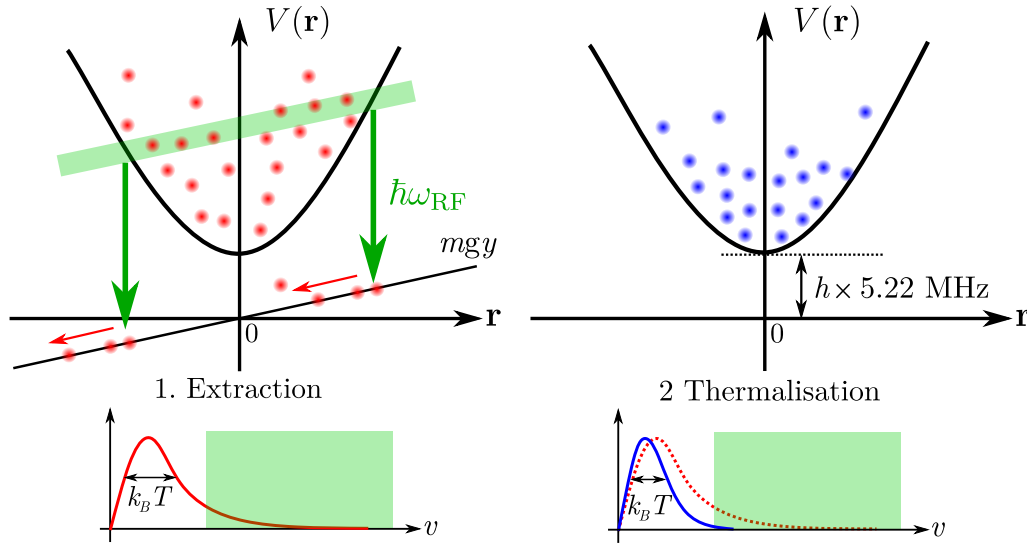


FIGURE 2.9 – **Principe de l'évaporation radio-fréquence.** L'application d'une radio-fréquence permet de tronquer le piège magnétique, et d'éliminer les atomes les plus énergétiques. L'énergie moyenne par particule étant plus basse, la température s'en retrouve abaissée après thermalisation.

ont été modifiés au cours de ma thèse et une étude plus approfondie en sera présentée dans le chapitre 3.

#### Transport dans une pince optique et piège dipolaire croisé

Après évaporation radio-fréquence, on transfère le nuage dans une pince optique. Il s'agit d'un piège dipolaire créé par focalisation sur les atomes d'un faisceau laser de longueur d'onde  $\lambda = 1070\text{nm}$  et de puissance estimée d'environ  $1.5\text{W}$ . Dans le plan focal, ce faisceau a une taille  $w_0 = 28\mu\text{m}$  et la distance de Rayleigh vaut donc  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda = 2.3\text{mm}$ . On obtient ainsi  $10 \times 10^6$  atomes à une température de  $10\mu\text{K}$  aux alentours du foyer de la pince<sup>12</sup>.

Le transport dans la seconde chambre se fait à l'aide d'une platine de translation montée sur coussin d'air *Aerotech ABL80040*. Les optiques de focalisation de la pince se trouvant sur cette platine, on déplace ainsi les atomes de  $40\text{cm}$  en moins de  $2\text{s}$ , comme illustré figure 2.10. On estime l'efficacité de transfert à  $75\%$ , mesurée en effectuant un aller-retour pour retourner dans la première chambre.

Une fois les atomes arrivés dans la seconde chambre, un second faisceau de piégeage dipolaire de longueur d'onde  $1070\text{nm}$  et de puissance  $7\text{W}$  est allumé afin de comprimer le nuage suivant la direction  $\vec{z}$  qui correspond à la direction longitudinale de la pince. Ce faisceau *Dimple* est de forme elliptique, de tailles  $180\mu\text{m} \times 90\mu\text{m}$  dans les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  respectivement. Étant donnée sa grande longueur de Rayleigh (de l'ordre du centimètre), on suppose que le piégeage vertical induit est négligeable devant toutes les autres sources de piégeage. Ainsi, dans le piège dipolaire croisé, le confinement suivant les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ , est fait par la pince, tandis que le confinement suivant la direction  $\vec{z}$  est fait par le faisceau vertical, comme illustré figure 2.10. À ce stade, on estime disposer de  $3 \times 10^6$  atomes à une température de  $10\mu\text{K}$ .

12. Ce faible taux de transfert entre le piège magnétique et la pince provient du mauvais recouvrement spatial entre ces deux pièges. La pince est très allongée suivant la direction  $\vec{z}$ , tandis que le piège magnétique est étendu suivant la direction  $\vec{x}$ . Cette géométrie est un héritage des débuts de cette expérience, originellement utilisée pour étudier le laser à atomes.

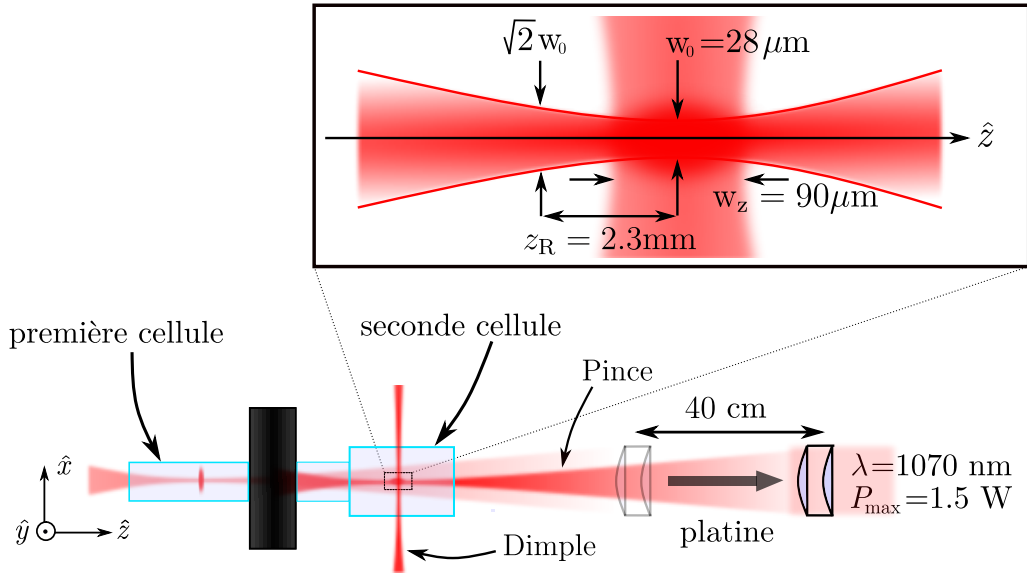


FIGURE 2.10 – **Illustration du transport et du piège optique.** Les atomes sont capturés autour du foyer de la pince dans la première chambre, et le point de focalisation est déplacé de 40cm à l'aide d'une platine de translation. Une fois le transport terminé, on allume un second faisceau de piégeage vertical (*dimple*).

Enfin, une dernière étape d'évaporation est requise pour franchir le seuil de condensation. Succinctement, celle-ci consiste à diminuer la puissance des lasers afin de diminuer la profondeur des potentiels de piégeage de telle sorte que les atomes les plus énergétiques puissent s'échapper. Cette étape sera étudiée plus en détails dans la partie 3.4.

### Lévitiation magnétique

Une contrainte liée à l'étude la localisation d'Anderson réside dans les grands temps de propagation dans le désordre requis. Dans l'expérience visant à observer la localisation d'Anderson à trois dimensions, plusieurs secondes d'évolution dans le désordre ont été nécessaires [Jendrzejewski et al., 2012], ce qui n'est pas possible en présence de la gravité. En conséquence notre expérience dispose d'une lévitation magnétique permettant de s'affranchir de la gravité et donc de multiplier nos possibilités expérimentales. Celle-ci a été mise en place durant la thèse d'Alain Bernard et de nombreux détails concernant ce système et ses performances se trouvent dans son manuscrit. Cependant, la lévitation magnétique a fait l'objet d'une attention particulière durant ma thèse, aussi une étude approfondie en sera donnée dans la partie 3.2.1. Donnons en tout de même quelques caractéristiques.

Le principe de la lévitation magnétique est de compenser la force de pesanteur à l'aide d'un gradient magnétique. Pour l'état  $|F=1, m_F=-1\rangle$  qui est *Low Field Seeker*, il s'agit d'un gradient de  $30\text{G.cm}^{-1}$ . Cependant, le théorème de Wing impose une valeur minimale aux fréquences de piégeage dûes à la conservation du flux magnétique :

$$\sum_{i=x,y,z} \omega_i^2 \geq \left| \frac{mg^2}{2m_F g_F \mu_B B_0} \right| \quad (2.33)$$

avec  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $B_0$  la norme du champ magnétique à la position des atomes. Une stratégie de réduction de ces fréquences de piégeage (les  $\omega_i$  sont positifs pour l'état  $|F=1, m_F=-1\rangle$ ) consiste à augmenter fortement le champ  $B_0$ , on utilise alors des bobines pour créer un tel champ, qui peut monter jusqu'à 2000G, entraînant des fréquences

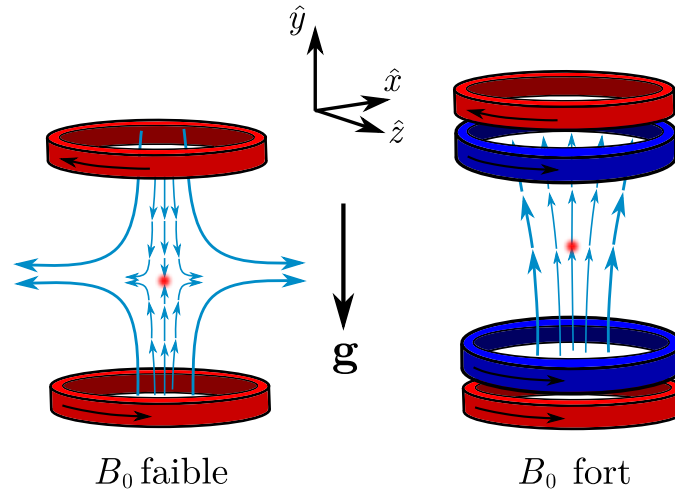


FIGURE 2.11 – **Design simplifié de la lévitation magnétique.** Un gradient magnétique est appliqué aux atomes grâce à une paire de bobines parcourues par des courants opposés. La conservation du flux magnétique entraîne des gradients dans les autres directions de l'espace. L'application d'un fort champ de biais créé par d'autres bobines permet de minimiser l'impact de ces gradients et de diminuer les fréquences de piégeage (ou d'anti-piégeage) associées.

de piégeage de l'ordre de  $\omega_i/2\pi \sim 0.1\text{Hz}$ . Une version simpliste du design de notre lévitation est donnée figure 2.11.

Une autre stratégie couramment utilisée par l'équipe est de se placer dans l'état  $|F=2, m_F=-2\rangle$  qui est *High Field Seeker*, il sera donc expulsé de la lévitation par les courbures résiduelles. Il s'agit pour nous d'un avantage puisque cela favorise le processus d'évaporation, de plus on ne pourra pas attribuer à la lévitation un éventuel arrêt de l'expansion du nuage dans l'étude de la localisation d'Anderson. Pour atteindre cet état, on applique une transition radio-fréquence dans le piège optique croisé avant évaporation.

Pour finir, citons un dernier avantage offert par la lévitation magnétique : la compensation de la gravité n'entraîne pas d'effet *SAG*, c'est à dire que la gravité ne vient pas "pencher" le potentiel de notre piège optique. Nous avons donc la possibilité de pousser l'évaporation optique jusque dans un domaine où la gravité aurait normalement dû tirer les atomes en dehors du piège, nous pouvons ainsi évaporer beaucoup plus loin et atteindre des températures extrêmement basses.

### Refroidir encore plus

L'assimilation d'un condensat de Bose-Einstein à une onde de matière monochromatique  $|k=0\rangle$  nécessite de pouvoir négliger la largeur de distribution de vitesses  $\Delta k$ , et implique donc d'obtenir des nuages extrêmement froids. Bien que la lévitation magnétique nous permette d'obtenir des températures particulièrement basses, le refroidissement peut être poussé encore plus loin.

Une première technique consiste en une décompression du nuage à l'aide de l'ouverture adiabatique du piège. Cette décompression se traduit par une diminution des fréquences de piégeage, que l'on obtient en changeant la taille des faisceaux de piégeage. En pratique, il nous suffit de reculer le plan de focalisation de la pince de 4.5mm en une seconde à l'aide de la platine de translation comme illustré figure 2.13a. La température obtenue est alors



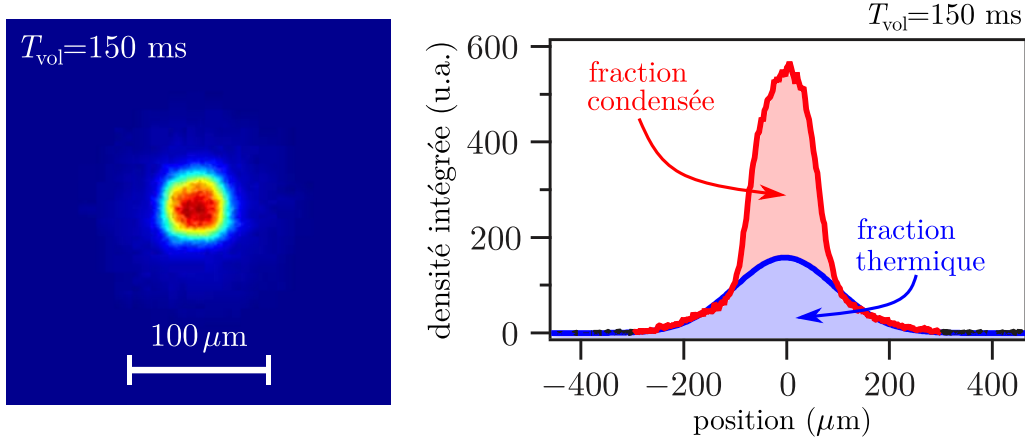


FIGURE 2.12 – **Image expérimentale d'un condensat de Bose-Einstein.** Cette image correspond à celle d'un condensat après expansion pendant un temps de vol de 150ms. L'image de droite correspond au profil de la densité intégrée suivant une direction, et montre la double structure témoignant d'une partie condensée. La partie condensée a un profil parabolique (en rouge), tandis que la partie thermique est de forme gaussienne (en bleu).

donnée par le théorème d'équipartition de l'énergie :

$$T' = \frac{\omega_r'}{\omega_r} T < T \quad (2.34)$$

avec  $\omega_r$  la fréquence de piégeage de la pince dans la direction radiale. L'abaissement de la température est donc obtenu par diminution de la densité du nuage, c'est à dire par dilution. Cette étape se déroule en même temps que l'évaporation optique.

À la fin du cycle d'évaporation et d'ouverture adiabatique, il reste environ  $2 \times 10^5$  atomes dont environ 50% forment un condensat de Bose-Einstein. Le potentiel chimique de la partie condensée est estimée à  $\mu/h = 40\text{Hz}$ , et la température de la fraction thermique est d'environ 5nK.

Après l'extinction du piège, l'énergie d'interaction du nuage est convertie en énergie cinétique, le nuage s'étend alors librement grâce à la lévitation. L'évolution de la taille du nuage donne alors accès à la distribution de vitesse, en particulier à sa dispersion  $\Delta k \simeq 0.5 \mu\text{m}^{-1}$ . Une dernière technique reposant aussi sur le principe de la dilution permet de réduire davantage cette dispersion. Cette technique dite de *refroidissement par delta-kick* consiste à transférer l'énergie d'interaction en énergie cinétique en éteignant le piège, puis à figer le mouvement des atomes en appliquant un potentiel harmonique pendant un bref instant. L'énergie cinétique est alors transformée en énergie potentielle, disparaissant à l'extinction du piège. Une illustration de ce procédé est donnée figure 2.13b.

Une approche classique permet de justifier cela. En supposant que l'expansion des atomes est balistique, la position des atomes après un temps d'expansion  $t_{\text{exp}}$  suffisamment grand est donnée par leur vitesse initiale :

$$\mathbf{r}(t_{\text{exp}}) = \mathbf{v}t_{\text{exp}} \quad (2.35)$$

Et appliquons un kick de potentiel harmonique pendant un temps  $\Delta t$ . La vitesse des atomes à la fin de ce kick est donnée par

$$\dot{\mathbf{r}}(\Delta t) = -\mathbf{r}\omega \sin(\omega\Delta t) + \mathbf{v} \cos(\omega\Delta t) \quad (2.36)$$



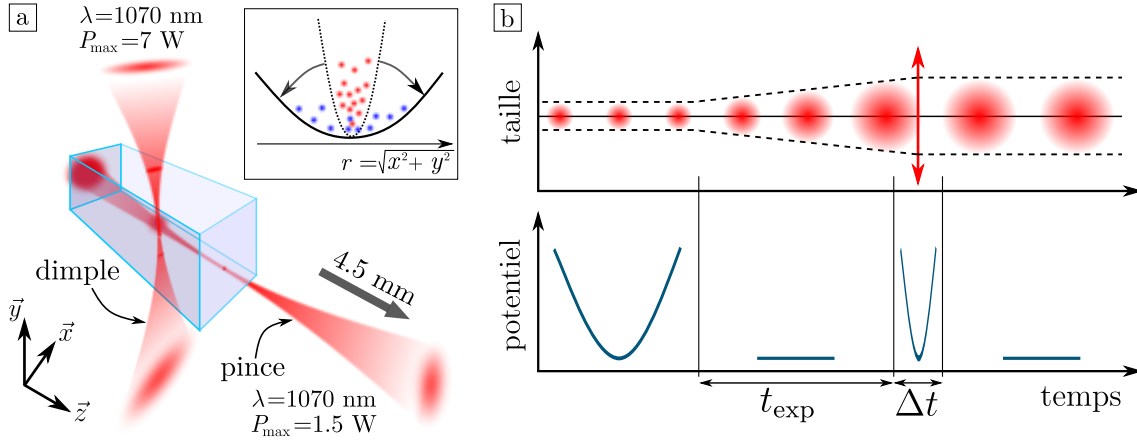


FIGURE 2.13 – **a : Principe de l'ouverture adiabatique.** Le déplacement du point de focalisation de la pince permet d'augmenter la taille du faisceau au niveau des atomes. La fréquence de piégeage en est alors diminuée, et on abaisse alors la température par dilution. **b : Illustration du refroidissement par *delta-kick*.** L'extinction du piège entraîne l'étalement du nuage, et le transfert de l'énergie d'interaction en énergie cinétique. On peut ensuite *focaliser* les atomes à l'aide d'un *kick* de potentiel, en transformant l'énergie cinétique en énergie potentielle, supprimée à l'extinction du piège.

avec  $\omega$  la fréquence du piège. On peut trouver  $\Delta t$  tel que  $\dot{\mathbf{r}}_i = 0$  :

$$\Delta t = \frac{1}{\omega} \arctan \left( \frac{1}{t_{\text{exp}} \omega} \right) \quad (2.37)$$

On remarque que  $\Delta t$  ne dépend pas de la vitesse initiale des atomes : on peut donc geler l'ensemble du nuage en appliquant un potentiel harmonique pendant la bonne durée de kick<sup>13</sup>. La mise en œuvre expérimentale de cette technique est détaillée dans le manuscrit de thèse de Kilian Muller [Muller, 2015] et témoigne de résultats impressionnants : la dispersion en vitesse s'est abaissée à  $\Delta k \simeq 0.15 \mu\text{m}^{-1}$ . La température effective associée est alors de  $T \sim 150 \text{ pK}$ , et en tenant compte de la taille du nuage de l'ordre de  $\Delta r \sim 30 \mu\text{m}$ , on s'approche à un ordre de grandeur de la limite de Heisenberg  $\Delta r \hbar \Delta k \simeq 10 \hbar/2$ .

### 2.3.4 Imagerie

À la fin de la majorité de nos cycles expérimentaux, nous souhaitons obtenir des informations à propos de notre gaz d'atomes. Une grande partie de ces informations peut être extraite d'une image du nuage après extinction du piège, image que l'on obtient à l'aide d'une caméra et l'utilisation de lasers à résonance avec les atomes<sup>14</sup>. L'utilisation d'un retard (appelé *temps de vol* et abrégé en *TOF* pour l'anglais *Time Of Flight*) entre l'extinction du piège et la prise de l'image est extrêmement courant fournit de précieux renseignements.

13. Une approche équivalente consiste à dire que la force de rappel est proportionnelle à la distance parcourue par les atomes, qui est proportionnelle à la vitesse initiale. L'instant où les vitesses s'annulent ne dépend donc pas de la vitesse initiale des atomes.

14. L'utilisation de lasers à résonance conduit inévitablement à la destruction du nuage sur notre expérience. Il est donc nécessaire de répéter l'ensemble du cycle expérimental pour obtenir une seconde image des atomes.

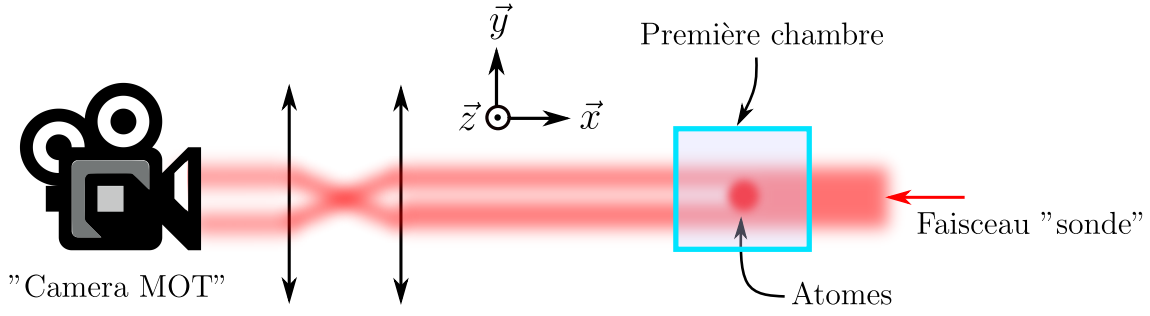


FIGURE 2.14 – **Imagerie par absorption.** Un faisceau collimaté est envoyé sur les atomes, qui absorbent une partie des photons qui traversent le nuage. Le signal détecté à la caméra correspond à "l'ombre" des atomes, et la comparaison avec une image du faisceau incident sans atomes permet de remonter à la densité atomique intégrée selon la direction longitudinale.

### Dispositif d'imagerie

L'expérience est équipée de trois caméras *EMCCD C9102* de chez *Hamamatsu*, chacune comportant une matrice de  $1000 \times 1000$  pixels de taille  $8\mu\text{m} \times 8\mu\text{m}$ . Ces trois caméras sont contrôlées via l'outil d'acquisition d'images de MATLAB, qui permet aussi de récupérer et traiter les images obtenues. L'acquisition des images est déclenchée de manière externe par le séquenceur.

Une première caméra acquiert des images des atomes dans la première chambre selon l'axe horizontal  $\vec{x}$  avec un grandissement de 1, la zone imageable est donc de  $8\text{mm} \times 8\text{mm}$ . Il est possible d'utiliser cette caméra pour de l'imagerie par absorption (représentée figure 2.14) aussi que pour de l'imagerie par fluorescence grâce à un montage  $4f$ . Néanmoins, l'observation selon une direction induit forcément une intégration de la densité suivant cette direction : on ne peut mesurer qu'une densité intégrée.

$$n_{2D}(y, z) = \int dx n(x, y, z) \quad (2.38)$$

avec  $n$  la densité à trois dimensions.

Les deux autres caméras sont positionnées autour de la chambre de science selon l'axe horizontal  $\vec{x}$  et vertical  $\vec{y}$ . Toutes deux voient le nuage au travers d'un système optique de grandissement 3<sup>15</sup>, conduisant à une résolution de  $2.71\mu\text{m}$  pour une zone imageable de  $2.71\text{mm} \times 2.71\text{mm}$ . Seule de l'imagerie par fluorescence est utilisable dans cette chambre, en revanche il est possible d'utiliser ces deux caméras simultanément pour obtenir les densités intégrées suivant deux directions  $n_{2D}(y, z)$  et  $n_{2D}(x, y)$  pour le même nuage.

### Imagerie par absorption

Le principe de l'imagerie par absorption repose sur la loi de Beer-Lambert. En effet, lorsque qu'un faisceau laser traverse un milieu, son absorption dépend directement de la densité du milieu en particules absorbantes (la densité atomique dans notre cas). Pour sonder cette densité atomique, on envoie donc un faisceau laser à résonance directement sur les atomes et la caméra comme illustré figure 2.14. Dans un régime de très basse saturation  $s \ll 1$ , on peut montrer que la section efficace d'absorption de photons  $\sigma$  est indépendante de l'intensité incidente  $I_0(y, z)$ . En pratique, on garde la puissance du faisceau *sonde* en dessous de  $100\mu\text{W}$  pour s'en assurer. Le faisceau *sonde* correspond à une impulsion lumineuse d'une durée de  $50\mu\text{s}$  réalisée par un laser à résonance avec la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  et

15. Ce grandissement a été mesuré en observant la chute libre du nuage en l'absence de la lévitation.

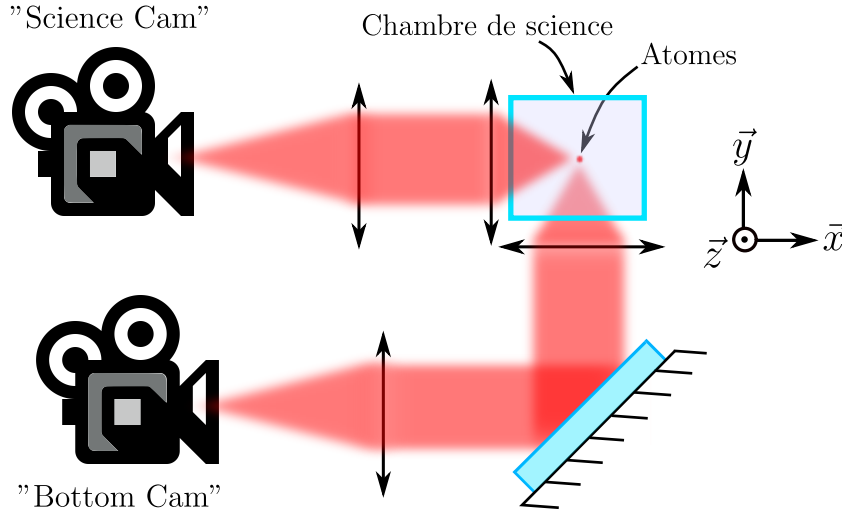


FIGURE 2.15 – **Dispositif d'imagerie par fluorescence pour la chambre de science.** Une caméra capte les photons de fluorescence émis par les atomes selon une direction horizontale (*Science Cam*), tandis qu'une autre capte ceux émis vers le bas avec un transport d'image (*Bottom Cam*). Les faisceaux de fluorescence ne sont pas représentés ici (selon l'axe  $\vec{z}$ ).

permet ainsi de mesurer la densité atomique dans l'état  $|F = 2\rangle$ .

Afin de mesurer aussi les atomes qui sont dans l'état  $|F = 1\rangle$ , on procède à un transfert de population vers l'état  $|F = 2\rangle$  à l'aide d'une impulsion du faisceau repompeur accordé sur la transition  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  pendant une durée de 40ps . Ce transfert est réalisé à la fin du temps de vol, juste avant le déclenchement de la caméra.

L'application de la loi de Beer-Lambert permet de déterminer la densité atomique intégrée suivant l'axe longitudinal :

$$n_{2D}(y, z) = \frac{1}{\sigma} \ln \left( \frac{I_0(y, z)}{I(y, z)} \right) \quad (2.39)$$

L'opération de reconstruction du profil de densité atomique nécessite donc deux images : une image des atomes absorbant une partie du faisceau *sonde*, et une image de ce faisceau sans les atomes pour connaître le profil d'intensité  $I_0(y, z)$ . En pratique, on prend une troisième image afin de soustraire le bruit de fond. De plus, une bonne reconstruction du profil nécessite des contraintes supplémentaires. En effet, nous nous fixons de travailler dans un régime où la sonde ne sature pas la caméra (cela fixe une borne supérieure pour l'intensité du faisceau), et où l'absorption de photons n'est pas totale dans les régions les plus denses.

### Imagerie par fluorescence

Le principe de l'imagerie par fluorescence consiste à éclairer les atomes avec de la lumière à résonance, puis à détecter la lumière que les atomes diffusent comme illustré figure 2.15. Pour cela, on envoie des faisceaux très saturants  $s \gg 1$  sur les atomes afin que le taux d'émission spontanée ne dépende plus de l'intensité incidente. Un avantage de cette technique par rapport à l'imagerie par absorption est sa capacité à détecter de très faibles nombres d'atomes, rendu possible grâce à l'amplification des caméras. Un deuxième avantage réside dans la simplicité de sa mise en œuvre : l'imagerie dans la première chambre est réalisée à l'aide des faisceaux MOT. L'imagerie de la seconde chambre est quant à elle réalisée à l'aide de deux autres faisceaux dédiés. Les faisceaux d'imagerie

sont à résonance avec la transition  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  et permettent donc de sonder les atomes se trouvant dans l'état  $|F = 2\rangle$ . Comme pour l'imagerie par absorption, il est aussi possible d'adresser les atomes qui sont dans l'état  $|F = 1\rangle$ . Pour cela, on superpose aux faisceaux de fluorescence le faisceau repompeur<sup>16</sup>, accordé sur  $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$  pendant toute la durée de l'impulsion lumineuse, qui est typiquement de 50  $\mu$ s.

L'intensité fluorescée captée dans le plan d'imagerie est alors donnée par :

$$I_{\text{fluo}}(y, z) = \frac{\Omega}{4\pi} \frac{s}{1+s} \frac{\Gamma \hbar \omega_0}{2} n_{2D}(y, z) \quad (2.40)$$

avec  $\Omega \simeq \pi \text{ON}^2$  l'angle solide dans lequel les photons de fluorescence sont captés par le système d'imagerie d'ouverture numérique  $\text{ON} \sim 0.4$ .

Théoriquement, une seule image suffit à obtenir le profil de densité atomique. Cependant, on décide de prendre une seconde image avec les faisceaux de fluorescence allumés afin de soustraire un éventuel bruit dû à ces faisceaux. Pour des raisons de simplicité de configuration des caméras, on décide aussi de prendre une troisième image du bruit de fond, non utilisée pour le calcul de densité atomique.

Étant donné le nombre de paramètres non parfaitement connus dans la formule 2.40, il est nécessaire de calibrer cette méthode d'imagerie. La calibration du nombre d'atomes se fait par comparaison avec l'imagerie par absorption. Si la comparaison est directe dans la première chambre, celle de l'imagerie dans la chambre de science est un peu plus délicate. La méthode retenue par l'équipe consiste à calibrer l'efficacité du transfert par la pince optique à l'aide d'allers-retours pour déterminer le nombre d'atomes attendu dans la seconde chambre.

---

16. Les faisceaux de refroidissement laser et de fluorescence comportent déjà une partie de repompeur : le mélange se fait avant les amplificateurs optiques et il est possible de couper la partie repompeur à l'aide d'un obturateur mécanique, voir figure 2.7.

## Chapitre 3

# Mises à jour de l'expérience

parler des modifications apportées à la manip : cicero, ODT + evap, calibration levitation par oscillations + spin-flip, réparation lévitation...

### 3.1. Mise à jour de l'informatique de l'expérience

**3.1.1** Contrôle de l'expérience : passage à la suite Cicero

**3.1.2** Développement d'une nouvelle interface d'acquisition et de traitement d'images

### 3.2. Réparation et recalibration de la lévitation magnétique

**3.2.1** Réparation de la lévitation magnétique

**3.2.2** Calibration par oscillations

**3.2.3** Calibration par radio-fréquences

### 3.3. Changement du laser telecom et calibration du piège optique

**3.3.1** Changement du laser telecom

**3.3.2** Calibration du piège optique

### 3.4. Optimisation de l'évaporation tout-optique



## Chapitre 4

# Propriétés d'un désordre de type speckle

Le chapitre 2 nous a renseigné quant aux propriétés de notre onde de matière ainsi que sa production. En particulier, on a vu qu'il était possible d'appliquer des potentiels externes conservatifs aux atomes par le biais du potentiel dipolaire. Ce potentiel étant proportionnel à l'intensité lumineuse  $I$ , on peut alors appliquer un désordre à nos atomes, pourvu que l'on soit capable de créer un désordre optique. En effet, une originalité de notre expérience est "d'inverser" les rôles habituels de la matière et de la lumière.

Ainsi, dans ce chapitre, nous allons nous attacher à décrire le second élément clé à la localisation d'Anderson : le désordre. Nous montrerons que la génération d'un tel désordre est aisée : la diffraction d'un faisceau laser au travers d'une lame de verre rugueuse produit un motif d'intensité lumineuse aléatoire et à fort contraste, appelé champs de tavelures optiques, ou encore *Speckle* (anglicisme communément admis). Citons deux énormes avantages d'un tel désordre : on en connaît toutes les propriétés, régies par la diffraction, et on contrôle ce désordre.

La première partie se concentrera sur la statistique d'un champ de speckle, c'est à dire comment l'intensité lumineuse se répartit de manière statistique. Dans un second temps, nous décrirons les propriétés spatiales d'un speckle, en particulier la taille des grains de lumière dans les directions transverses et longitudinale. Dans une troisième partie nous parlerons du potentiel ressenti par les atomes ainsi que des possibilités offertes par la structure multi-niveaux du  $^{87}\text{Rb}$  et l'excellent contrôle du désordre dont nous disposons, puis dans une ultime partie nous étudierons une approche à deux longueurs d'onde pour dépasser les limitations d'un speckle monochromatique pour l'étude de la transition d'Anderson à énergie résolue.

### 4.1. Génération d'un champ de speckle

C'est avec le développement des premiers lasers qu'a été observée la structure granulaire de la lumière réfléchiée par certaines surfaces rugueuses. Rapidement, il a été compris que ce motif provenait de la diffraction aléatoire et cohérente par une surface rugueuse. Cette surface rugueuse peut-être considérée comme un ensemble d'émetteurs cohérents de déphasages aléatoires, et le profil d'intensité obtenu est le résultat de l'interférence multiple de l'ensemble de la surface. Un profil typique est montré figure 4.1. Celui-ci comporte un ensemble de grains lumineux séparés par des zones d'obscurité. Souvent considéré néfaste dans le domaine de l'imagerie, le speckle est pour nous une formidable source de désordre optique.

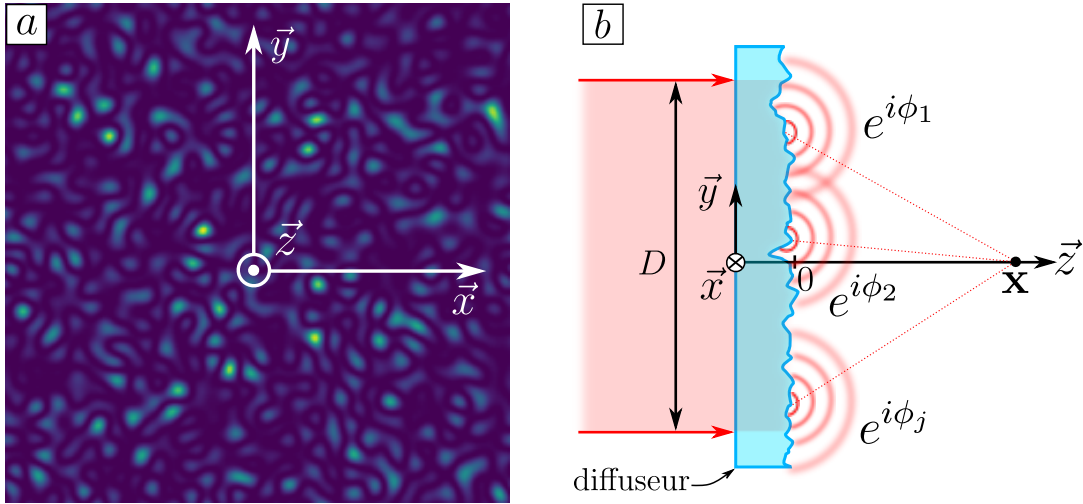


FIGURE 4.1 – **a** : Motif de speckle. Un tel motif est composé de grains lumineux entourés de zones d'ombre, où l'intensité est quasiment nulle. **b** : Génération d'une figure de speckle. La diffraction d'une onde cohérente par une surface rugueuse appelée diffuseur résulte en l'interférence multiple d'un grand nombre d'ondes à déphasage aléatoire. La phase de chacune de ces ondes est déterminée par l'épaisseur de verre traversée en chaque point.

#### 4.1.1 Propriétés du diffuseur

Avant de nous intéresser aux propriétés du désordre à proprement parler, commençons par nous concentrer sur les propriétés de l'élément générant le speckle : le diffuseur. Il s'agit d'une lame de verre dépolie, d'épaisseur locale  $e(\mathbf{x}_0)$  aléatoire. On supposera que cette lame a été dépolie de manière homogène. Ainsi, la statistique de l'épaisseur ne dépend pas de la position considérée sur la surface du diffuseur, et l'on considèrera que l'on a affaire à un processus stationnaire.

La phase accumulée par le faisceau laser incident lors de la traversée du diffuseur étant proportionnelle à l'épaisseur traversée, cette phase  $\phi(\mathbf{x}_0)$  est elle aussi une variable aléatoire donnée localement par :

$$\phi(\mathbf{x}_0) = 2\pi(n-1)\frac{e(\mathbf{x}_0)}{\lambda} \quad (4.1)$$

avec  $n$  l'indice du verre et  $\lambda \approx 780\text{nm}$  la longueur d'onde de l'onde laser. L'effet de cette phase aléatoire locale se traduit en terme d'amplitude via la transmittance du diffuseur. De même que l'épaisseur et la phase, il s'agit d'une grandeur locale définie par :

$$t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0) = e^{i\phi(\mathbf{x}_0)} \quad (4.2)$$

$$\overline{t_{\text{diff}}} = \overline{e^{i\phi}} = \int d\phi e^{i\phi} \mathcal{P}(\phi) \quad \text{avec} \quad \mathcal{P}(\phi) = \frac{1}{\sigma_\phi \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\phi - \bar{\phi})^2}{2\sigma_\phi^2}} \quad (4.3)$$

En considérant que  $\phi$  est une variable aléatoire gaussienne, ça donne

$$\overline{t_{\text{diff}}} = e^{-\frac{\sigma_\phi^2}{2}} \quad (4.4)$$

et en choisissant correctement l'origine temporelle telle que  $\bar{\phi} = 0$ .

On peut aussi écrire  $t_{\text{diff}}$  sous la forme

$$t_{\text{diff}} = \overline{t_{\text{diff}}} + \delta t_{\text{diff}} \quad (4.5)$$



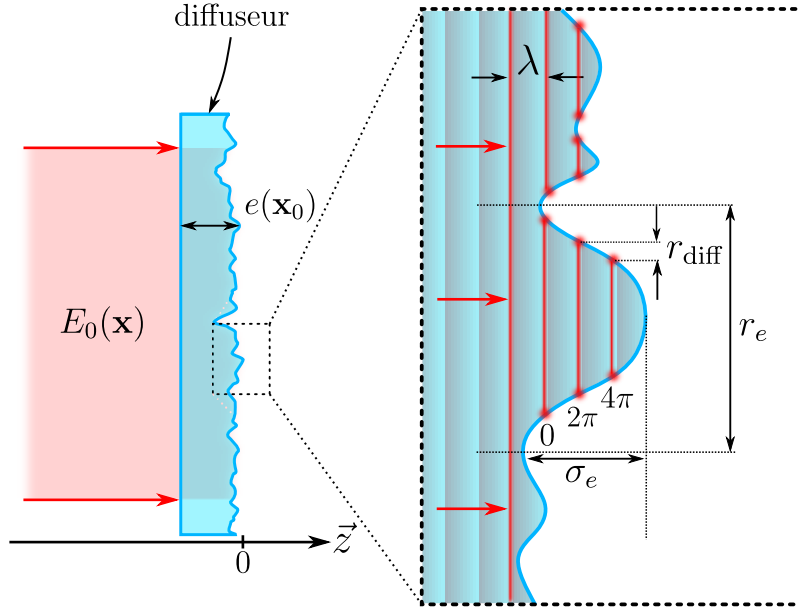


FIGURE 4.2 – Caractéristiques du diffuseur. L'épaisseur aléatoire est caractérisée par une hauteur typique  $\sigma_e$  et une granularité de taille  $r_e$ . Pour  $\sigma_e \gg \lambda$ , on a plusieurs oscillations de l'onde incidente dans le même grain, et donc  $t_{\text{diff}}$  qui est une fonction  $2\pi$ -périodique, voit sa corrélation réduite.

ce qui se traduit en terme de champ

$$E = \bar{E} + E_{\text{speckle}} \quad (4.6)$$

La conséquence est alors immédiate : si  $\sigma_\phi \gg 2\pi$  ou de manière équivalente  $\sigma_e \gg \lambda$ , alors  $\overline{t_{\text{diff}}} = 0$  et donc le champ rayonné ne sera composé que du champ de speckle : on parle alors de speckle entièrement développé. La valeur déterministe  $\bar{E}$  liée à  $\overline{t_{\text{diff}}}$  est supprimée. C'est ce que l'on considèrera dans la suite.

Fonction de corrélation : on définit

$$C_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}'_0) = \overline{t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0) t_{\text{diff}}^*(\mathbf{x}'_0)} = \overline{e^{i(\phi(\mathbf{x}_0) - \phi(\mathbf{x}'_0))}} \quad (4.7)$$

Si l'on suppose que  $\phi(\mathbf{x}_0) - \phi(\mathbf{x}'_0)$  est aussi une variable gaussienne, ça donne

$$C_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}'_0) = e^{-\sigma_\phi^2(1 - \overline{\phi(\mathbf{x}_0)\phi(\mathbf{x}'_0)})/\sigma_\phi^2} \quad (4.8)$$

Corrélations de l'épaisseur du diffuseur :

$$\frac{\overline{\phi(\mathbf{x}_0)\phi(\mathbf{x}'_0)}}{\sigma_\phi^2} = \frac{\overline{e(\mathbf{x}_0)e(\mathbf{x}'_0)}}{\sigma_e^2} \approx 1 - \frac{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}'_0|^2}{2r_e^2} \quad (4.9)$$

courbe en cloche assez générale valable pour  $|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}'_0| \ll r_e$ .

Au final, ça donne une corrélation de la transmittance

$$C_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}'_0) \approx e^{-\frac{|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}'_0|^2}{2r_{\text{diff}}^2}} \quad (4.10)$$

avec  $r_{\text{diff}} = r_e/\sigma_\phi$  la taille effective des grains du diffuseur. Cette taille diminuée s'explique par le fait que si  $\sigma_\phi \gg 2\pi$ , la phase ne sera pas homogène sur la totalité de la largeur d'un grain (de taille typique  $r_e$ ), mais seulement sur une zone réduite.

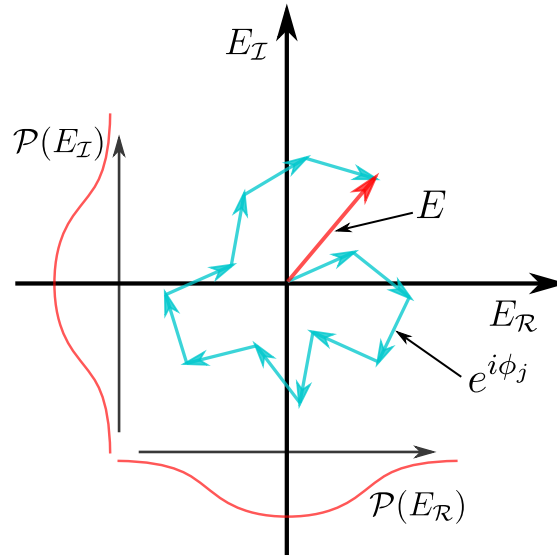


FIGURE 4.3 – Marche aléatoire dans le plan complexe  $E_R, E_I$  dans le cas où  $\sigma_\phi \gg 2\pi$

#### 4.1.2 Statistiques de l'intensité d'un speckle

Marche aléatoire dans le plan complexe pour  $\vec{E}$  car  $\sigma_\phi \gg 2\pi$  ce qui valide l'approche de marche aléatoire (faire une figure de marche aléatoire avec beaucoup d'angles différents pour montrer que  $\langle t \rangle \approx 0$ , et que sinon  $\langle t \rangle \neq 0$ ).

Dans la partie d'avant, c'était au niveau du diffuseur. Maintenant on va s'attacher à décrire ce qu'il se passe après propagation. En première approximation, on peut supposer que le champ rayonné est la somme des  $N$  champs émis par les diffuseurs avec des phases aléatoires :

$$E(\mathbf{x}) = \sum_j^N E_0 e^{i\phi_j} \quad (4.11)$$

Théorème central limite car  $r_{diff} \ll D$ ,  $D$  étant la taille typique de l'éclairement incident.

$$\mathcal{P}(E_R, E_I) = \frac{1}{\sigma_E \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_{R,I}^2}{2\sigma_E^2}} \quad (4.12)$$

avec  $E_R$  et  $E_I$  les parties réelle et imaginaire du champ complexe  $E$  respectivement. En faisant l'intégration angulaire, on trouve

$$\mathcal{P}(I) = \frac{1}{2\sigma_E^2} e^{-\frac{I}{2\sigma_E^2}} \quad (4.13)$$

Cette loi de probabilité permet alors d'obtenir l'intensité moyenne  $\bar{I} = 2\sigma_E^2$  et l'écart-type en intensité  $\sigma_I = \bar{I}$ . Le contraste d'une telle figure de speckle est alors de 1, ce qui se traduit par des pics très brillants entourés de régions sombres d'intensité quasiment nulle.

#### 4.1.3 Implémentation expérimentale

À présent, étudions la géométrie de notre dispositif de génération du speckle. Le faisceau est émis par un laser Toptica TA-Pro 2W accordable autour de 780nm (Raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ ). Cette accordabilité nous offre la possibilité de réaliser un potentiel désaccordé vers le rouge et donc attractif ( $\delta < 0$ ) ou bien désaccordé vers le bleu, et donc avoir un potentiel répulsif ( $\delta > 0$ ). Historiquement, le laser auparavant utilisé pour générer le speckle était un laser

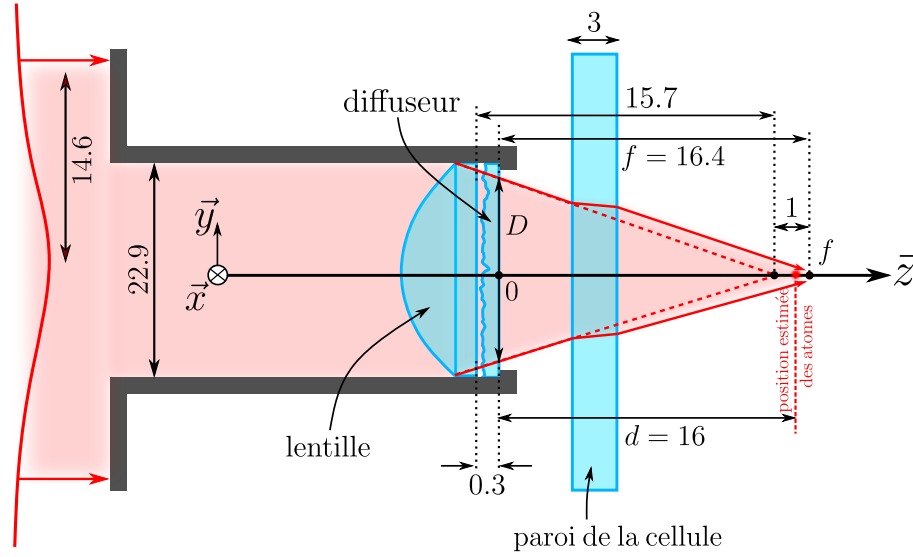


FIGURE 4.4 – Géométrie du montage de génération du speckle. Un faisceau gaussien incident est tronqué dans un diaphragme qui supporte le diffuseur. Le plan de focalisation est déplacé d'environ 1mm à cause de la paroi de la cellule à vide.

Verdi à 532nm très désaccordé vers le bleu afin de s'affranchir de l'émission spontanée, nécessaire sur des très longs temps pour l'étude de la localisation d'Anderson. Étant donnée la proximité de la résonance avec ce nouveau système autour de 780nm, nous travaillons à bien plus basse puissance (typiquement quelques  $\mu\text{W}$ ). Le mode du laser est filtré à l'aide d'une fibre optique, sa polarisation est fixée linéaire à l'aide de cubes séparateurs de polarisations, et l'ensemble est asservi en puissance (l'essentiel de la puissance du laser sert d'ailleurs à cette boucle d'asservissement). Les détails de ce montage peuvent être retrouvés dans la thèse de Vincent Denechaud.

La génération du speckle se fait donc selon le montage représenté figure 4.4. Un faisceau gaussien collimaté de taille 14.6mm est tronqué par un diaphragme de diamètre 22.9mm. Ce faisceau passe ensuite au travers d'une lentille asphérique (*Thorlabs ACL2520-B*) de focale 16mm (et de frontale 15.7mm). Le diffuseur *Newport FSD10-3* possède une épaisseur de 0.3mm (initialement 3mm avant d'être aminci par l'atelier d'optique de l'IOGS) et diffuse selon un angle  $\theta_{\text{diff}} \approx 5^\circ$  (données constructeur). Le faisceau traverse ensuite la paroi de la cellule en vycor (d'indice optique  $n = 1.46$ ) d'épaisseur  $e = 3\text{mm}$ . La présence de la paroi entraîne un déplacement du plan de focalisation de  $\Delta d = e(1 - 1/n) \approx 1\text{mm}$ . En positionnant l'origine sur la surface du diffuseur, le plan de focalisation se trouve à  $f = 16.4\text{mm}$ . La position des atomes est estimée quant à elle à  $d = 16 \pm 0.5\text{mm}$ . L'incertitude liée à cette dernière position est primordiale : nous devons connaître les propriétés du speckle autour du plan de focalisation. **TODO** : Faire un calcul rapide d'ODG pour justifier la lentille : besoin de focaliser la lumière pour avoir un potentiel raisonnable sur les atomes à puissance raisonnable.

## 4.2. Propriétés spatiales d'un champ de speckle

Bien que les figures de speckle soient déterministes car régies par la diffraction, on peut considérer leurs réalisations comme étant aléatoires. Néanmoins, les propriétés spatiales d'un champ de speckle ne dépendent pas de la réalisation, mais seulement de la géométrie du problème. Dans cette section, nous allons nous attacher à décrire les grandeurs spatiales

caractéristiques d'un speckle : son extension et la taille des grains, donnée par la fonction d'autocorrélation en intensité. Ces quantités ont été mesurées expérimentalement sur un montage reproduisant exactement les conditions réelles de la cellule à vide, celle-ci empêchant de faire des mesures in-situ. La description de ces mesures et de leur traitement sont référencées dans la thèse de Jérémie Richard.

#### 4.2.1 Extension transverse du champ de speckle le long le l'axe optique

Afin de connaître l'extension spatiale du champ de speckle, il nous faut dans un premier temps calculer l'amplitude rayonnée. Appliquons l'approximation paraxiale au principe de Huygens-Fresnel :

$$E(x, y, d) \propto \int dx_0 dy_0 E_0(x_0, y_0) t_{\text{diff}}(x_0, y_0) \exp\left(-ik \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f}\right) \exp\left(ik \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{2d}\right) \quad (4.14)$$

$$\propto \int dx_0 dy_0 E_0(x_0, y_0) t_{\text{diff}}(x_0, y_0) \exp\left(ik \frac{x_0^2 + y_0^2}{2d_{\text{eff}}}\right) \exp\left(-ik \frac{xx_0 + yy_0}{d}\right) \quad (4.15)$$

avec  $1/d_{\text{eff}} = 1/d - 1/f$ . Le profil d'intensité moyenne est donné par la fonction de corrélation en amplitude, évaluée aux deux mêmes points :

$$\bar{I}(x, y, d) = \overline{E(x, y, d) E^*(x, y, d)} \quad (4.16)$$

On peut alors montrer que l'intensité moyenne est issue de la convolution de deux termes :

$$\bar{I}(x, y, d) \propto \left[ I_0\left(\frac{d_{\text{eff}}}{d} x_0, \frac{d_{\text{eff}}}{d} y_0\right) * \widetilde{C_{\text{diff}}}(kx_0/d, ky_0/d) \right] (x, y) \quad (4.17)$$

Explicitons la physique qui se trouve derrière cette formule. Pour cela, discutons des deux termes de la convolution.

Le premier terme n'est autre que l'intensité incidente sur le diffuseur, redimensionnée par l'effet de la lentille. En effet, le changement d'échelle par  $d/d_{\text{eff}} = |d - f|/f$  montre qu'au cours de la propagation, la taille du faisceau en l'absence du diffuseur diminue jusqu'au plan de focalisation ( $d = f$ ), puis augmente indéfiniment. Le caractère linéaire de cette loi d'échelle se comprend aisément dans le cadre de l'optique géométrique : le faisceau se focalise dans le plan  $z = f$ , où tous les rayons lumineux se croisent puis s'écartent. Il s'agit du terme prépondérant dans les régions éloignées du plan focal.

Le second terme traduit la diffraction des différents grains du diffuseur. Ces grains ont une taille typique  $r_{\text{diff}}$  et vont donc diffracter selon un angle  $\theta_{\text{diff}} = \lambda/r_{\text{diff}}$ . Cela va donc se traduire par une taille transverse  $w_{\text{diff}} = \theta_{\text{diff}} d$ , qui augmente linéaire avec la distance  $d$ . Il s'agit du terme prépondérant aux alentours du plan de Fourier.

On a vu en section 4.1.1 que la fonction de corrélation  $C_{\text{diff}}$  est en bonne approximation une gaussienne. En supposant un éclaircissement incident gaussien (on néglige l'effet du diaphragme),

#### 4.2.2 Longueur de corrélation transverse le long de l'axe optique

Calcul de la corrélation transverse aux alentours du plan de Fourier, forme gaussienne bien reproduite car la pupille ne coupe que quelques % de la lumière du faisceau laser gaussien incident : la TF d'une gaussienne faiblement tronquée est une gaussienne correcte.

### 4.2.3 Corrélation longitudinale

Calculs de la corrélation longitudinale. Formule de la thèse de Fred redémontrée en annexe. Application à un éclairage gaussien, et un éclairage homogène tronqué. Réalité entre les deux, donc la fonction de corrélation réelle est quelque part entre une lorentzienne et un sinus cardinal. C'est pas parfait partout, alors modélisation en tenant compte des effets non-paraxiaux pour vraiment reproduire la corrélation longitudinale. Calculs lourds numériquement et théoriquement, donc on met en place un modèle paraxial à ON effective. Avec un facteur de scaling sur la taille du faisceau incident et sur la pupille, on arrive à reproduire de manière convenable la corrélation longitudinale. Avantage : ça reste paraxial donc on peut en tirer des grandeurs.

## 4.3. Propriétés du potentiel de type speckle

### 4.3.1 Propriétés du potentiel

Traduction de  $P_I(I)$  pour le potentiel dipolaire  $V$ , Taille des grains de potentiel  $\sigma$ , potentiel moyen  $V_R$ , possibilité de faire un potentiel attractif  $\delta < 0$  ou répulsif  $\delta > 0$

### 4.3.2 Possibilité d'un potentiel dépendant de l'état interne

En choisissant un désaccord très petit vis à vis d'un état hyperfin, on peut réaliser un potentiel très grand sur cet état tandis qu'on peut le négliger pour le second état. Pour cela, il faut que le désaccord soit très petit devant la séparation hyperfine de ces états. Par contre, il faut garder un désaccord suffisamment grand pour continuer de pouvoir considérer ce champ comme un potentiel conservatif, sinon on va avoir des processus inélastiques. Exemple de mesure des fonctions spectrales, où le temps de vie à cause des processus inélastiques n'était que 100ms, très insuffisant pour l'étude de la localisation d'Anderson, qui nécessite des temps d'évolution dans le désordre de plusieurs secondes.

## 4.4. Potentiel composé d'un speckle bichromatique

### 4.4.1 S'éloigner de résonance

Grosse limitation de l'approche précédente utilisée pour les fonctions spectrales : implique qu'on est proche de résonance pour l'état  $|F=2\rangle$ , donc taux d'absorption et d'émission spontanée important : grosse décohérence dans le désordre et donc impossible d'observer la localisation. Donc on s'éloigne de résonance, donc le potentiel sur  $|F=1\rangle$  n'est plus négligeable, il faut le compenser : second speckle !

### 4.4.2 Étude de la similitude de deux speckles

Physique avec les mains de la similitude entre 2 speckles de longueurs d'onde faiblement différentes. introduction de la finesse  $\lambda/\delta\lambda$  ou de la longueur de cohérence  $l_{coh} = \lambda^2/\delta\lambda$ . Décorrélacion initiale et globale due à la propagation dans le diffuseur, puis décorrélacion par la différence dans la taille des grains en s'éloignant de l'axe optique.





# Temps de diffusion élastique

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>5</b> | <b>Temps de diffusion élastique</b>  | <b>49</b> |
| 5.1      | Approximation de Born  |           |
| 5.2      | Mesure du temps de diffusion élastique   |           |
| 5.3      | Comportement du temps de diffusion élastique   |           |
| <b>6</b> | <b>Approche spectrale</b>  | <b>51</b> |
| 6.1      | Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales   |           |
| 6.2      | Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales mesurées pour un désordre de type speckle |           |





## Chapitre 5

# Temps de diffusion élastique

description temps de diffusion élastique, description rapide de la mesure. comparaison born ordre 1 (donné par Fermi Golden Rule), discussion kls, comparaison gaussien rouge bleu...

reprendre le PRL

### 5.1. Approximation de Born

5.1.1 Règle d'or de Fermi

5.1.2 Régimes de diffusion

### 5.2. Mesure du temps de diffusion élastique

5.2.1 Procédure expérimentale

5.2.2 Extraction du temps de diffusion élastique

5.2.3 Calibration de l'amplitude du désordre

### 5.3. Comportement du temps de diffusion élastique

5.3.1 Régime de Born

5.3.2 Déviations au régime de Born

5.3.3 Départ quadratique



## Chapitre 6

# Approche spectrale

Approche fonctions de green, ordre 1, ordre 2, SCBA... départ quadratique ? mesure fonctions spectrales ?

reprenre le NJP, et tenter une explication du départ quadratique. Faire gaffe avec les décroissances !

### 6.1. Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales

- 6.1.1 Généralités sur la fonction spectrale
- 6.1.2 Approximation de Born : premier ordre
- 6.1.3 Approximation de Born : second ordre
- 6.1.4 Approximation de Born auto-consistante

### 6.2. Temps de diffusion élastique et fonctions spectrales mesurées pour un désordre de type speckle

- 6.2.1 Limite de l'approche auto-consistante pour un désordre de type speckle
- 6.2.2 Mesure des fonctions spectrales
- 6.2.3 Comparaison du temps de diffusion élastique avec les fonctions spectrales mesurées



# Conclusion et perspectives

Conclusion générique, ouverture sur la mesure du régime critique, mesures de fonctions spectrales à vitesse non nulle, CFS, localization landscape, DMD pour autres types de désordre et classes d'universalité...





# Annexes

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>A</b> | <b>Calculs de champs de tavelures . . . . .</b>                                      | <b>57</b> |
| A.1      | Amplitude rayonnée   |           |
| A.2      | Fonction de corrélation  |           |
| A.3      | Corrélations pour des speckles monochromatiques et bichromatiques                    |           |
| <b>B</b> | <b>Calcul du temps de diffusion élastique par le développement de Born . . . . .</b> | <b>61</b> |





## Annexe A

# Calculs de champs de tavelures

### 1.1. Amplitude rayonnée

Notons  $\mathbf{x} \equiv \{x, y, d\}$  et  $\mathbf{x}_0 \equiv \{x_0, y_0, 0\}$  Pour calculer le champ rayonné au point  $\mathbf{x}$ , on utilise le principe de Huygens-Fresnel :

$$E(\mathbf{x}) = \frac{1}{i\lambda} \int d\mathbf{x}_0 t(\mathbf{x}_0) E_0(\mathbf{x}_0) \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|} \quad (\text{A.1})$$

avec  $t(\mathbf{x}_0)$  la transmittance complexe du diffuseur au point  $\mathbf{x}_0$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ , et  $t(\mathbf{x}_0)$  est une transmittance comportant l'effet du diffuseur et de la lentille. Appliquons alors l'approximation paraxiale :

$$\begin{aligned} |\mathbf{x}-\mathbf{x}_0| &= \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + d^2} \\ &= d \sqrt{1 + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{d^2}} \\ &\approx d + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2d} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

et reportons A.2 dans A.1 :

$$E(\mathbf{x}) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} \int d\mathbf{x}_0 t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0) E_0(\mathbf{x}_0) e^{-ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2f}} e^{ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2d}} \quad (\text{A.3})$$

avec  $t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0)$  la transmittance du diffuseur. Développons alors cette dernière expression :

$$E(\mathbf{x}) = \frac{e^{ik\left(d+\frac{x^2+y^2}{2d}\right)}}{i\lambda d} \int d\mathbf{x}_0 t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0) E_0(\mathbf{x}_0) e^{ik\frac{x_0^2}{2d_{\text{eff}}}} e^{-ik\frac{\mathbf{x}\mathbf{x}_0}{d}} \quad (\text{A.4})$$

avec  $1/d_{\text{eff}} = 1/d - 1/f$ .

## 1.2. Fonction de corrélation

### A.2.1 Calcul général

La fonction de corrélation en amplitude s'écrit

$$C_E(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \lambda, \lambda') = \overline{E(\mathbf{x}, \lambda) E^*(\mathbf{x}', \lambda')} \quad (\text{A.5})$$

$$= \frac{e^{i\left(k(d+\frac{x^2+y^2}{2d}) - k'(d'+\frac{x'^2+y'^2}{2d'})\right)}}{\lambda \lambda' d d'} \int d\mathbf{x}_0 d\mathbf{x}'_0 \overline{t_{\text{diff}}(\mathbf{x}_0) t_{\text{diff}}^*(\mathbf{x}'_0)} E_0(\mathbf{x}_0) E_0^*(\mathbf{x}'_0) e^{i\frac{k\mathbf{x}_0^2}{2d_{\text{eff}}}} e^{-i\frac{k'\mathbf{x}'_0{}^2}{2d'_{\text{eff}}}} e^{-i\frac{k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)}{d}} e^{i\frac{k'(\mathbf{x}', \mathbf{x}'_0)}{d'}} \quad (\text{A.6})$$

Appliquons alors le changement de variables  $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{x}'_0\} \rightarrow \{\mathbf{x}_0, \Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}'_0 - \mathbf{x}_0\}$  (par commodité on omettra le facteur devant l'intégrale) :

$$C_E \propto \int d\mathbf{x}_0 d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) E_0(\mathbf{x}_0) E_0^*(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}) e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2}{2}\left(\frac{k}{d_{\text{eff}}} - \frac{k'}{d'_{\text{eff}}}\right)} e^{-i\frac{k'\Delta\mathbf{x}'^2}{2d'_{\text{eff}}}} e^{-i\frac{k'\mathbf{x}_0\Delta\mathbf{x}}{d'_{\text{eff}}}} e^{i\frac{k'\mathbf{x}\Delta\mathbf{x}}{d'}} e^{i\mathbf{x}_0\cdot\left(\frac{k'\mathbf{x}'}{d'} - \frac{k\mathbf{x}}{d}\right)} \quad (\text{A.7})$$

Supposons à présent que la taille des grains du diffuseur sont très petits devant la taille typique de l'éclairement incident, c'est à dire qu'à l'échelle de variation de  $C_{\text{diff}}$ , l'éclairement incident sera constant.  $E_0(\mathbf{x}_0) E_0^*(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}) \approx E_0(\mathbf{x}_0) E_0^*(\mathbf{x}_0) = I_0(\mathbf{x}_0)$ . En supprimant le terme en  $\Delta\mathbf{x}^2$ , on a :

$$C_E \propto \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2}{2}\left(\frac{k}{d_{\text{eff}}} - \frac{k'}{d'_{\text{eff}}}\right)} e^{i\mathbf{x}_0\cdot\left(\frac{k'\mathbf{x}'}{d'} - \frac{k\mathbf{x}}{d}\right)} \int d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) e^{i\Delta\mathbf{x}\cdot\left(\frac{k'\mathbf{x}'}{d'} - \frac{k'\mathbf{x}_0}{d'_{\text{eff}}}\right)} \quad (\text{A.8})$$

### A.2.2 Expression de l'extension transverse du champ de tavelures le long de l'axe optique

L'intensité moyenne pour un speckle simple est donnée par

$$\overline{I(\mathbf{x})} = \overline{E(\mathbf{x}, \lambda) E^*(\mathbf{x}, \lambda)} \quad (\text{A.9})$$

$$\propto \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) \int d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) e^{i\Delta\mathbf{x}\cdot\left(\frac{k\mathbf{x}}{d} - \frac{k\mathbf{x}_0}{d_{\text{eff}}}\right)} \quad (\text{A.10})$$

$$\propto \int d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) e^{i\Delta\mathbf{x}\cdot\frac{k\mathbf{x}}{d}} \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) e^{-i\mathbf{x}_0\cdot\frac{k\Delta\mathbf{x}}{d_{\text{eff}}}} \quad (\text{A.11})$$

$$\propto \widetilde{C_{\text{diff}}}\left(\frac{k\mathbf{x}}{d}\right) * I_0\left(\frac{\mathbf{x}d_{\text{eff}}}{d}\right) \quad (\text{A.12})$$

On retrouve bien le résultat de la thèse de Jérémie.

## 1.3. Corrélations pour des speckles monochromatiques et bichromatiques

### A.3.1 Corrélation transverse d'un unique speckle le long de l'axe optique

Considérons le cas d'un unique speckle, que l'on étudie dans un plan orthogonal à l'axe optique. Posons  $\lambda = \lambda'$ ,  $d = d'$  et  $\mathbf{x}' = 0$  :

$$C_E(\mathbf{x}) = \overline{E(\mathbf{x}, y, d) E^*(0, 0, d)} \quad (\text{A.13})$$

$$\propto \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) e^{-ik\frac{\mathbf{x}\mathbf{x}_0}{d}} \int d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) e^{-ik\frac{\Delta\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}_0}{d_{\text{eff}}}} \quad (\text{A.14})$$

On retrouve bien le résultat de la thèse de Jérémie, équation C.26.

### A.3.2 Corrélation longitudinale d'un unique speckle autour du plan de Fourier

Plaçons nous sur l'axe optique, autour du plan de Fourier, pour une seule longueur d'onde. Pour  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 = 0$ ,  $\lambda' = \lambda$  et  $d' = f$  :

$$C_E = \overline{E(0,0,d)E^*(0,0,f)} \quad (\text{A.15})$$

$$\propto \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) e^{i\frac{\mathbf{x}_0^2 k}{2d_{\text{eff}}}} \int d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) \quad (\text{A.16})$$

Proche du plan de Fourier, on pose  $d = f + \delta z$ , donc  $1/d_{\text{eff}} = 1/d - 1/f \approx -\delta z/f^2$ . Finalement, on obtient :

$$C_E \propto \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) e^{-i\frac{\delta z k \mathbf{x}_0^2}{2f^2}} \quad (\text{A.17})$$

On retrouve l'expression 4.10 de la thèse de Fred. Supposons à présent un éclaircissement incident gaussien de taille  $w_0$  :

$$C_E \propto \int d\mathbf{x}_0 e^{-\mathbf{x}_0^2 \left(2/w_0^2 - i\frac{k}{2d_{\text{eff}}}\right)} \quad (\text{A.18})$$

$$\propto \frac{1}{2/w_0^2 - i\frac{k}{2d_{\text{eff}}}} \quad (\text{A.19})$$

Et donc pour le degré en cohérence  $|\mu|^2 = |C_E|^2$  :

$$|C_E|^2 \propto \frac{1}{\frac{4}{w_0^4} + \frac{k^2}{4d_{\text{eff}}^2}} \quad (\text{A.20})$$

$$\propto \frac{1}{\frac{4}{w_0^4} + \frac{k^2 \delta z^2}{4f^4}} \quad (\text{A.21})$$

$$\propto \frac{1}{1 + \delta z^2 \frac{k^2 w_0^4}{16f^4}} \quad (\text{A.22})$$

$$\propto \frac{1}{1 + \delta z^2 / \sigma_{\parallel}^2} \quad (\text{A.23})$$

On retrouve bien la lorentzienne avec  $\sigma_{\parallel} = 4\sigma_{\perp}/\text{ON}$ , c'est à dire la distance de rayleigh. Interprétation : Magati2008 et Magati2009 montrent que dans une géométrie sans lentille, et à grande distance (régime de Fraunhofer), les grains de speckle s'apparentent à des tubes de lumière de corrélation longitudinale tendant vers l'infini (ils font de la physique avec les mains pour expliquer pourquoi). Avec une lentille, ce régime se retrouve autour du plan focal, sur une distance donnée par la longueur de Rayleigh. La forme lorentzienne est aussi typique d'effets longitudinaux en optique gaussienne autour du plan de focalisation.

### A.3.3 Corrélation transverse d'un speckle bichromatique dans le plan de Fourier

Considérons le cas de deux longueurs d'ondes, étudiées à la même position dans le plan de Fourier. Posons  $d = d' = f$ ,  $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$  :

$$C_E(\mathbf{x}, \lambda, \lambda') = \overline{E(\mathbf{x}, \lambda)E^*(\mathbf{x}, \lambda')} \quad (\text{A.24})$$

$$\propto \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) e^{i\frac{\mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{x}}{f}(k' - k)} \int d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) e^{i\frac{\Delta\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}}{f}k'} \quad (\text{A.25})$$

On retrouve le résultat de mon rapport de stage. Warning :  $C_{\text{diff}}$  est plus compliqué dans cette expression, il faut tenir compte des deux longueurs d'onde dedans. Idem avec  $I_0$ , il s'agit en réalité du produit des amplitudes à chaque longueur d'onde. Aller un peu plus loin pour donner l'expression de la longueur de corrélation.

### A.3.4 Corrélation longitudinale d'un speckle bichromatique autour du plan de Fourier

Prenons un speckle composé de deux longueurs d'onde, étudié selon l'axe optique. Fixons :  $\mathbf{x} = \mathbf{x}' = 0$  et  $d = d'$  :

$$C_E = \overline{E(0, 0, d, \lambda) E^*(0, 0, d, \lambda')} \quad (\text{A.26})$$

$$\propto \int d\mathbf{x}_0 I_0(\mathbf{x}_0) e^{i \frac{\mathbf{x}_0^2}{2d_{\text{eff}}}(k-k')} \int d\Delta\mathbf{x} C_{\text{diff}}(\Delta\mathbf{x}) e^{-i\Delta\mathbf{x} \frac{k'\mathbf{x}_0}{d_{\text{eff}}}} \quad (\text{A.27})$$

Supposons à présent que l'on s'éloigne peu du plan de Fourier tel que  $r_{\text{diff}} w_0 k' / d_{\text{eff}} \ll 1$ , c'est à dire  $\delta z \ll W_{\text{speckle}} / \text{ON}$  avec  $\delta z$  tel que définit avant,  $W_{\text{speckle}}$  l'extension du faisceau de speckle dans le plan de Fourier et  $w_0$  la taille du faisceau incident. Dans ce cas, on peut négliger la dernière exponentielle et on a pour un faisceau gaussien :

$$C_E \propto \int d\mathbf{x}_0 e^{-\frac{2\mathbf{x}_0^2}{w_0^2}} e^{i \frac{\mathbf{x}_0^2}{2d_{\text{eff}}}(k-k')} \quad (\text{A.28})$$

$$\propto \int d\mathbf{x}_0 e^{-\mathbf{x}_0^2(2/w_0^2 - i \frac{k-k'}{2d_{\text{eff}}})} \quad (\text{A.29})$$

$$\propto \frac{1}{2/w_0^2 - i \frac{k-k'}{2d_{\text{eff}}}} \quad (\text{A.30})$$

Alors,

$$|C_E|^2 \propto \left| \frac{1}{2/w_0^2 - i \frac{k-k'}{2d_{\text{eff}}}} \right|^2 \quad (\text{A.31})$$

$$\propto \frac{1}{4/w_0^2 + \delta z^2 \frac{(k-k')^2}{4f^4}} \quad (\text{A.32})$$

$$\propto \frac{1}{1 + \delta z^2 \left( \frac{\delta\lambda}{\lambda} \right)^2 \frac{k^2 w_0^4}{16f^4}} \quad (\text{A.33})$$

$$\propto \frac{1}{1 + \frac{\delta z^2}{\sigma_{\parallel}^2} \left( \frac{\delta\lambda}{\lambda} \right)^2} \quad (\text{A.34})$$

## **Annexe B**

# **Calcul du temps de diffusion élastique par le développement de Born**



# Bibliographie

- [Anderson et al. 1995] ANDERSON, Mike H. ; ENSHER, Jason R. ; MATTHEWS, Michael R. ; WIEMAN, Carl E. ; CORNELL, Eric A. : Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. In : *science* (1995), S. 198–201
- [Basdevant et al. 2002] BASDEVANT, Jean-Louis ; DALIBARD, Jean ; JOFFRE, Manuel : *Mécanique quantique*. Editions Ecole Polytechnique, 2002
- [Bernard 2010] BERNARD, Alain : *Transport quantique d'ondes atomiques ultrafroides : localisation d'Anderson et laser à atomes guidé.*, Dissertation, 2010
- [Davis et al. 1995] DAVIS, Kendall B. ; MEWES, M-O ; ANDREWS, Michael R. ; DRUTEN, Nicolaas J. van ; DURFEE, Dallin S. ; KURN, DM ; KETTERLE, Wolfgang : Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. In : *Physical review letters* 75 (1995), Nr. 22, S. 3969
- [Denechaud 2018] DENECHAUD, Vincent : *Vers une étude spectroscopique de la transition d'Anderson*, Paris Saclay, Dissertation, 2018
- [Diu et al. 1989] DIU, Bernard ; ROULET, Bernard ; GUTHMANN, Claudine ; LEDERER, Danielle : *Eléments de physique statistique*. Hermann, 1989
- [Fauquembergue 2004] FAUQUEMBERGUE, Marie : *Réalisation d'un dispositif de condensation de Bose-Einstein et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes*, Dissertation, 2004
- [Jendrzejewski 2012] JENDRZEJEWSKI, Fred : *Quantum transport of ultracold atoms in disordered potentials*, Paris 11, Dissertation, 2012
- [Jendrzejewski et al. 2012] JENDRZEJEWSKI, Fred ; BERNARD, Alain ; MUELLER, Killian ; CHEINET, Patrick ; JOSSE, Vincent ; PIRAUD, Marie ; PEZZÉ, Luca ; SANCHEZ-PALENCIA, Laurent ; ASPECT, Alain ; BOUYER, Philippe : Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential. In : *Nature Physics* 8 (2012), Nr. 5, S. 398–403
- [Muller 2015] MULLER, Kilian : *Coherent transport of ultracold atoms in disordered potentials : Manipulation of time-reversal symmetry in weak localization experiments*, Paris 11, Dissertation, 2015
- [Pethick and Smith 2008] PETHICK, Christopher J. ; SMITH, Henrik : *Bose-Einstein condensation in dilute gases*. Cambridge university press, 2008

[Riou 2006] RIOU, Jean-Félix : *Etude des propriétés de propagation d'un laser à atomes*, Dissertation, 2006

[Steck 2001] STECK, Daniel A. : *Rubidium 87 D line data*. 2001