

# 1. Phénomène de localisation d'Anderson

présentation des effets d'interférences dans le désordre. scaling theory à la delande uniquement sur la conductance pour présenter la localisation 1D et 2D puis la 3D avec la transition. Terminer sur la quête du régime critique avec le graphe de delande2017, et introduction aux manips récentes et futures.

Paragraphe d'introduction ?

Dans ce chapitre, nous commencerons par décrire comment, lors de la propagation cohérente d'une onde dans un milieu désordonné, les interférences peuvent altérer la diffusion classique et engendrer le phénomène spectaculaire de *Localisation d'Anderson* dont nous donnerons les principales propriétés. Dans un second temps, nous présenterons succinctement les principaux systèmes utilisés pour l'investigation de la localisation d'Anderson, pour s'attarder plus particulièrement sur les expériences d'atomes froids. Enfin, nous terminerons ce chapitre par une discussion de nos enjeux actuels, l'étude du régime critique de la transition d'Anderson, dont nous présenterons l'état de l'art.

## 1.1 Diffusion et interférences

Intro historique sur Anderson et le mécanisme de localisation faible pour donner une approche un peu plus intuitive au rôle des interférences.

### 1.1.1 Phénomène de diffusion

Le phénomène de diffusion macroscopique est un phénomène de transport le plus connu de la physique classique. Celui-ci permet par exemple de décrire de manière simple la propagation de la chaleur dans un matériau homogène, l'homogénéisation de la concentration de particules dans un liquide ou encore le phénomène de résistance électrique dans un cadre unifié.

En effet, le phénomène macroscopique de diffusion provient, de manière générale, d'une

marche aléatoire des particules vectrices au sein de leur environnement. Drude a ainsi été le premier à calculer la résistivité électrique des matériaux en introduisant un temps de relaxation basé sur les collisions entre les électrons, vecteurs du courant électrique, et les impuretés du matériau dans lequel ceux-ci se déplacent [5].

Il apparaît ainsi que certaines propriétés macroscopiques des matériaux sont reliées aux grandeurs caractéristiques de la marche aléatoire associée. Ces grandeurs sont des briques élémentaires de la propagation en milieu désordonné, telles que le temps de diffusion élastique, le temps de transport, ou encore le coefficient de diffusion, que nous présenterons dans la suite.

### Temps de diffusion élastique

La quantité la plus naturelle permettant de caractériser de manière microscopique le phénomène de diffusion est le *temps de diffusion élastique*  $\tau_S$ , qui correspond à la durée typique entre deux événements successifs de *collision élastique* avec les impuretés du milieu. Ce temps est l'équivalent temporel du *libre parcours moyen*  $l_S$  correspondant à la distance moyenne entre deux événements de diffusion microscopique successifs. Dans le cas d'une particule de masse  $m$  se déplaçant à une vitesse  $v_i$ , ces deux grandeurs sont reliées par

$$\tau_S = \frac{l_S}{v_i} = \frac{m l_S}{\hbar k_i}, \quad (1.1)$$

où  $k_i$  est le nombre d'onde de l'onde quantique associée à la particule (celui-ci est inchangé après chaque événement de collision en raison de leur caractère élastique). On voit ainsi que  $\tau_S$  est une quantité faisant intervenir la perte de cohérence de l'onde subissant une collision élastique.

Comme nous le verrons plus en détails dans les chapitres ?? et ??, le temps de diffusion élastique est une quantité qui dépend des détails microscopiques du système, établissant ainsi le lien entre processus microscopiques et phénomène macroscopique.

### Temps de transport

Si la norme du vecteur vitesse (ou de manière équivalente du vecteur d'onde) reste inchangée au cours de la propagation, sa direction est modifiée à chaque événement de collision élastique. Comme nous le verrons plus en détails dans le chapitre ??, lors de la collision avec un diffuseur de taille caractéristique  $\sigma$ , l'onde peut être diffusée selon un angle  $\langle \theta \rangle \sim 1/k_i \sigma$ . La diffusion peut donc être *anisotrope*, en analogie avec la diffraction en optique.

En considérant que la trajectoire d'une particule est composée de multiples collisions successives, il apparaît alors une seconde échelle de temps caractéristique, le *temps de transport* ou temps de Boltzmann  $\tau_B$ , décrivant la durée nécessaire pour que la particule perde l'information de la direction initiale de sa vitesse.

On peut ainsi montrer que le temps de transport (et son analogue spatial, la *longueur de transport*) s'expriment en fonction du temps de diffusion élastique [2]

$$\tau_B = \frac{\tau_S}{1 - \langle \cos \theta \rangle} \quad \text{et} \quad l_B = \frac{l_S}{1 - \langle \cos \theta \rangle}, \quad (1.2)$$

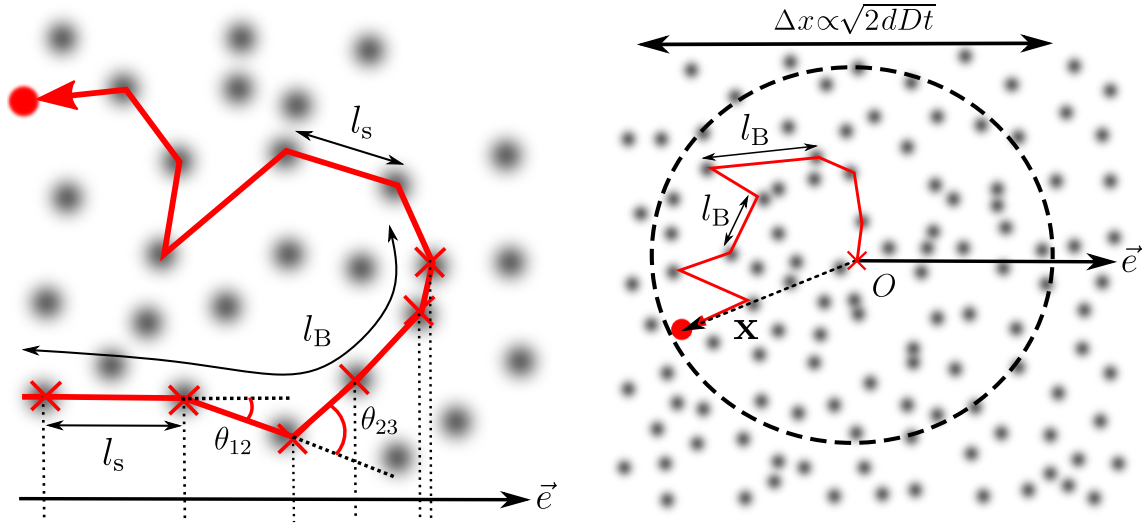


FIGURE 1.1 – **a : Longueur de transport pour des collisions anisotropes.** Une unique collision élastique ne modifie que peu la direction de la vitesse d’une particule. Il faut donc un grand nombre de collisions successives pour que la direction de la vitesse d’une particule soit décorrélée de la direction initiale. En conséquence, le temps de transport est beaucoup plus grand que le temps de diffusion élastique. **b : Mécanisme microscopique de la diffusion.** Le mouvement d’une particule peut être considérée comme une marche aléatoire composée d’évènements de diffusion isotropes tous les  $\tau_B$  entre lesquels la particule se déplace d’une distance  $l_B = v\tau_B$  dans une direction aléatoire. L’étalement typique obtenu croît avec le temps selon  $\Delta \mathbf{x} \propto \sqrt{t}$ .

où  $\langle \dots \rangle$  représente la valeur moyenne sur les différents évènements de diffusion.

On voit donc que dans le cas de collisions élastiques isotropes,  $\tau_B = \tau_S$ , montrant qu’une seule collision suffit à perdre l’information sur la direction initiale de la vitesse de la particule. En revanche, un grand nombre de collisions sont nécessaires pour obtenir une isotropisation de la direction des vitesses dans le cas d’évènements de diffusion anisotrope, comme illustré figure 1.1.a.

### Coefficient de diffusion

Une fois que la particule a parcouru une distance  $l_B$ , on peut considérer qu’elle subit une diffusion isotrope. On assimile alors le mouvement des particules à une marche aléatoire pour laquelle les particules de vitesse  $v$  subissent des évènements de collision isotrope à chaque intervalle de temps  $\tau_B$  pendant lesquels la particule parcourt une distance  $l_B = v\tau_B$ , comme illustré figure 1.1.b.

Ainsi, on peut déterminer l’étalement typique de la région explorée par la particule après  $N$  collisions à l’aide du théorème central limite [15],

$$\langle \Delta \mathbf{x}^2 \rangle = 2Nl_B^2. \quad (1.3)$$

En définissant le coefficient de diffusion par  $\langle \Delta \mathbf{x}^2 \rangle = 2dDt$  et en faisant apparaître le temps  $t = N\tau_B$ , on montre ainsi que

$$D = \frac{vl_B}{d} = \frac{\hbar}{md}kl_B, \quad (1.4)$$

où on a fait apparaître la quantité  $kl_B$ , que l'on peut interpréter comme une mesure de la force du désordre, et qui sera essentielle dans la suite.

Une conséquence de l'équation 1.4 est qu'une diminution de la longueur de transport entraîne une diminution du coefficient de diffusion. Ainsi, plus un système sera désordonné, plus le coefficient de diffusion sera petit.

### 1.1.2 Localisation faible

Si le mécanisme de marche aléatoire présenté permet de décrire un grand nombre de situations de diffusion classique, nous avons omis un ingrédient essentiel à la propagation d'ondes en milieu désordonné : la *cohérence*, ou encore la capacité qu'une onde a à interférer. En particulier, nous verrons que celle-ci peut avoir des conséquences dramatiques sur les propriétés de transport d'une onde en présence de désordre.

#### Mécanisme de localisation faible

Pour cela, intéressons-nous à la probabilité  $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  qu'une onde initialement à la position  $\mathbf{x}$  se retrouve à la position  $\mathbf{x}'$  après propagation dans le milieu désordonné. Dans la limite  $kl_B \gg 1$ , la trajectoire de l'onde peut être vu comme une marche aléatoire, où chaque trajectoire de diffusion est associée à une amplitude complexe de probabilité  $|A_j| e^{i\phi_j}$ , avec  $\phi_j$  la phase de la trajectoire. Ainsi, la probabilité  $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est donnée par la somme de l'amplitude sur toutes les trajectoires possibles :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}, \mathbf{x}') &= \left| \sum_j |A_j| e^{i\phi_j} \right|^2 = \sum_{j,l} |A_j| |A_l| e^{i(\phi_j - \phi_l)} \\ &= \sum_j |A_j|^2 + \sum_{j \neq l} |A_j| |A_l| e^{i(\phi_j - \phi_l)} , \end{aligned} \quad (1.5)$$

où le premier terme décrit le phénomène de diffusion classique, où la probabilité  $P(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  est la somme des probabilités de chaque trajectoire.

Le second terme de l'équation 1.5 représente quant à lui les interférences dues aux différentes phases accumulées par les différents chemins de diffusion. Intuitivement, on peut considérer que la contribution de ce terme s'annule en moyennant sur les différentes réalisations du désordre,  $\overline{e^{i(\phi_j - \phi_l)}} = 0$ , où  $\overline{\dots}$  désigne la moyenne d'ensemble. Cependant, une étude attentive montre que certaines trajectoires résistent au moyennage sur les réalisations du désordre.

En particulier, les trajectoires pour lesquelles l'onde se retrouve à son point de départ forment des boucles qu'il est possible de parcourir dans les deux sens, comme illustré figure 1.2. Par *symétrie par renversement du temps*, il est donc possible de trouver des paires de trajectoires dont la phase accumulée sera identique. De plus, ces paires de trajectoires existent quelque soit la réalisation du désordre, rendant ce processus d'interférences constructives robuste vis-à-vis du moyennage d'ensemble et  $\overline{e^{i(\phi_j - \phi_l)}} = 1$ . Ainsi, la probabilité qu'une onde retourne à son point de départ est le double de la prédiction classique :

$$P(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = 2 \sum_j |A_j|^2 . \quad (1.6)$$

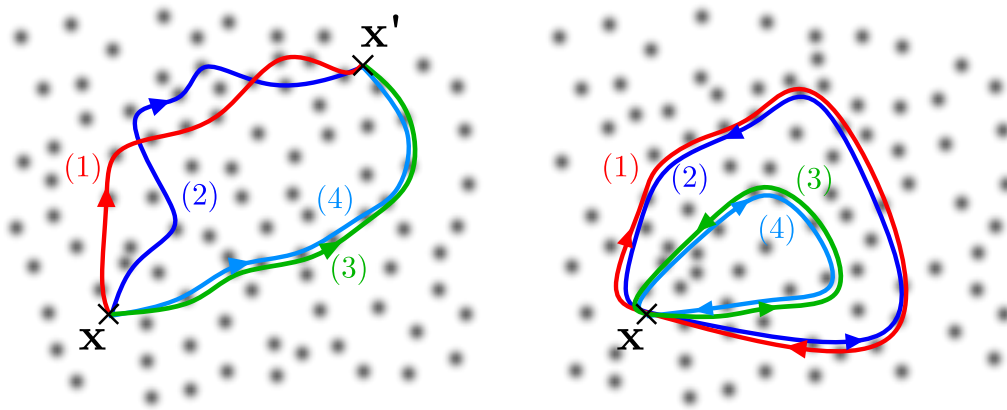


FIGURE 1.2 – **a : Participation des différents chemins de diffusion à la propagation de l'onde.** La probabilité d'arriver au point  $x'$  en partant du point  $x$  est donnée par l'ensemble des trajectoires les reliant. Dans le cas des chemins 1 et 2, la phase accumulée le long de ces trajectoires diffère, détruisant en moyenne le phénomène d'interférence entre ces chemins. **b : Mécanisme de localisation faible.** Les chemins de diffusion pour lesquels l'onde retourne à son point de départ se présentent sous forme de boucles qu'il est possible de parcourir dans les deux sens, comme illustré par les trajectoires 1 et 2, ou encore les trajectoires 3 et 4. Ces paires de trajectoires existent quelle que soit la réalisation du désordre.

Les interférences entre chemins de diffusion tendent alors à favoriser le retour de l'onde à son point d'origine, ralentissant ainsi la diffusion. Cet effet de *localisation faible*, commun à tout type d'onde, a été intensivement étudié dans de nombreux domaines, aussi théoriquement que expérimentalement.

### Corrections de localisation faible

Comme le montre l'équation 1.6, le retour de l'onde à son point d'origine est favorisé à l'aide des interférences constructives qu'il existe entre des trajectoires symétriques par renversement du temps. Notamment, cet effet de localisation faible se traduit par la diminution du coefficient de diffusion par rapport à la prédiction classique 1.4, que l'on peut alors écrire sous la forme

$$D = D_0 - \delta D , \quad (1.7)$$

où  $D_0$  est le coefficient de diffusion classique 1.4, et  $\delta D$  est la correction de localisation faible.

Ces corrections de localisation faible dépendent des détails microscopiques du système, mais aussi de sa dimension  $d$  et de sa taille  $L$ . Celles-ci sont données par [2] :

$$\delta D/D_0 = \begin{cases} \mathcal{O}(L/l_B) & \text{en 1D ,} \\ \mathcal{O}\left(\frac{1}{kl_B} \ln \frac{L}{l_B}\right) & \text{en 2D ,} \\ \mathcal{O}\left(\frac{1}{(kl_B)^2}\right) & \text{en 3D ,} \end{cases} \quad (1.8)$$

et témoignent ainsi de la forte influence de la dimension du système comme nous le verrons plus en détails dans la section suivante.

### 1.1.3 Suppression du transport : Localisation d'Anderson

Les corrections de localisation faible données par l'équation 1.8 font apparaître un comportement remarquable : sous certaines conditions, il est possible que la correction  $\delta D$  soit égale au coefficient de diffusion classique  $D_0$ , entraînant ainsi la suppression du transport avec  $D = 0$ . Cet effet dit de *Localisation forte*, ou encore de *Localisation d'Anderson*, a été découvert en 1958 par *Philip W. Anderson* s'intéressant alors à la diffusion d'une particule quantique dans un réseau désordonné dans le cadre de la physique de la matière condensée [4]. Ces travaux furent récompensés par le prix Nobel de physique en 1977, conjointement avec *Sir Nevill Francis Mott* et *John Hasbrouck van Vleck*.

#### Localisation d'Anderson

La signature la plus spectaculaire de l'influence de la cohérence d'une onde lors de sa propagation dans un milieu désordonné est l'inhibition du transport.

Dans le régime *isolant*<sup>1</sup> de localisation d'Anderson, la fonction d'onde reste localisée aux alentours du point d'origine et présente un profil exponentiel

$$|\psi(\mathbf{x})|^2 \propto e^{-x/\xi_{\text{loc}}} , \quad (1.9)$$

où  $\xi_{\text{loc}}$  correspond à la longueur typique sur laquelle l'onde s'étend, et est appelée *longueur de localisation*.

Il est possible de donner une estimation de cette longueur à l'aide des corrections de localisation faible 1.8. On montre ainsi que pour un système unidimensionnel, tous les états sont très efficacement localisés et  $\xi_{\text{loc}} = 2l_B$ . De ce fait, la localisation d'Anderson se manifeste même pour des désordres faibles pour lesquels  $kl_B \gg 1$ .

De même, à deux dimensions, il a été montré que tous les états restent localisés mais sur des échelles de longueurs bien plus grandes, de l'ordre de  $\xi_{\text{loc}} \sim l_B \exp(kl_B)$ . Pour des désordres faibles ( $kl_B \gg 1$ ), la longueur de localisation excède généralement la taille du système.

Remarquablement, les corrections de localisation faible à trois dimensions ne dépendent pas de la taille du système, mais seulement de la force du désordre  $kl_B$ . Dans le cas d'un désordre faible, les boucles de localisation faible ne sont pas assez nombreuses pour changer de manière significative la dynamique diffusive de l'onde. En revanche, la localisation d'Anderson persiste dans le cas d'un désordre fort où  $kl_B \leq 1$ , pour lequel la phase l'onde varie peu entre deux événements successifs de diffusion.

#### Transition d'Anderson

Il apparaît donc que le cas à trois dimensions présente un intérêt particulier. En effet, un même système peut, selon la force du désordre, présenter un comportement qui soit métallique, soit isolant. Selon l'équation 1.8, on peut estimer que ce changement de comportement se manifeste lorsque

$$kl_B \sim 1 , \quad (1.10)$$

---

1. Par opposition au régime *métallique* où le transport existe.

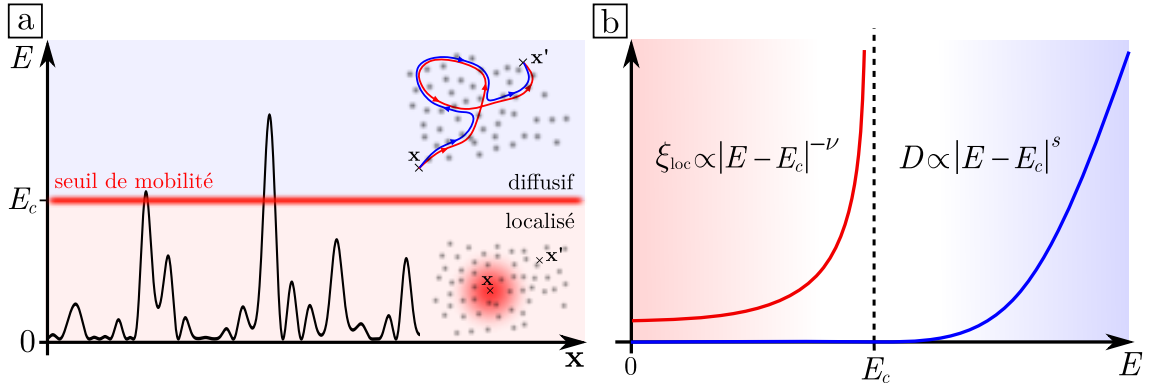


FIGURE 1.3 – **a : Transition d'Anderson.** À trois dimensions, il existe une transition de phase entre états diffusifs et états localisés. Pour une énergie supérieure à l'énergie critique de la transition, appelée seuil de mobilité, l'onde peut diffuser, tandis que pour une énergie inférieure au seuil de mobilité, l'onde est localisée. **b : Régime critique.** La transition d'Anderson est caractérisée par les exposants critiques  $s$  et  $\nu$ , qui décrivent comment évoluent la longueur de localisation et la coefficient de diffusion aux alentours du seuil de mobilité. Dans le régime critique localisé, la longueur de localisation diverge en s'approchant du seuil de mobilité avec un exposant  $\nu$ . Dans le régime critique diffusif, le coefficient de diffusion s'annule selon une loi de puissance d'exposant  $s$ .

condition connue sous le nom de *critère de Ioffe-Regel*.

Il est possible de donner une interprétation intuitive au critère de Ioffe-Regel en se focalisant sur la phase accumulée par l'onde entre deux événements successifs de diffusion. En effet, cette phase est de l'ordre de  $\phi \sim kl_B$ . Dans le régime de désordre fort, la phase de l'onde est donc similaire pour plusieurs événements de diffusion successifs, générant ainsi des interférences constructives entre les différentes ondes diffusées.

Plus particulièrement, il a été montré à l'aide la *théorie d'échelle de la localisation d'Anderson* qu'il existe une transition de phase du deuxième ordre entre états localisés et états diffusifs pour des systèmes à trois dimensions [1]. Le paramètre de contrôle de la transition étant l'énergie  $E$  de l'onde, la transition d'Anderson possède donc une énergie critique  $E_c$  appelée *seuil de mobilité*, comme illustré figure 1.3.a.

La transition d'Anderson est de plus caractérisée par deux exposants critiques  $\nu$  et  $s$ , décrivant respectivement comment la longueur de localisation  $\xi_{\text{loc}}$  diverge pour des états localisés proches du seuil de mobilité et comment le coefficient de diffusion  $D$  s'approche de 0 pour des états diffusifs (voir figure 1.3.b) :

$$D \sim |E - E_c|^s \quad \text{et} \quad \xi_{\text{loc}} \sim |E - E_c|^{-\nu} . \quad (1.11)$$

Bien qu'aucune théorie ne puisse décrire correctement le régime critique de la transition d'Anderson à l'heure actuelle, plusieurs études numériques s'accordent sur les valeurs  $s = \nu = 1.58$  des exposants critiques [56] [16] [57].

## 1.2 Localisation des atomes froids

La localisation d'Anderson étant due au caractère ondulatoire du système étudié, celle-ci est donc commune à tout type d'onde, qu'elle soit classique (ondes lumineuses ou acoustiques) ou quantique (ondes électroniques, ondes de matière). Ce phénomène a donc été étudié expérimentalement à l'aide d'un grand nombre de systèmes dont nous allons brièvement présenter les principaux résultats ici, en mettant l'accent sur la transition métal-isolant.

### 1.2.1 Etudes expérimentales de la localisation d'Anderson

L'étude expérimentale de la localisation d'Anderson constitue un domaine de recherche qui s'est énormément développé, débutant dans les années 70-80 avec des systèmes électro-niques et faisant aujourd'hui encore l'objet de recherches intenses.

#### Localisation dans les systèmes électroniques

Les premières expériences furent menées à l'aide de systèmes électroniques, et purent démontrer des effets de localisation faible ainsi que des effets de localisation forte [34][40]. Rapidement, les efforts se sont concentrés sur l'observation de la transition métal-isolant<sup>2</sup> prédite par la théorie d'échelle de la localisation.

Cependant, une étude quantitative de la transition s'est révélée ardue en raison de la complexité de ces systèmes. En particulier, la présence d'interactions coulombiennes entre les électrons modifie profondément les propriétés de localisation, et rend délicate la distinction expérimentale entre la transition métal-isolant liée au désordre (transition d'Anderson) et la transition métal-isolant liée aux interactions (transition de Mott). Ces effets sont particulièrement marqués par la comparaison entre les exposants critiques mesurés ( $\nu \sim 1$  pour [54]) et ceux estimés à l'aide de simulations numériques ( $\nu \sim 1.58$ ).

#### Localisation dans les systèmes classiques

L'utilisation des ondes classiques s'est alors imposée comme étant un moyen de réaliser des systèmes mieux contrôlés que dans le cadre de la matière condensée. Les premières signatures de la localisation d'Anderson ont été obtenues dans les années 90 avec des ondes ultrasonores [63], des ondes mécaniques de flexion [67], des micro-ondes [19] ainsi que des ondes lumineuses [66].

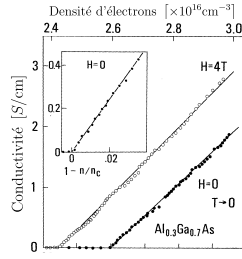
Cependant, ces expériences s'appuyaient sur la décroissance exponentielle de l'intensité de l'onde pour analyser leurs résultats. Leur interprétation fut controversée en raison de l'existence d'autres phénomènes présentant la même signature, en particulier l'absorption qui présente aussi une décroissance exponentielle de l'intensité de l'onde comme décrit par la loi de Beer-Lambert [51]. Depuis, d'autres signatures ont été exploitées telle que la dynamique de l'onde en régime pulsé [64] ou encore les fluctuations géantes de transmission [38] afin d'observer sans ambiguïté la localisation d'Anderson.

---

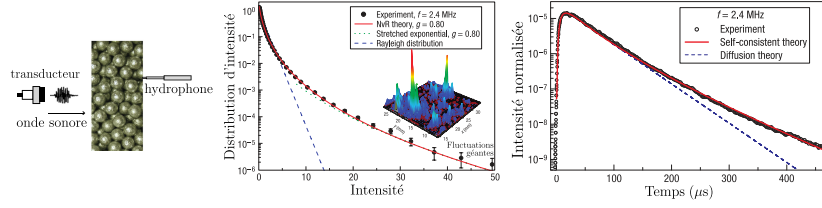
2. Cette dénomination prend tout son sens dans les systèmes électroniques : les expériences menées correspondent à des mesures de conductivité.



## Localisation des électrons

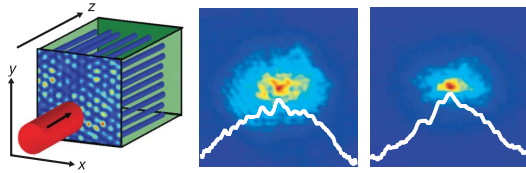


## Localisation des ondes sonores



## Localisation de la lumière

Dans des matériaux photoréfractifs



Dans des cristaux photoniques

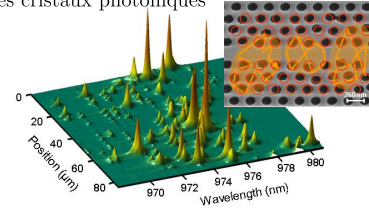


FIGURE 1.4 – **Etudes expérimentales de la localisation d’Anderson.** A basse température, un métal peut devenir isolant à cause du désordre, sa conductivité s’annulant alors. Cette transition peut être atteinte en diminuant la densité d’électrons. Figure tirée de [27]. La localisation d’Anderson d’ondes acoustiques dans un réseau désordonné de billes d’aluminium peut être étudiée à l’aide d’un hydrophone après sa propagation. Il est possible de relever la distribution d’intensité de l’onde ainsi que son profil temporel qui présentent des signatures de la localisation d’Anderson. Figure tirée de [22]. La localisation de la lumière peut être étudiée à l’aide de plusieurs systèmes, tels que des matériaux photoréfractifs composés d’un réseau désordonné de guides d’ondes (figure tirée de [52]) ou encore dans des cristaux photoniques (figure tirée de [50]).

Encore aujourd’hui, la difficulté expérimentale s’accroît fortement en augmentant la dimension du système. En particulier, augmenter le pouvoir diffusant du milieu à trois dimensions afin d’atteindre le critère de Ioffe-Regel  $kl_B \sim 1$  tout en s’affranchissant de l’absorption reste un tour de force expérimental. Ainsi, la seule observation de la localisation d’Anderson à trois dimensions faisant consensus a été réalisée au Canada dans le groupe de J. Page à l’aide d’ondes acoustiques se propageant dans des billes d’aluminium [22].

Notons finalement que la localisation à trois dimensions d’ondes lumineuses fait l’objet de recherches intenses très débattues. Enfin, une récente étude numérique prédit l’absence de la localisation d’Anderson à trois dimensions dans le cas d’ondes lumineuses en raison de leur caractère vectoriel [55].

### 1.2.2 L’approche des atomes froids

Depuis le milieu des années 2000, une nouvelle plateforme présentant un degré de contrôle du système inédit participe à l’étude de la physique du désordre : les atomes ultra-froids. Ces systèmes, utilisés en interférométrie atomique et pour de la simulation quantique, sont bien connus pour leurs propriétés de cohérence sous forme de *condensats de Bose-Einstein* et offrent des possibilités expérimentales complexes qu’il n’est pas possible de réaliser à l’aide d’autres systèmes.

En effet, les expériences d'atomes ultra-froids présentent un grand nombre d'avantages : il est possible d'imager la fonction d'onde des atomes aussi bien dans l'espace réel grâce à une imagerie *in-situ* que dans l'espace des vitesses à l'aide d'une imagerie par *temps de vol*. De plus, les atomes ultra-froids ne présentent pas d'absorption, et dépassent ainsi les difficultés des expériences pionnières d'observation de la localisation d'Anderson. Enfin, de tels systèmes offrent un contrôle absolu des paramètres microscopiques, en particulier des paramètres du désordre, mais aussi ceux de l'onde et des interactions entre particules, et la dimension du système. Les atomes ultra-froids apparaissent alors comme une plateforme idéale pour étudier la physique du désordre.

### Atomes ultra-froids et désordre

Il existe différentes méthodes pour générer un désordre sur les atomes. Parmi les plus utilisées on retrouve les champs de tavelures optiques, ou *speckle*, et les réseaux bichromatiques pour lesquels un réseau de faible amplitude vient moduler de manière quasi-aléatoire le réseau principal (voir figure 1.5. Notons aussi le développement récent de désordres générés à l'aide de modulateurs spatiaux de lumière ou de matrices de micro-miroirs, permettant de réaliser des profils d'illumination arbitraires.

Toutes ces façons de réaliser un désordre pour les atomes possèdent un point commun : ils sont générés à l'aide de champs lumineux et possèdent donc une longueur typique de variation, ou *longueur de variation*  $\sigma$ , généralement de l'ordre du micromètre. En particulier, les effets quantiques associés au comportement ondulatoire de la matière sont attendus lorsque la longueur de *de Broglie* est plus grande que la longueur de corrélation :

$$\lambda_{dB} \geq \sigma \quad \text{soit} \quad T_{\text{typ}} \leq \frac{\hbar^2}{k_B m \sigma^2} \sim \text{quelques nanokelvins.} \quad (1.12)$$

L'observation d'effets quantiques en présence de désordre nécessite donc des températures extraordinairement basses obtenues avec des *condensats de Bose-Einstein*.

Cependant, l'obtention de telles températures n'est pas nécessaire pour observer la dynamique diffusive d'atomes dans un désordre optique. Notamment, celle-ci a été étudiée en deux dimensions en se concentrant sur la décroissance temporelle de la densité atomique [49]. Plus particulièrement, une décroissance de la densité atomique en  $1/t$  au centre du nuage servant de point source, signature de la dynamique diffusive, a été observée en présence de désordre, tandis que celle-ci est caractérisée par une décroissance en  $1/t^2$  pour une expansion balistique en absence de désordre.

### Localisation d'Anderson d'ondes atomiques

C'est en 2008 qu'a été observée la localisation d'Anderson d'ondes de matière simultanément dans deux expériences illustrées sur la figure 1.5. L'expérience de Roati et al. [48] réalisée au LENS à Florence, rapporte l'arrêt de l'expansion d'un condensat de Bose-Einstein de  $^{39}\text{K}$  placé dans un potentiel unidimensionnel composé d'un réseau bichromatique. La seconde expérience, menée au Laboratoire Charles Fabry à Palaiseau, rapporte aussi l'arrêt de l'expansion d'un condensat de Bose-Einstein de  $^{87}\text{Rb}$  plongé dans un guide d'onde optique unidimensionnel et dans un désordre de type speckle [? ]. De plus, la mesure du profil de densité atomique montre la décroissance exponentielle 1.9 de la fonction d'onde localisée, comme représenté figure 1.5.b.

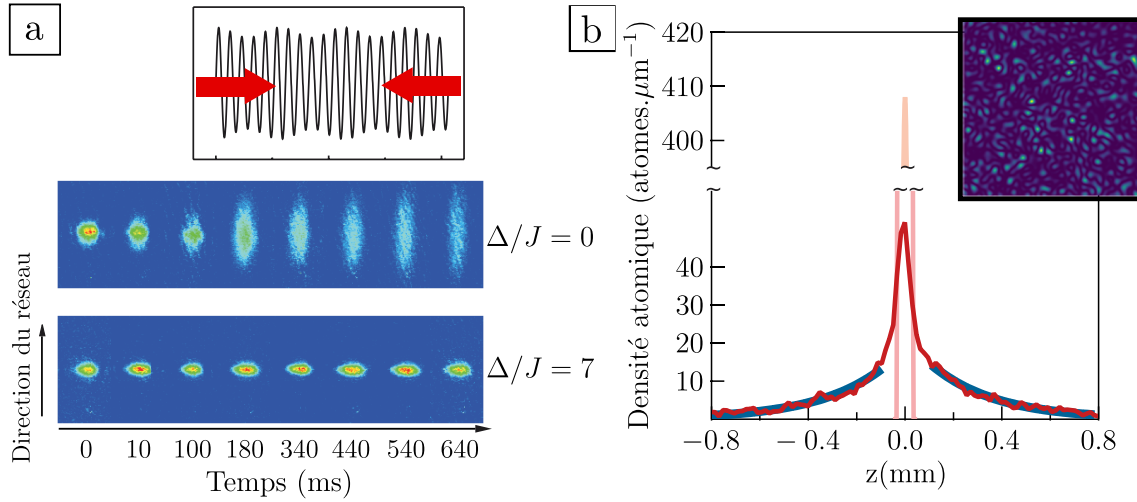


FIGURE 1.5 – **Localisation d'ondes atomiques dans un réseau bichromatique.** Stuff. Figure tirée de [48] **Localisation d'Anderson d'ondes de matière dans un speckle.** Figure tirée de [?].

Ces expériences ont ainsi démontré la pertinence des atomes ultra-froids pour l'étude des systèmes désordonnés, et déclenché ainsi de nombreux efforts expérimentaux pour l'étude de la localisation d'Anderson dans des systèmes de dimensions 2 et 3.

C'est que récemment (2019) que la localisation d'Anderson a pu être observée à l'aide d'atomes froids en raison de l'augmentation exponentielle de la longueur de localisation avec la faiblesse du désordre. White et al. rapportent ainsi l'observation de la localisation d'Anderson en deux dimensions à l'aide d'une expérience de transmission entre deux réservoirs, et témoignent du profil exponentiel de la fonction d'onde dans le canal désordonné [65].

### Localisation d'Anderson en trois dimensions

C'est principalement vers l'étude de la localisation d'Anderson à trois dimensions et plus particulièrement vers l'étude du régime critique que ce se sont concentrés les efforts expérimentaux après l'observation de la localisation unidimensionnelle. Un des facteurs expliquant ce développement en faveur du cas tridimensionnel par rapport au cas bidimensionnel provient de la distinction entre la localisation d'Anderson, d'origine quantique, et le piégeage classique. Notamment, il a été montré que pour un potentiel de type speckle à trois dimensions, la percolation classique est négligeable [43], contrairement au cas bidimensionnel où cette question est critique.

Trois expériences rapportent ainsi l'observation de la localisation d'Anderson à trois dimensions. Le groupe de B. de Marco à Urbana Champaign a ainsi utilisé un gaz fermionique de  $^{40}\text{K}$  dans un potentiel speckle anisotrope [31]. Simultanément, l'équipe de Palaiseau a observé un arrêt de l'expansion d'une partie du nuage de  $^{87}\text{Rb}$  plongé dans un désordre isotrope généré par la superposition cohérente de deux speckles, pour des durées d'observation allant jusqu'à 8 s [26]. Enfin, une expérience récente menée au LENS dans l'équipe de G. Modugno rapporte l'observation de la localisation complète du nuage atomique de  $^{39}\text{K}$ , dont les interactions ont été annulées à l'aide de résonances de Feshbach

FIGURE 1.6 – Observation de la localisation d'Anderson à trois dimensions avec des atomes ultra-froids. Stuff.

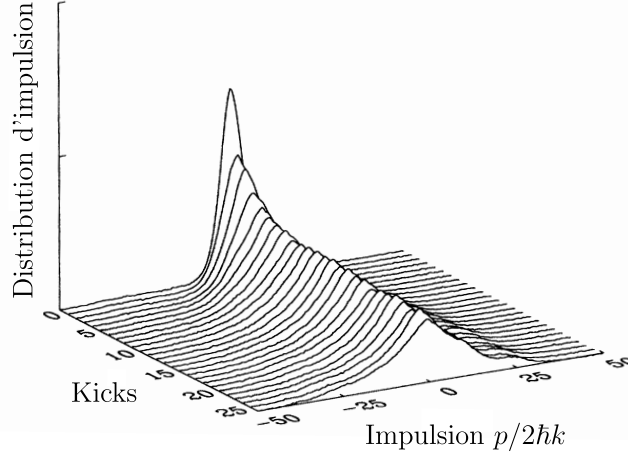


FIGURE 1.7 – **Localisation dynamique d'atomes froids.** Un nuage d'atomes de sodium est soumis à des kicks périodiques, induisant une marche aléatoire dans l'espace des impulsions. Après un certain nombre de kicks, la distribution d'impulsion se fige et présente une décroissance exponentielle. Figure tirée de [? ]. **Régler le problème de transparence/fond de l'image.**

[53].

Ces trois expériences constituent une étape importante de l'étude de la localisation d'Anderson, mais ne permettent pas d'adresser l'étude du régime critique, comme nous le verrons dans la partie suivante.

### Localisation dynamique

Notons enfin l'existence d'un autre système permettant d'étudier la localisation d'Anderson à l'aide d'atomes froids, basé sur le phénomène de *localisation dynamique*. Développé expérimentalement dans les années 1990 [? ], le système de *rotateurs forcés* (ou *kicked rotors* en anglais) repose sur un mapping entre un rotateur pulsé périodiquement et un modèle d'Anderson, et se focalise sur l'apparition du phénomène de localisation dans l'espace des vitesses [? ].

En effet, à l'aide d'une onde stationnaire pulsée périodiquement, équivalente à une transmission périodique d'impulsion aléatoire, on peut décrire le mouvement des atomes soumis à ces *kicks* comme une marche aléatoire dans l'espace des vitesses. Cependant, la richesse de ce système réside dans sa dynamique quantique, grâce à laquelle le phénomène de localisation apparaît de manière équivalente à celle dans l'espace réel et présente une localisation exponentielle de la distribution de vitesses des atomes illustrée figure 1.7.

L'extension du kicked rotor unidimensionnel à des dimensions supérieures  $d = 2$  et  $d = 3$  a pu se faire à l'aide d'une modulation temporelle des kicks [? ]. Le *kicked rotor quasi-périodique* possède une transition de phase métal-isolant d'Anderson, confortée par

l'existence d'un mapping [?] ainsi que par des études numériques [?]. L'expérience de Chabé et al. réalisée à Lille rapporte ainsi une valeur de  $\nu = 1.63 \pm 0.05$  de l'exposant critique de la transition de phase associée. Cette mesure constitue aujourd'hui encore la seule mesure expérimentale des exposants critiques de la transition d'Anderson compatible avec les estimations numériques [?][?].

## 1.3 Vers l'étude du régime critique

### 1.3.1 Etat de l'art de l'étude de la transition d'Anderson

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

### 1.3.2 Nécessité d'une spectroscopie pour sonder le régime critique

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



## Bibliographie

- [1] E. Abrahams, P. Anderson, D. Licciardello, and T. Ramakrishnan. Scaling theory of localization : Absence of quantum diffusion in two dimensions. *Physical Review Letters*, 42(10) :673, 1979.
- [2] E. Akkermans and G. Montambaux. *Mesoscopic physics of electrons and photons*. Cambridge university press, 2007.
- [3] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor. *science*, pages 198–201, 1995.
- [4] P. W. Anderson. Absence of diffusion in certain random lattices. *Physical review*, 109(5) :1492, 1958.
- [5] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin. Solid state physics (saunders college, philadelphia, 1976). *Appendix N*, 166, 2010.
- [6] M. Barrett, J. Sauer, and M. Chapman. All-optical formation of an atomic bose-einstein condensate. *Physical Review Letters*, 87(1) :010404, 2001.
- [7] J.-L. Basdevant, J. Dalibard, and M. Joffre. *Mécanique quantique*. Editions Ecole Polytechnique, 2002.
- [8] A. Bernard. *Transport quantique d’ondes atomiques ultrafroides : localisation d’Anderson et laser à atomes guidé*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2010.
- [9] V. Boyer. *Condensation de Bose-Einstein avec un électroaimant à noyau ferromagnétique : stratégies de refroidissement dans des champs magnétiques intenses*. PhD thesis, Paris 11, 2000.
- [10] J.-P. Brantut. *Manipulation d’atomes froids dans des potentiels lumineux*. PhD thesis, Paris 11, 2009.

- [11] E. Burt, R. Ghrist, C. Myatt, M. Holland, E. A. Cornell, and C. Wieman. Coherence, correlations, and collisions : What one learns about bose-einstein condensates from their decay. *Physical Review Letters*, 79(3) :337, 1997.
- [12] C. Cohen-Tannoudji. Atomes ultrafroids : Piegeage non dissipatif et refroidissement évaporatif. *Cours au College de France*, 1997, 1996.
- [13] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. Kurn, and W. Ketterle. Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Physical review letters*, 75(22) :3969, 1995.
- [14] V. Denechaud. *Vers une étude spectroscopique de la transition d'Anderson*. PhD thesis, Université Paris Saclay, 2018.
- [15] B. Diu, B. Roulet, C. Guthmann, and D. Lederer. *Eléments de physique statistique*. Hermann, 1989.
- [16] F. Evers and A. D. Mirlin. Anderson transitions. *Reviews of Modern Physics*, 80(4) : 1355, 2008.
- [17] M. Fauquembergue. *Réalisation d'un dispositif de condensation de Bose-Einstein et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes*. PhD thesis, Paris 11, 2004.
- [18] A. Gatti, D. Magatti, and F. Ferri. Three-dimensional coherence of light speckles : theory. *Physical Review A*, 78(6) :063806, 2008.
- [19] A. Genack and N. Garcia. Observation of photon localization in a three-dimensional disordered system. *Physical review letters*, 66(16) :2064, 1991.
- [20] J. W. Goodman. *Speckle phenomena in optics : theory and applications*. Roberts and Company Publishers, 2007.
- [21] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *arXiv preprint physics/9902072*, 1999.
- [22] H. Hu, A. Strybulevych, J. Page, S. E. Skipetrov, and B. A. van Tiggelen. Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network. *Nature Physics*, 4(12) :945–948, 2008.
- [23] J. Hu, A. Urvoy, Z. Vendeiro, V. Crépel, W. Chen, and V. Vuletić. Creation of a bose-condensed gas of 87rb by laser cooling. *Science*, 358(6366) :1078–1080, 2017.
- [24] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin. Accelerating evaporative cooling of atoms into bose-einstein condensation in optical traps. *Physical Review A*, 78(1) : 011604, 2008.
- [25] F. Jendrzejewski. *Quantum transport of ultracold atoms in disordered potentials*. PhD thesis, Paris 11, 2012.
- [26] F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Mueller, P. Cheinet, V. Josse, M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer. Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential. *Nature Physics*, 8(5) :398–403, 2012.



- [27] S. Katsumoto, F. Komori, N. Sano, and S.-i. Kobayashi. Fine tuning of metal-insulator transition in  $\text{Al}_0.3\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  using persistent photoconductivity. *Journal of the Physical Society of Japan*, 56(7) :2259–2262, 1987.
- [28] A. Keshet. Cicero word generator technical and user manual, 2008. URL <http://akeshet.github.io/Cicero-Word-Generator/>.
- [29] A. Keshet and W. Ketterle. A distributed, graphical user interface based, computer control system for atomic physics experiments. *Review of Scientific Instruments*, 84(1) :015105, 2013.
- [30] W. Ketterle and N. Van Druten. Evaporative cooling of trapped atoms. In *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, volume 37, pages 181–236. Elsevier, 1996.
- [31] S. Kondov, W. McGehee, J. Zirbel, and B. DeMarco. Three-dimensional anderson localization of ultracold matter. *Science*, 334(6052) :66–68, 2011.
- [32] O. Luiten, M. Reynolds, and J. Walraven. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Physical Review A*, 53(1) :381, 1996.
- [33] D. Magatti, A. Gatti, and F. Ferri. Three-dimensional coherence of light speckles : experiment. *Physical Review A*, 79(5) :053831, 2009.
- [34] N. Mott and E. Davis. *Electronic processes in non-crystalline solids*, clarendon, 1979.
- [35] M. Mukhtar. *State-dependent disordered potential for studies of Anderson transition with ultracold atoms*. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2019.
- [36] K. Muller. *Coherent transport of ultracold atoms in disordered potentials : Manipulation of time-reversal symmetry in weak localization experiments*. PhD thesis, Paris 11, 2015.
- [37] P. Murthy, D. Kedar, T. Lompe, M. Neidig, M. Ries, A. Wenz, G. Zürn, and S. Jochim. Matter-wave fourier optics with a strongly interacting two-dimensional fermi gas. *Physical Review A*, 90(4) :043611, 2014.
- [38] T. M. Nieuwenhuizen and M. Van Rossum. Intensity distributions of waves transmitted through a multiple scattering medium. *Physical review letters*, 74(14) :2674, 1995.
- [39] K. O'hara, M. E. Gehm, S. Granade, and J. Thomas. Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Physical Review A*, 64(5) :051403, 2001.
- [40] M. Paalanen, T. Rosenbaum, G. Thomas, and R. Bhatt. Critical scaling of the conductance in a disordered insulator. *Physical review letters*, 51(20) :1896, 1983.
- [41] M. Pasek, G. Orso, and D. Delande. Anderson localization of ultracold atoms : Where is the mobility edge? *Physical review letters*, 118(17) :170403, 2017.
- [42] C. J. Pethick and H. Smith. *Bose–Einstein condensation in dilute gases*. Cambridge university press, 2008.
- [43] S. Pilati, S. Giorgini, M. Modugno, and N. Prokof'ev. Dilute bose gas with correlated disorder : a path integral monte carlo study. *New Journal of Physics*, 12(7) :073003, 2010.
- [44] M. Piraud. *Localisation d'Anderson d'ondes de matière dans un désordre corrélé : de 1D à 3D*. PhD thesis, Paris 11, 2012.

- [45] J. Richard. *Propagation d'atomes ultra-froids en milieu désordonné—Étude dans l'espace des impulsions de phénomènes de diffusion et de localisation*. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2015.
- [46] J. Richard, L.-K. Lim, V. Denechaud, V. V. Volchkov, B. Lecoutre, M. Mukhtar, F. Jendrzejewski, A. Aspect, A. Signoles, L. Sanchez-Palencia, et al. Elastic scattering time of matter waves in disordered potentials. *Physical review letters*, 122(10) :100403, 2019.
- [47] J.-F. Riou. *Etude des propriétés de propagation d'un laser à atomes*. PhD thesis, Paris 11, 2006.
- [48] G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio. Anderson localization of a non-interacting bose–einstein condensate. *Nature*, 453(7197) :895–898, 2008.
- [49] M. Robert-De-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer. Anisotropic 2d diffusive expansion of ultracold atoms in a disordered potential. *Physical Review Letters*, 104(22) :220602, 2010.
- [50] L. Sapienza, H. Thyrestrup, S. Stobbe, P. D. Garcia, S. Smolka, and P. Lodahl. Cavity quantum electrodynamics with anderson-localized modes. *Science*, 327(5971) :1352–1355, 2010.
- [51] F. Scheffold, R. Lenke, R. Tweer, and G. Maret. Localization or classical diffusion of light ? *Nature*, 398(6724) :206–207, 1999.
- [52] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, and M. Segev. Transport and anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices. *Nature*, 446(7131) :52–55, 2007.
- [53] G. Semeghini, M. Landini, P. Castilho, S. Roy, G. Spagnolli, A. Trenkwalder, M. Fattori, M. Inguscio, and G. Modugno. Measurement of the mobility edge for 3d anderson localization. *Nature Physics*, 11(7) :554–559, 2015.
- [54] I. Shlimak, M. Kaveh, R. Ussyshkin, V. Ginodman, and L. Resnick. Determination of the critical conductivity exponent for the metal-insulator transition at nonzero temperatures : universality of the transition. *Physical review letters*, 77(6) :1103, 1996.
- [55] S. E. Skipetrov and I. M. Sokolov. Absence of anderson localization of light in a random ensemble of point scatterers. *Physical review letters*, 112(2) :023905, 2014.
- [56] K. Slevin and T. Ohtsuki. Corrections to scaling at the anderson transition. *Physical review letters*, 82(2) :382, 1999.
- [57] K. Slevin and T. Ohtsuki. Critical exponent for the anderson transition in the three-dimensional orthogonal universality class. *New Journal of Physics*, 16(1) :015012, 2014.
- [58] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, and J. Dalibard. Three-body decay of a rubidium bose–einstein condensate. *Applied physics B*, 69(4) :257–261, 1999.
- [59] D. A. Steck. Rubidium 87 d line data, 2001.

- [60] S. Stellmer, B. Pasquiou, R. Grimm, and F. Schreck. Laser cooling to quantum degeneracy. *Physical review letters*, 110(26) :263003, 2013.
- [61] V. V. Volchkov, M. Pasek, V. Denechaud, M. Mukhtar, A. Aspect, D. Delande, and V. Josse. Measurement of spectral functions of ultracold atoms in disordered potentials. *Physical review letters*, 120(6) :060404, 2018.
- [62] J. Walraven. Elements of quantum gases : Thermodynamic and collisional properties of trapped atomic gases. *Les Houches-predoc lectures*, 2010 :207, 2010.
- [63] R. L. Weaver. Anderson localization of ultrasound. *Wave motion*, 12(2) :129–142, 1990.
- [64] R. L. Weaver. Anomalous diffusivity and localization of classical waves in disordered media : the effect of dissipation. *Physical Review B*, 47(2) :1077, 1993.
- [65] D. H. White, T. A. Haase, D. J. Brown, M. D. Hoogerland, M. S. Najafabadi, J. L. Helm, C. Gies, D. Schumayer, and D. A. Hutchinson. Observation of two-dimensional anderson localisation of ultracold atoms. *arXiv preprint arXiv :1911.04858*, 2019.
- [66] D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, and R. Righini. Localization of light in a disordered medium. *Nature*, 390(6661) :671–673, 1997.
- [67] L. Ye, G. Cody, M. Zhou, P. Sheng, and A. N. Norris. Observation of bending wave localization and quasi mobility edge in two dimensions. *Physical review letters*, 69(21) :3080, 1992.