

Naissance des oscillations dans les instruments de type clarinette à paramètre de contrôle variable

Baptiste Bergeot

En vue de l'obtention du grade de **docteur de l'Université du Maine**

Direction : **André Almeida, Christophe Vergez et Bruno Gazengel**

10 Octobre 2013



Sommaire

- 1 Introduction
- 2 État de l'art dans le domaine de l'acoustique musicale
- 3 Observations sur des systèmes maîtrisés
- 4 Expression analytique de l'enveloppe du cas dynamique
- 5 Conclusion et perspectives

Contexte général

Projet ANR SDNS-AIMV

Systèmes Dynamiques Non Stationnaires - Application aux Instruments de Musique à Vent

Étude des transitoires d'attaque dans les clarinettes



Contexte général

Projet ANR SDNS-AIMV

Systèmes Dynamiques Non Stationnaires - Application aux Instruments de Musique à Vent

Étude des transitoires d'attaque dans les clarinettes

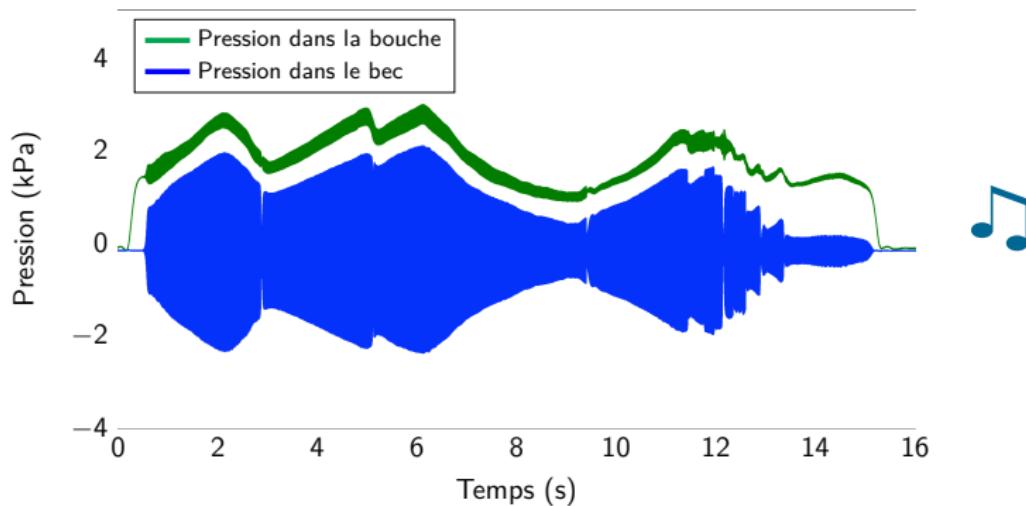


Figure : Exercice d'entraînement joué à la clarinette par P.A. Taillard sur un boc instrumenté (SDNS-AIMV). Phrase musicale complète.

Contexte général

Projet ANR SDNS-AIMV

Systèmes Dynamiques Non Stationnaires - Application aux Instruments de Musique à Vent

Étude des transitoires d'attaque dans les clarinettes

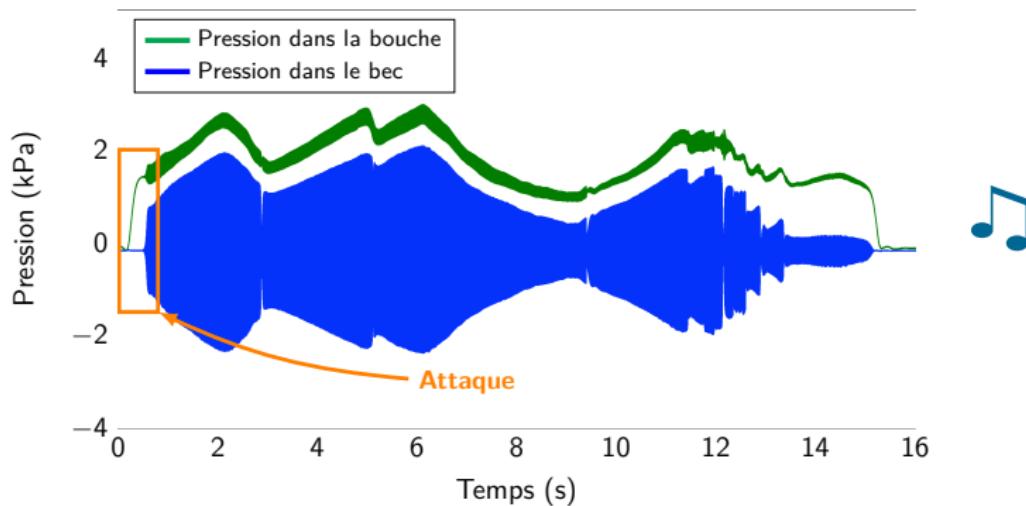


Figure : Exercice d'entraînement joué à la clarinette par P.A. Taillard sur un boc instrumenté (SDNS-AIMV). Phrase musicale complète.

Description de l'attaque

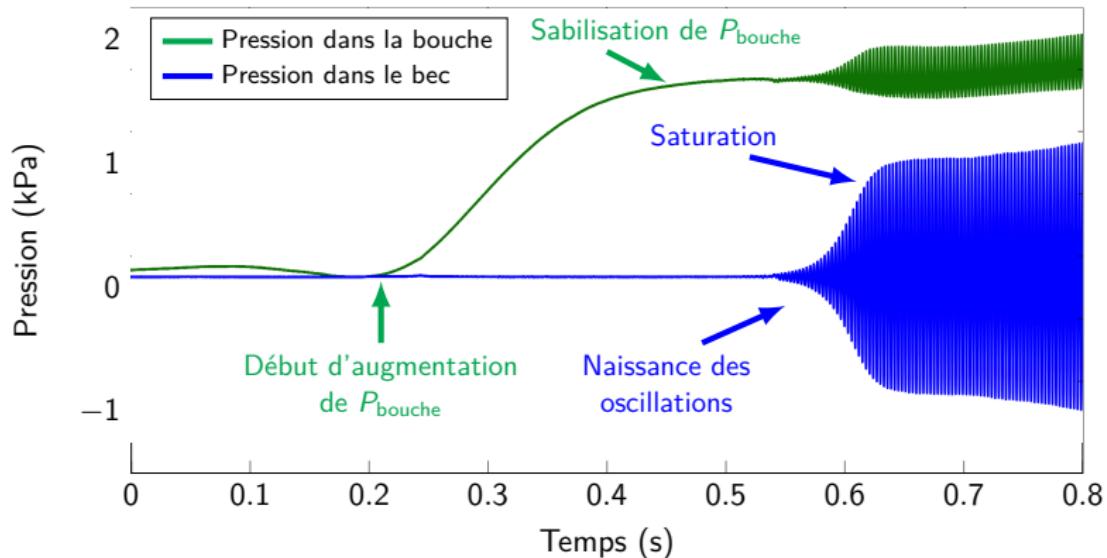


Figure : Exercice d'entraînement joué à la clarinette par P.A. Taillard sur un bec instrumenté (SDNS-AIMV). Description de l'attaque.

Transitoire d'attaque

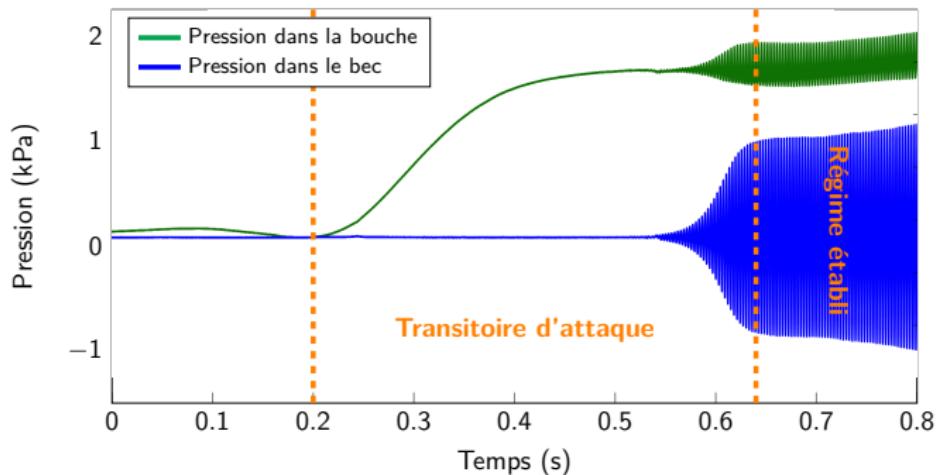


Figure : Exercice d'entraînement joué à la clarinette. Début et fin du transitoire d'attaque.

Transitoire d'attaque :

- ⇒ **Début** : moment où la pression dans la bouche commence à augmenter ;
- ⇒ **Fin** : quand le régime établi sur la pression dans le bec est atteint.

**Pendant le transitoire d'attaque
le musicien contrôle :**



**Pendant le transitoire d'attaque
le musicien contrôle :**

⇒ la pression dans sa bouche;



**Pendant le transitoire d'attaque
le musicien contrôle :**

- ⇒ la pression dans sa bouche ;
- ⇒ la force d'appui de sa lèvre sur l'anche ;



**Pendant le transitoire d'attaque
le musicien contrôle :**

- ⇒ la pression dans sa bouche ;
- ⇒ la force d'appui de sa lèvre sur l'anche ;
- ⇒ conduit vocal ;



**Pendant le transitoire d'attaque
le musicien contrôle :**

- ⇒ la pression dans sa bouche ;
- ⇒ la force d'appui de sa lèvre sur l'anche ;
- ⇒ conduit vocal ;
- ⇒ l'ouverture du canal d'anche avec sa langue ;



**Pendant le transitoire d'attaque
le musicien contrôle :**

- ⇒ la pression dans sa bouche ;
- ⇒ la force d'appui de sa lèvre sur l'anche ;
- ⇒ conduit vocal ;
- ⇒ l'ouverture du canal d'anche avec sa langue ;
- ⇒ ...



**Pendant le transitoire d'attaque
le musicien contrôle :**

- ⇒ la pression dans sa bouche ;
- ⇒ la force d'appui de sa lèvre sur l'anche ;
- ⇒ conduit vocal ;
- ⇒ l'ouverture du canal d'anche avec sa langue ;
- ⇒ ...

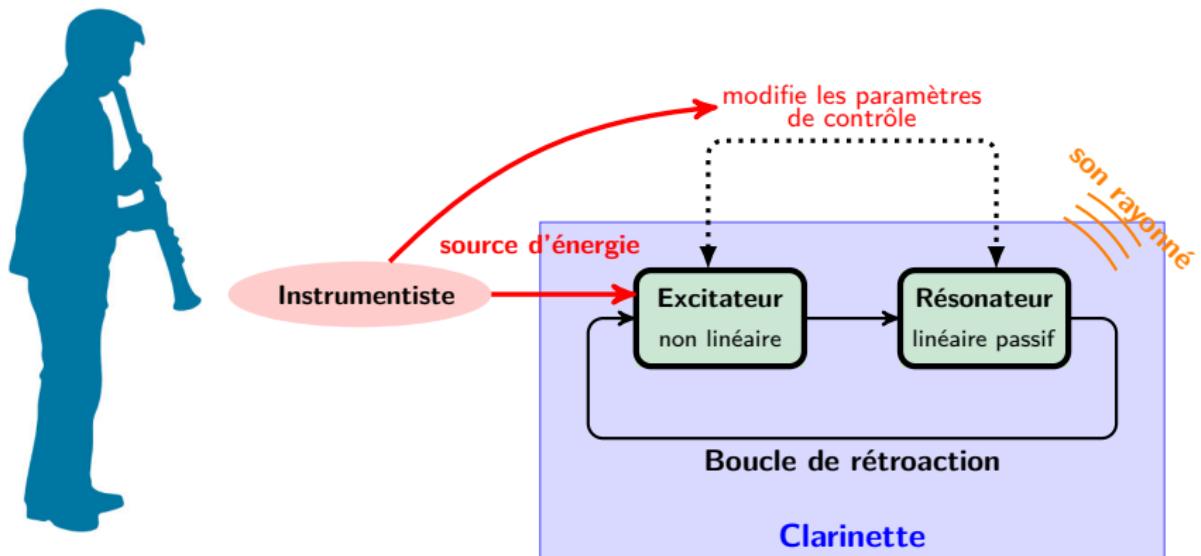
Paramètres de contrôle



Geste instrumental



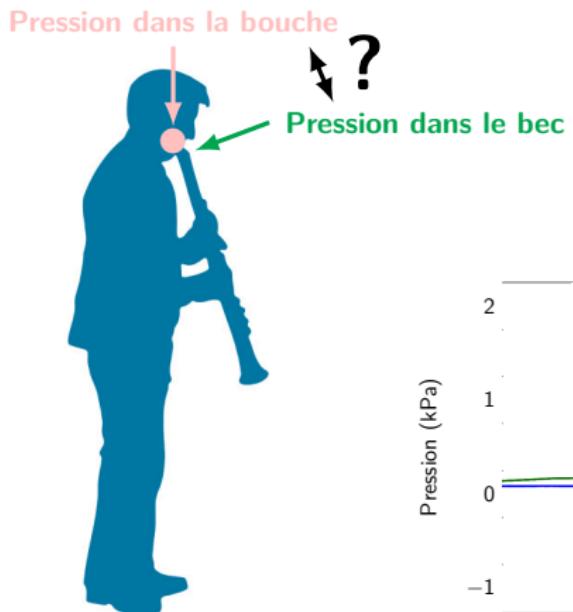
La clarinette : un instrument auto-oscillant



[Mc Intyre et al., *On the oscillation of musical instruments*, JASA, 1983.]

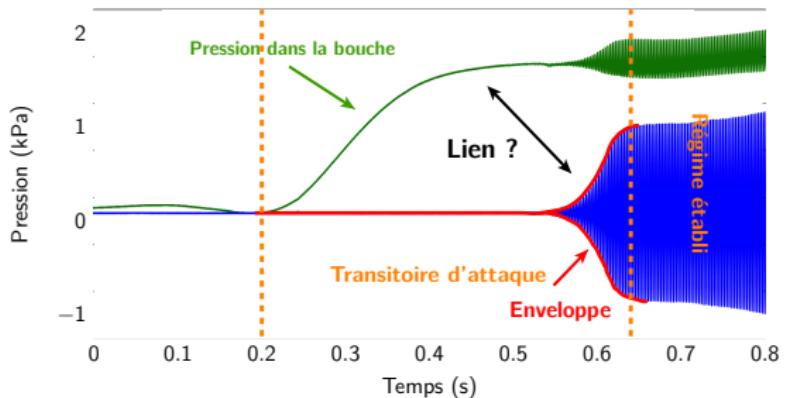
On s'intéresse à l'influence de la variation de la **pression dans la bouche** sur la naissance des auto-oscillations (**observées dans le bec.**)

On s'intéresse à l'influence de la variation de la **pression dans la bouche** sur la naissance des auto-oscillations (**observées dans le bec.**)

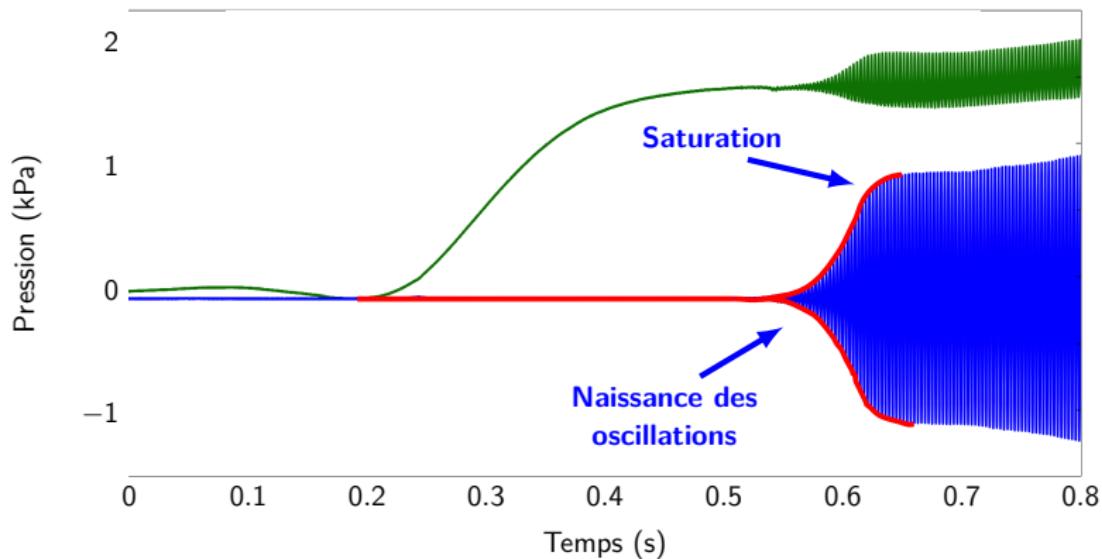


Objectif

Relier l'**enveloppe de la pression dans le bec** au **profil temporel de la pression de la bouche**.

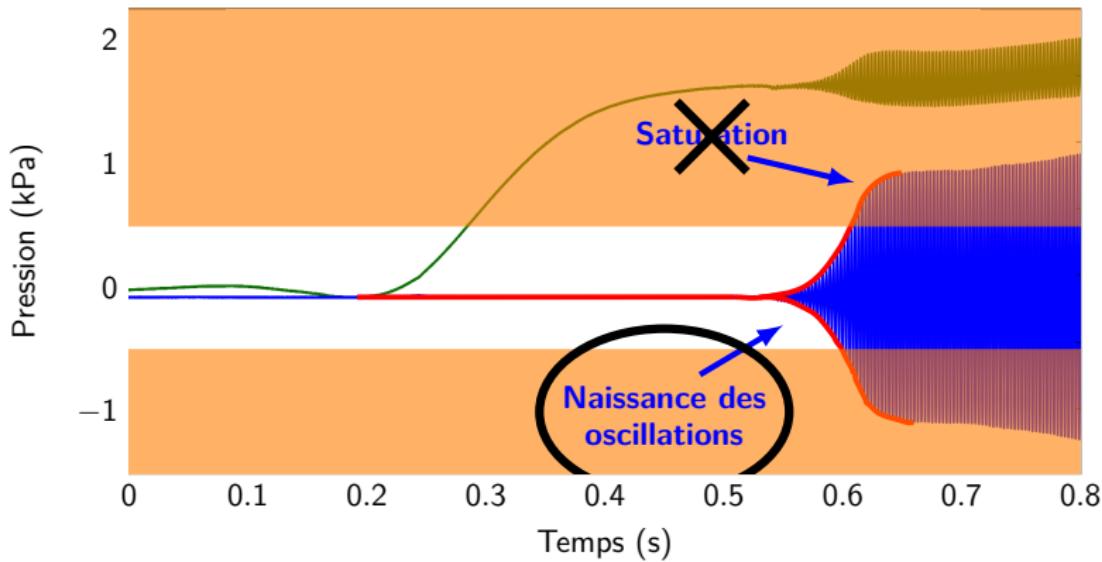


Réduction du domaine d'étude :



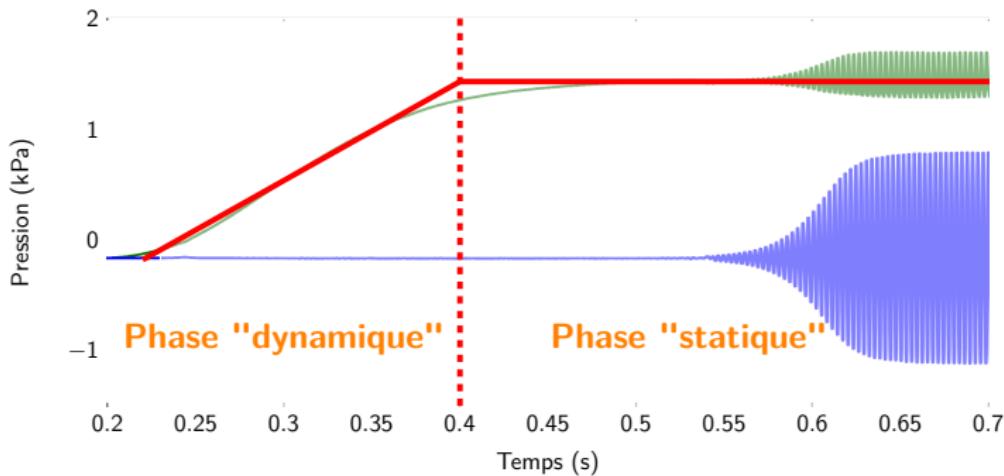
Réduction du domaine d'étude :

⇒ On ne s'intéresse qu'à la naissance des oscillations. Pas à la saturation ;

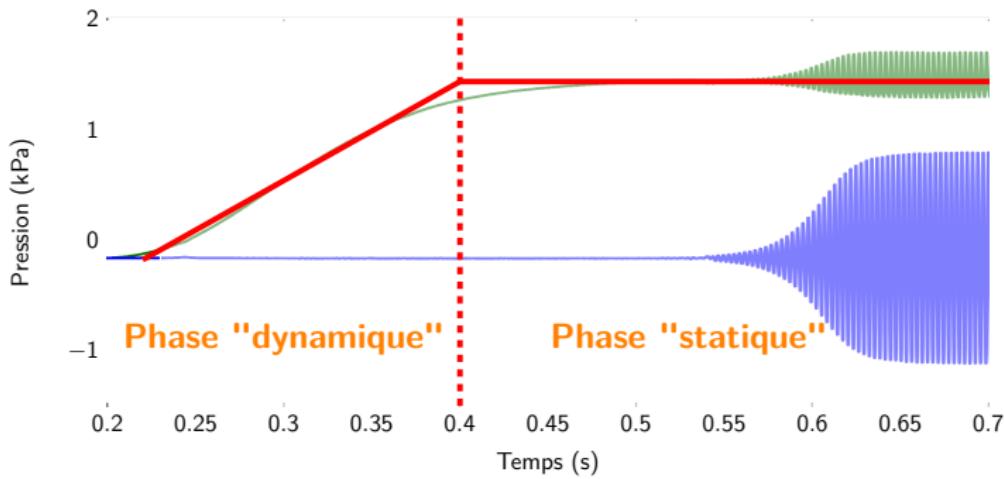


- ⇒ Pression dans la bouche variable, les autres paramètres de contrôle sont constants ;

- ⇒ Pression dans la bouche variable, les autres paramètres de contrôle sont constants ;
- ⇒ Profil idéal pour la pression dans la bouche :
 - Phase "dynamique" : la pression dans la bouche augmente linéairement.
 - Phase "statique" : la pression dans la bouche constante.



- ⇒ Pression dans la bouche variable, les autres paramètres de contrôle sont constants ;
- ⇒ Profil idéal pour la pression dans la bouche :
 - Phase "dynamique" : la pression dans la bouche augmente linéairement.
 - Phase "statique" : la pression dans la bouche constante.



Vocabulaire

- ... "dynamique" : pression dans la bouche variable
- ... "statique" : pression dans la bouche constante

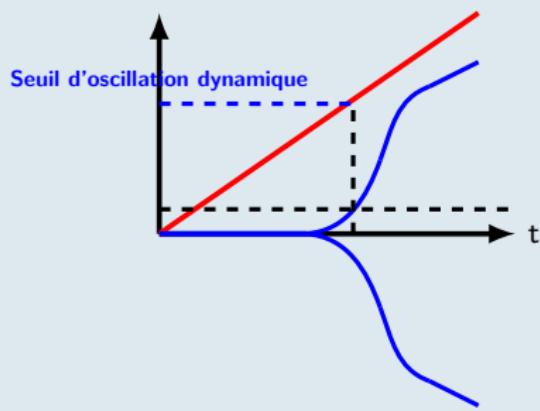
Phase "Statique" :

- ⇒ Littérature importante en physique des instruments de musique ;
- ⇒ Comportement de l'instrument bien connu.

Phase "Statique" :

- ⇒ Littérature importante en physique des instruments de musique ;
- ⇒ Comportement de l'instrument bien connu.

Étude de la phase "dynamique"



Profil 1 : $P_{\text{bouche}}(t) = at + b$

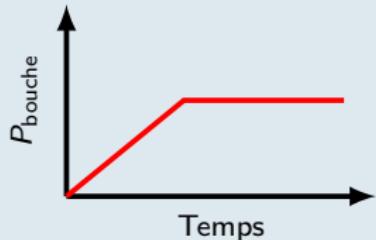
Enveloppe du son

- ⇒ Descripteur de la naissance des oscillations :
- Seuil d'oscillation dynamique**

Définition : valeur de la pression dans la bouche après laquelle une seuil sur l'amplitude du son (arbitrairement défini) est dépassé

- ⇒ Influence de a et b sur le **seuil d'oscillation dynamique**.

Profil d'attaque plus "réaliste"



Profil 2

"Phase dynamique + Phase statique"

Connaissances apportées par l'étude de la phase "*dynamique*" (Profil 1)

+

Connaissances actuelles de la phase "*statique*"

=

Enveloppe du son pour le Profil 2

Sommaire

- 1 Introduction
- 2 État de l'art dans le domaine de l'acoustique musicale
 - Modèle de clarinette dit de "Raman"
 - Comportement "statique" du modèle
 - Comportement "dynamique" du modèle
- 3 Observations sur des systèmes maîtrisés
 - Mesure sur bouche artificielle
 - Simulations numériques du modèle de "Raman"
- 4 Expression analytique de l'enveloppe du cas dynamique
 - La théorie de la bifurcation dynamique
 - La courbe invariante
 - Profil 1
 - Profil 2
- 5 Conclusion et perspectives

Sommaire

1 Introduction

2 État de l'art dans le domaine de l'acoustique musicale

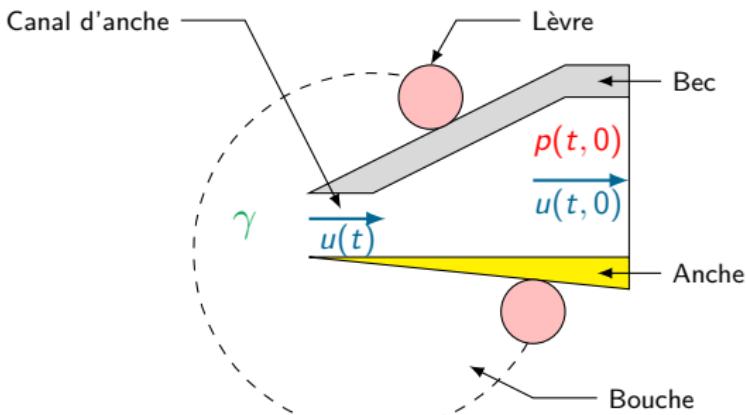
- Modèle de clarinette dit de "Raman"
- Comportement "statique" du modèle
- Comportement "dynamique" du modèle

3 Observations sur des systèmes maîtrisés

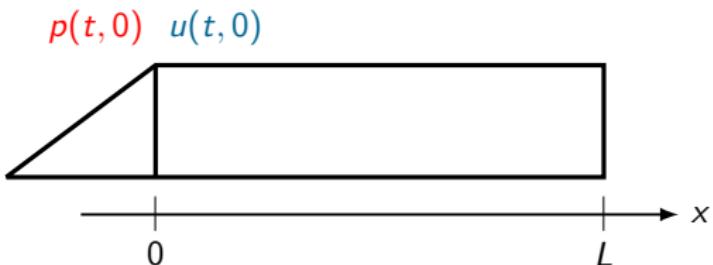
4 Expression analytique de l'enveloppe du cas dynamique

5 Conclusion et perspectives

Le système
anche bec
(l'exciteur)



Le corps de
l'instrument
(le résonateur)



Remarque : utilisation de variables adimensionnées

[Chaigne & Kergomard, "Acoustique de instruments de musique", Chap. 9, 2008]

Le modèle dit "de Raman" [Chaigne & Kergomard, Chap. 9, 2008]

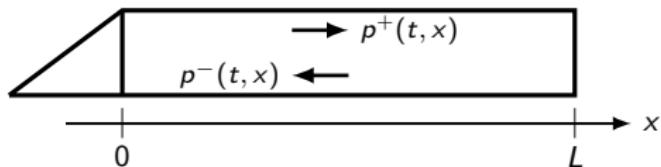
Clarinette \equiv résonateur cylindrique

Le modèle dit "de Raman" [Chaigne & Kergomard, Chap. 9, 2008]

Clarinette \equiv résonateur cylindrique

\Rightarrow Propagation d'ondes planes : Représentation en onde aller p^+ et onde retour p^-

$$p = p^+ + p^- \quad u = p^+ - p^-$$



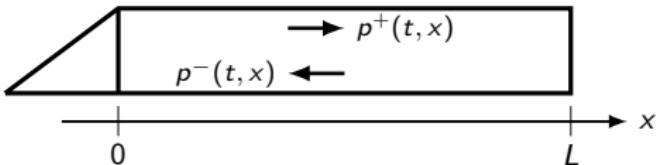
Le modèle dit "de Raman" [Chaigne & Kergomard, Chap. 9, 2008]

Clarinette \equiv résonateur cylindrique

\Rightarrow Propagation d'ondes planes : Représentation en onde aller p^+ et onde retour p^-

$$p = p^+ + p^-$$

$$u = p^+ - p^-$$



\Rightarrow **C.L.1** : Conditions à la limite à l'extrémité ($x = L$) : Réflexion totale à l'extrémité d'un tube ouvert :

$$\text{À l'extrémité ; } x = L \quad p^-(t, L) = -p^+(t, L)$$

$$\text{Au niveau du bec ; } x = 0 \quad p^-(t, 0) = -\lambda p^+(t - \tau, 0)$$

τ : durée d'un aller-retour de l'onde dans le résonateur.

λ : paramètre de pertes : constant pour une longueur donnée du résonateur

⇒ C.L.2 : Conditions à la limite au niveau du bec ($x=0$) : **Non linéaire**
 (hydrodynamique de l'écoulement à l'entrée du bec : $u = F(\gamma - p)$ par Bernoulli)

$$\left| \begin{array}{c} \{p; u\} \\ \text{Bernoulli} \\ u(t, 0) = F(\gamma - p(t, 0)) \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \{p^+; p^-\} \\ p^+(t, 0) = G(-p^-(t, 0)) \end{array} \right.$$

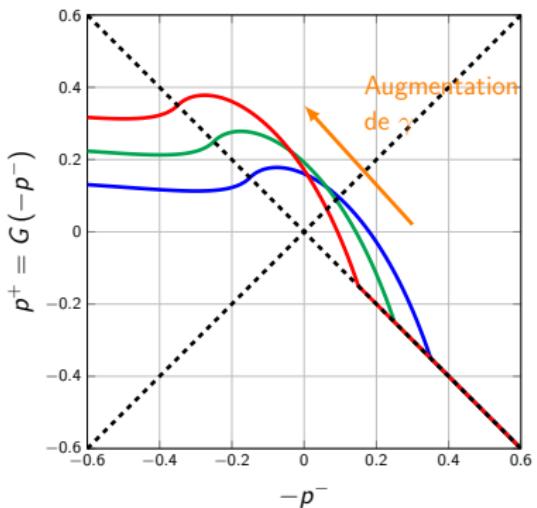


Figure : Fonction G . Effet de la variation de γ .

Expression analytique de G : [Taillard et al., "Iterated maps for clarinet-like systems", *Nonlinear dynamics*, 2010]

$$\text{C.L.1 et C.L.2} \implies p^+(t, 0) = G(\lambda p^+(t - \tau, 0))$$

$$\text{C.L.1 et C.L.2} \implies p^+(t, 0) = G(\lambda p^+(t - \tau, 0))$$

Notation : $p^+(n\tau, 0) = p_n^+$ et $G(\lambda x) = f(x)$.

Le système est décrit par une **carte itérée** : $p_n^+ = f(p_{n-1}^+)$

Paramètre de contrôle γ

[Maganza et al., *Europhysics Letters*, 1986]

$$\text{C.L.1 et C.L.2} \implies p^+(t, 0) = G(\lambda p^+(t - \tau, 0))$$

Notation : $p^+(n\tau, 0) = p_n^+$ et $G(\lambda x) = f(x)$.

Le système est décrit par une **carte itérée** : $p_n^+ = f(p_{n-1}^+)$

Paramètre de contrôle γ

[Maganza et al., *Europhysics Letters*, 1986]

Modèle sans pertes : $\lambda = 1$

$$\text{C.L.1 et C.L.2} \implies p^+(t, 0) = G(\lambda p^+(t - \tau, 0))$$

Notation : $p^+(n\tau, 0) = p_n^+$ et $G(\lambda x) = f(x)$.

Le système est décrit par une **carte itérée** : $p_n^+ = f(p_{n-1}^+)$

Paramètre de contrôle γ

[Maganza et al., *Europhysics Letters*, 1986]

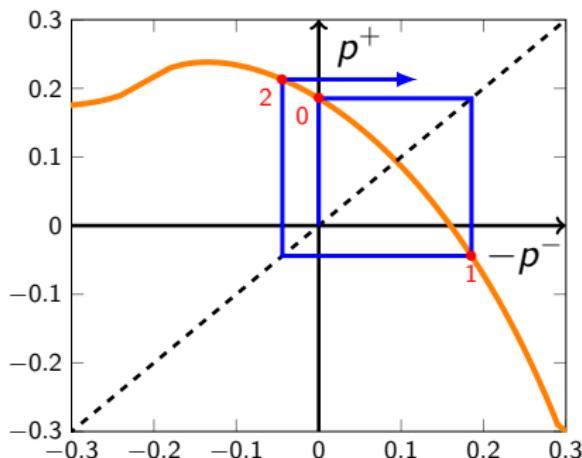
Modèle sans pertes : $\lambda = 1$

Figure : Résolution graphique de

$$p_n^+ = f(p_{n-1}^+)$$

— Fonction f

- - - Identité



Étude "statique" : comportement du modèle quand γ est constant

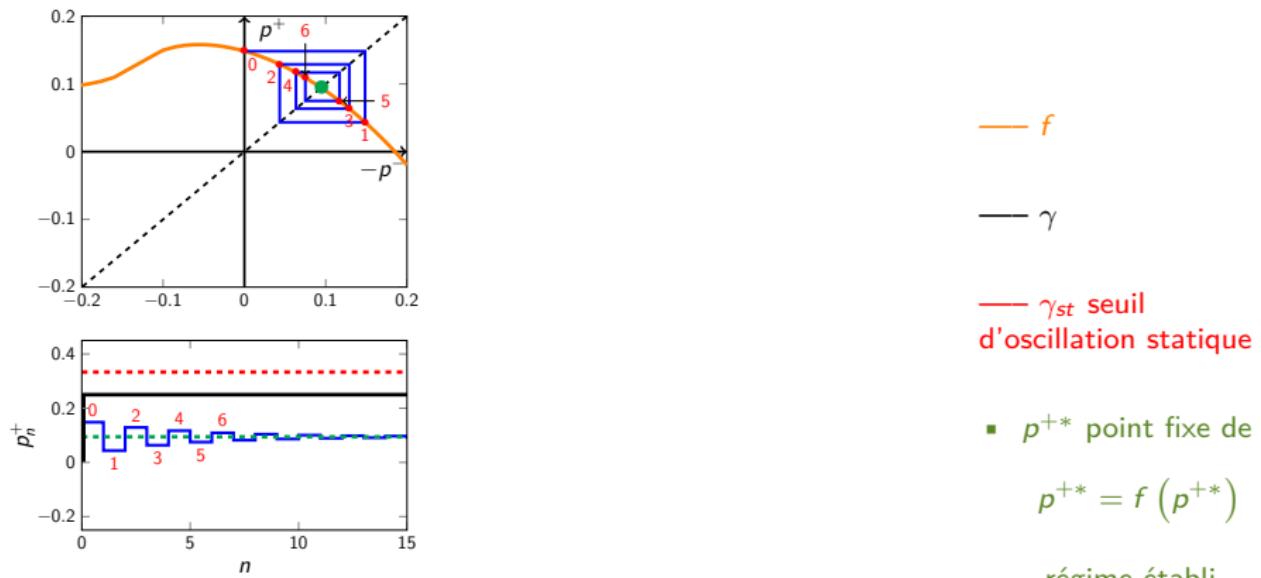
Seuil d'oscillation statique

[Feigenbaum, *J. Stat. Phy.*, 1979] [Dalmont et al., JASA, 2005.] [Taillard et al., *Nonlinear dynam.*, 2010]

Étude "statique" : comportement du modèle quand γ est constant

Seuil d'oscillation statique

[Feigenbaum, *J. Stat. Phy.*, 1979] [Dalmont et al., JASA, 2005.] [Taillard et al., *Nonlinear dynam.*, 2010]



Point fixe de f stable ($\gamma < \gamma_{st}$)

Régime établi non oscillant

- p^{+*} point fixe de f :

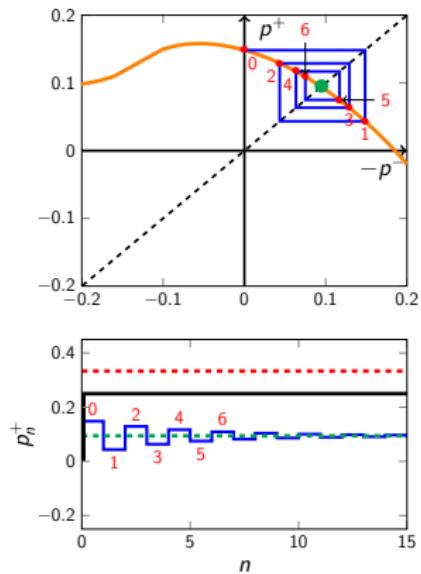
$$p^{+*} = f(p^{+*})$$

- - - régime établi

Étude "statique" : comportement du modèle quand γ est constant

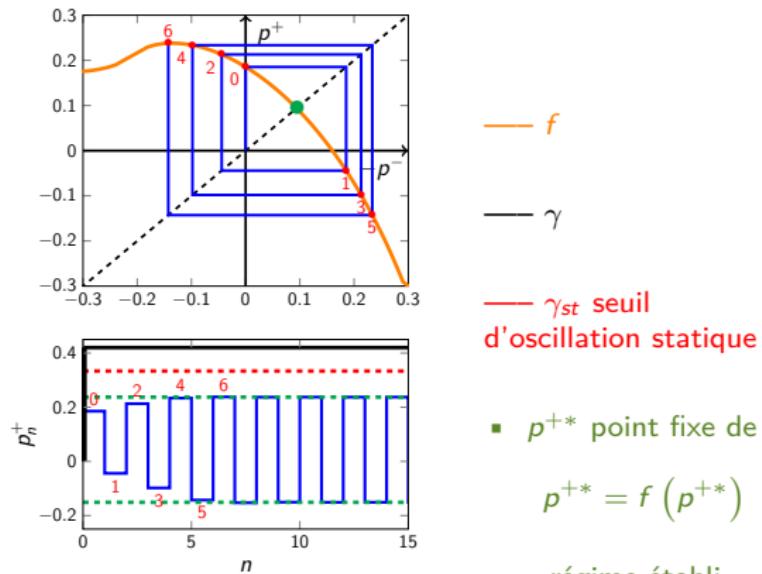
Seuil d'oscillation statique

[Feigenbaum, *J. Stat. Phys.*, 1979] [Dalmont et al., *JASA*, 2005.] [Taillard et al., *Nonlinear dynam.*, 2010]



Point fixe de f stable ($\gamma < \gamma_{st}$)

Régime établi non oscillant



Point fixe de f instable ($\gamma > \gamma_{st}$)

Régime établi oscillant

— f
— γ
— γ_{st} seuil
 d'oscillation statique

- p^{+*} point fixe de f :

$$p^{+*} = f(p^{+*})$$

- - - régime établi

Enveloppe au début du transitoire, stabilité du point fixe de f et seuil d'oscillation statique

Linéarisation de la fonction d'itération f autour de son point fixe p^{+*}

⇒ L'écart au point $w_n = p_n^+ - p^{+*}$

$$w_n \approx w_0 [f'(p^{+*})]^n.$$

- $|f'(p^{+*})| < 1$: p_n^+ décroît exponentiellement vers p^{+*} ;
- $|f'(p^{+*})| > 1$: p_n^+ s'écarte exponentiellement de p^{+*} .

⇒ Condition de stabilité du point fixe : $|f'(p^{+*})| < 1$

⇒ **Seuil d'oscillation statique** γ_{st} : valeur de γ solution de la condition de stabilité du point fixe.

Diagramme de bifurcation "statique"

- ⇒ Représente l'amplitude du régime établi de p^+ en fonction de γ .
- ⇒ Obtenu en choisissant une valeur de γ et en laissant le système atteindre son régime établi ;
- ⇒ Opération répétée pour chaque valeur γ .

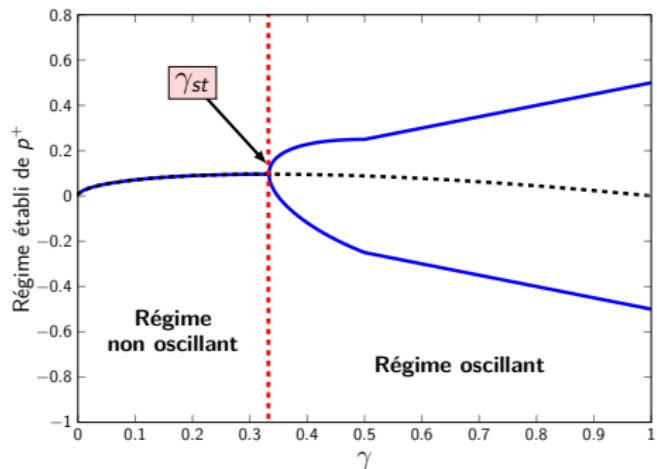


Figure : Diagramme de bifurcation "statique" du modèle sans pertes.

γ_{st} : Seuil d'oscillation statique

- - - : courbe des points fixes de
 f : $p^{+*}(\gamma)$.

Comportement "dynamique" du modèle dans la littérature

Profil 1 "Dynamique"

[Atig et al., *Appl. Acoust.*, 2004]

- ⇒ (c) Simulation temporelle du modèle de "Raman" avec variation linéaire de la pression dans la bouche
- ⇒ (a) Amplitude de la pression dans le bec vs. la pression dans la bouche.

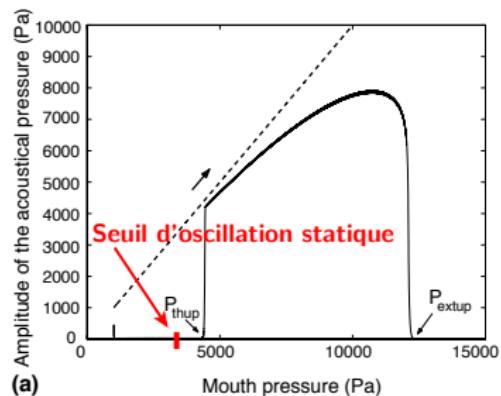
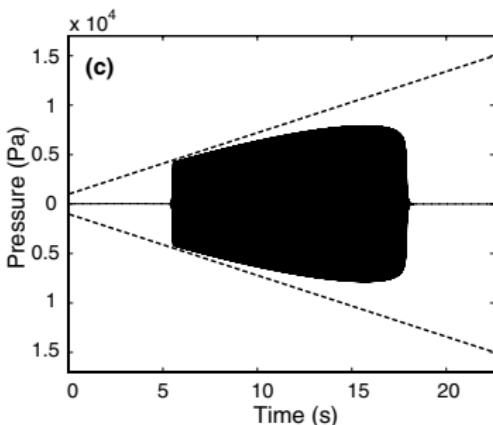
Diagramme de bifurcation "dynamique"

- ⇒ P_{thup} : "threshold of oscillation for increasing pressure"

Seuil d'oscillation "dynamique"

Observations :

- ⇒ Seuil statique < Seuil dynamique
- ⇒ Variation lente de la pression dans la bouche : Seuil dynamique → Seuil statique

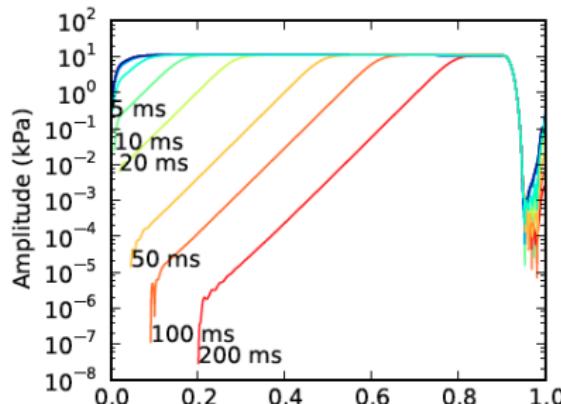
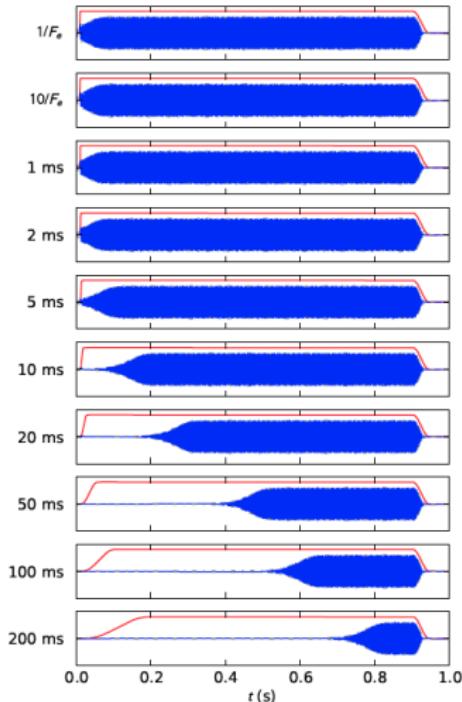


Profil 2 "Phase dynamique + Phase statique"

Outil de simulation MOREESC

Figures tirées de

[Silva et al., "Some simulations of the effect of varying excitation parameters on the transients of reed instruments", Acta. Acust. united Ac., 2013]



Sommaire

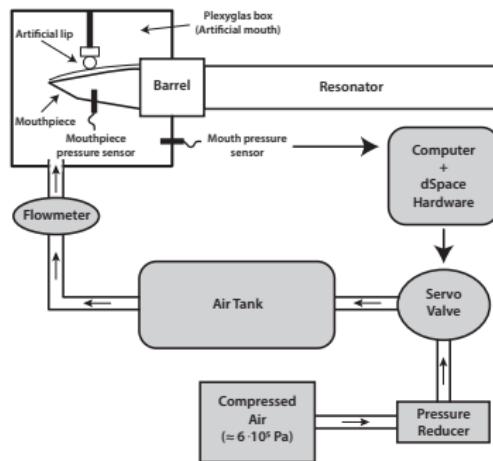
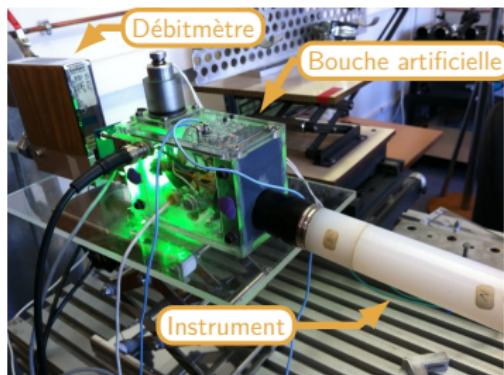
- 1 Introduction
- 2 État de l'art dans le domaine de l'acoustique musicale
- 3 Observations sur des systèmes maîtrisés
 - Mesure sur bouche artificielle
 - Simulations numériques du modèle de "Raman"
- 4 Expression analytique de l'enveloppe du cas dynamique
- 5 Conclusion et perspectives

Dispositif expérimental

Bouche artificielle asservie en pression d'alimentation

+

Clarinette de laboratoire



Mesure simultanée de :

P_m : pression dans la bouche; P : pression dans le bec; U : débit créé par $P_m - P$.

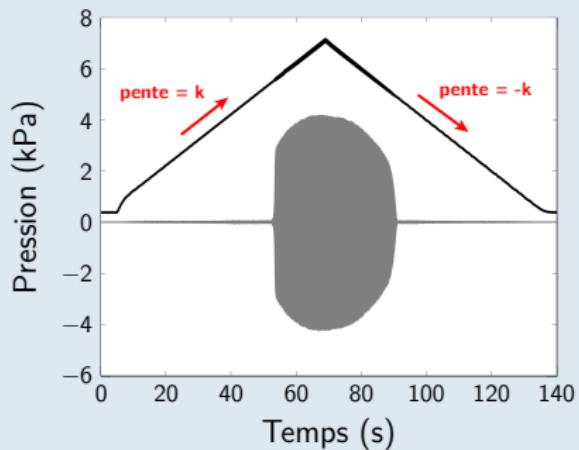
[Bergeot et al., "Response of a artificially blown clarinet to different blowing pressure profile", JASA, en cours de révision, 2013.]

Description de l'expérience

Deux types d'expériences

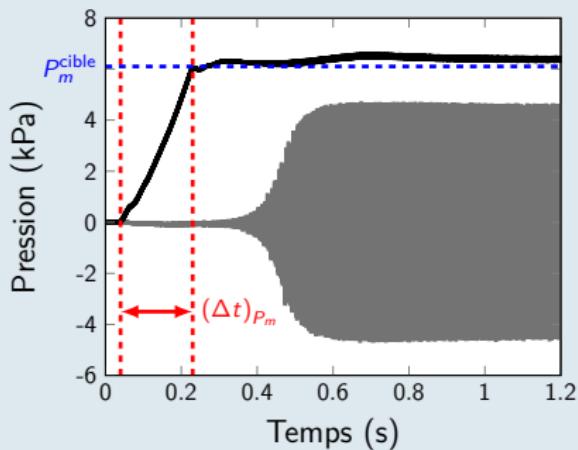
Profil 1

Phase "Dynamique" uniquement

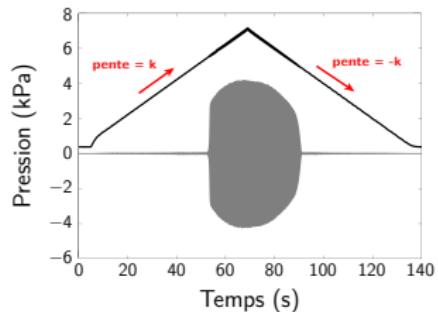


Profil 2

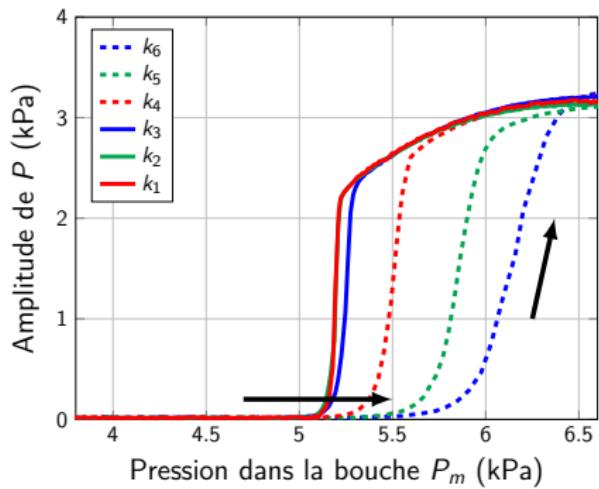
"Phase dynamique + Phase statique"



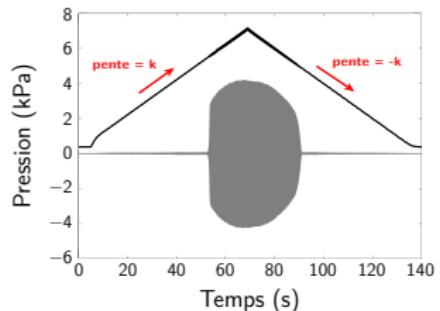
Résultats pour le profil 1



k : pente de $P_m(t)$
 $k_1 < k_2 < k_3 < k_4 < k_5 < k_6$.



Résultats pour le profil 1

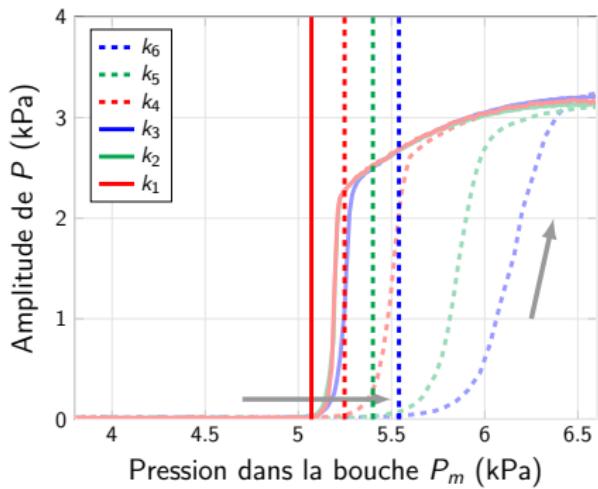


k : pente de $P_m(t)$
 $k_1 < k_2 < k_3 < k_4 < k_5 < k_6$.

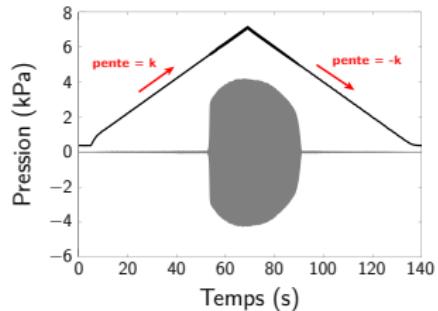
| : positions des seuils d'oscillation dynamiques expérimentaux.

Observations :

⇒ Seuil d'oscillation dynamique
augmente quand k augmente.



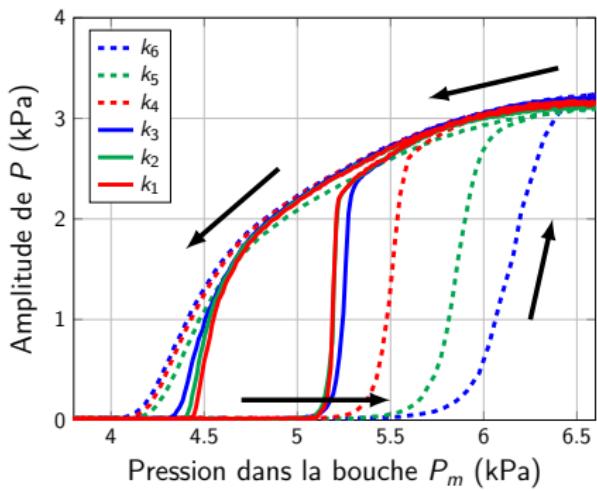
Résultats pour le profil 1



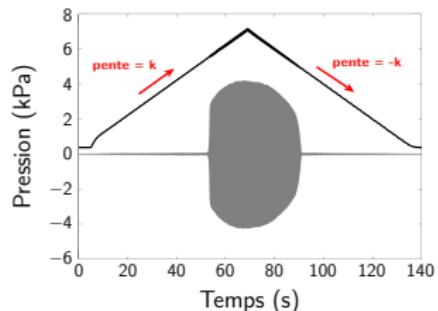
k : pente de $P_m(t)$
 $k_1 < k_2 < k_3 < k_4 < k_5 < k_6$.

Observations :

⇒ Seuil d'oscillation dynamique
augmente quand k augmente.



Résultats pour le profil 1

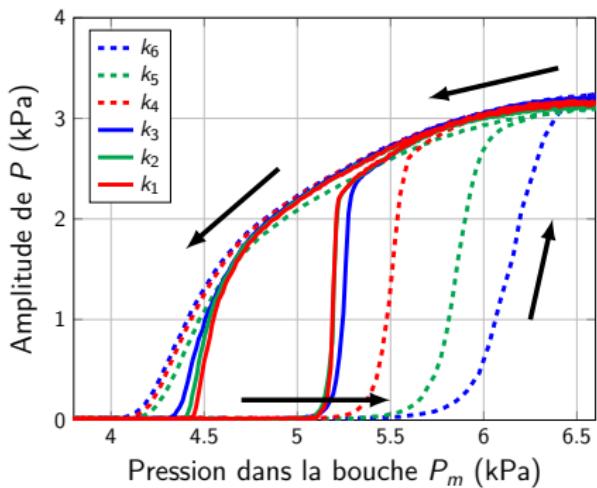


k : pente de $P_m(t)$
 $k_1 < k_2 < k_3 < k_4 < k_5 < k_6$.

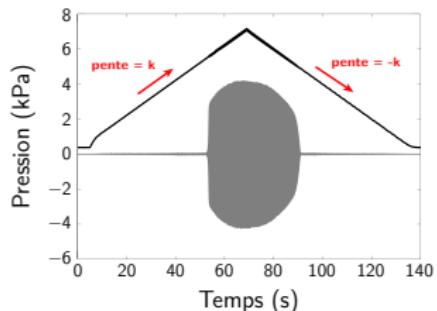
Observations :

- ⇒ **Seuil d'oscillation dynamique augmente quand k augmente.**

- ⇒ **Seuil d'oscillation dynamique (mesuré en montée) supérieur au Seuil d'extinction (mesurée en descente)**



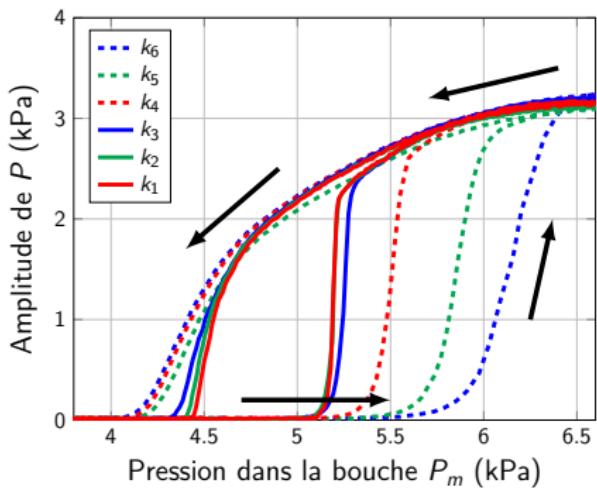
Résultats pour le profil 1



k : pente de $P_m(t)$
 $k_1 < k_2 < k_3 < k_4 < k_5 < k_6$.

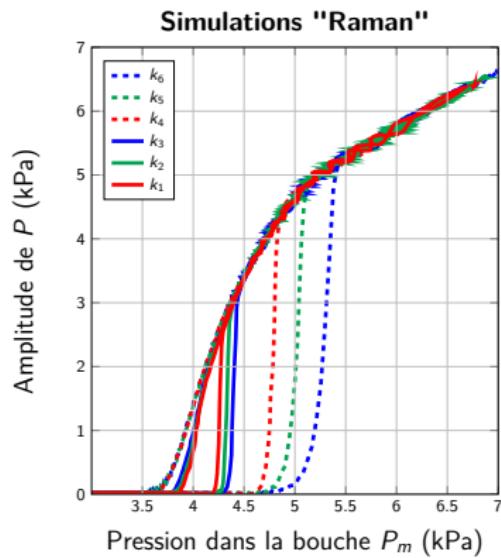
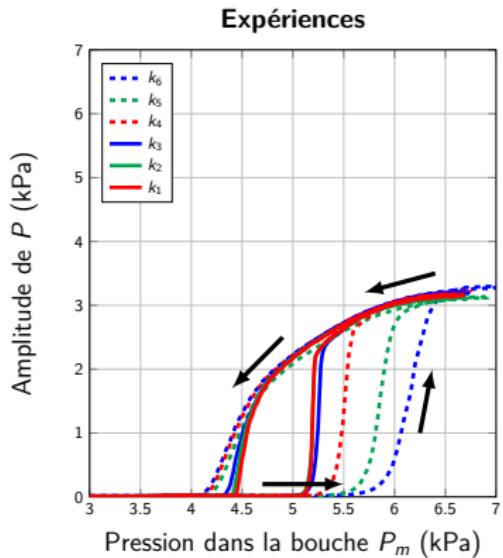
Observations :

- ⇒ Seuil d'oscillation dynamique **augmente quand k augmente.**
- ⇒ Seuil d'oscillation dynamique (mesuré en montée) **supérieur au** Seuil d'extinction (mesurée en descente)
- ⇒ [Dalmont et al., JASA, 2007.] ; Seuil d'oscillation d'extinction **proche du** Seuil d'oscillation statique théorique ;



Résultats pour le profil 1

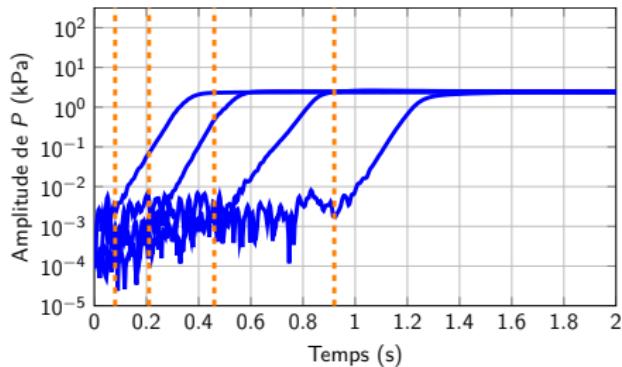
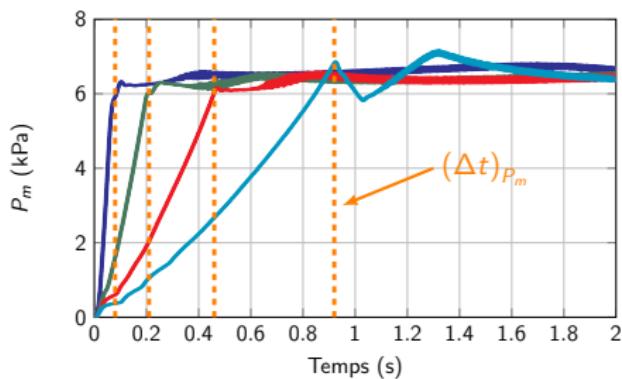
Comportement similaire du modèle de "Raman"



Simulations :

- ⇒ Extraction des paramètres à partir de la mesure du débit entrant $U(t)$;
- ⇒ Effectuée avec les profils mesurés de pression dans la bouche.

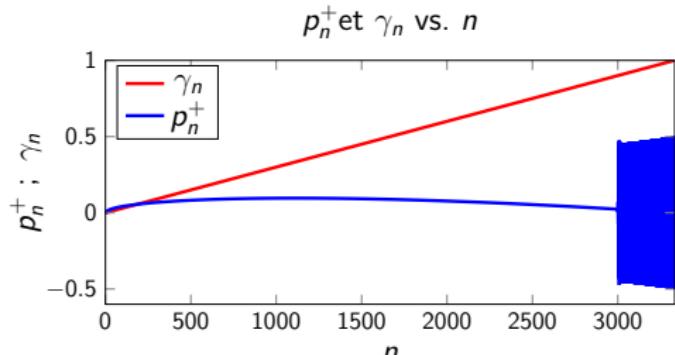
Résultats pour le profil 2



Observations :

- ⇒ **Croissance exponentielle** des oscillations ;
- ⇒ **Taux d'accroissement** (\equiv pente en échelle log.) indépendant de $(\Delta t)_{P_m}$;
- ⇒ **Démarrage des oscillations** en $t = (\Delta t)_{P_m}$.

Profil 1 : propriétés du seuil dynamique



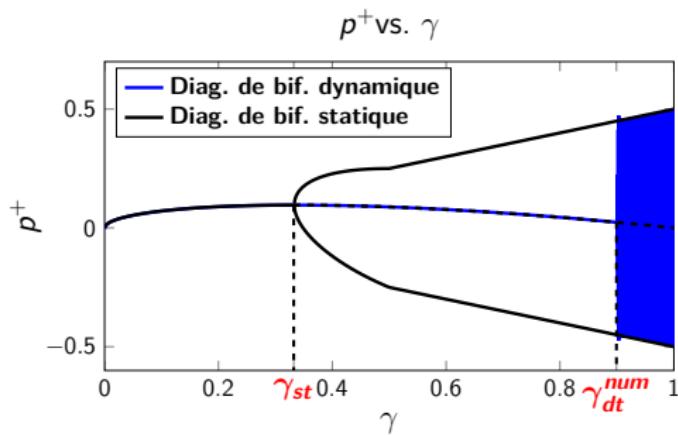
Variation linéaire de γ :

$$\gamma_n = \epsilon n + \gamma_0$$

p_n^+ en fonction de γ_n



Diagramme de bifurcation dynamique



γ_{st} : seuil d'oscillation statique

γ_{dt}^{num} : seuil d'oscillation dynamique "numérique".

Calculé sur les simulations numériques du modèle de "Raman".

La dépendance au bruit

Illustration sur des simulations effectuées à précision finie

La dépendance au bruit

Illustration sur des simulations effectuées à précision finie

Précision :

- ⇒ Nombre de chiffres significatifs utilisés par l'ordinateur ;
- ⇒ Contrôlable avec *mpmath* (Python)

[Bergeot et al., "Prediction of ... blowing pressure : influence of noise", *Nonlinear Dynam.*, 2013]

Précision finie \equiv bruit blanc additif

Exemple :

Précision = 15 \iff Bruit blanc $\sigma = 10^{-15}$

La dépendance au bruit

Illustration sur des simulations effectuées à précision finie

Précision :

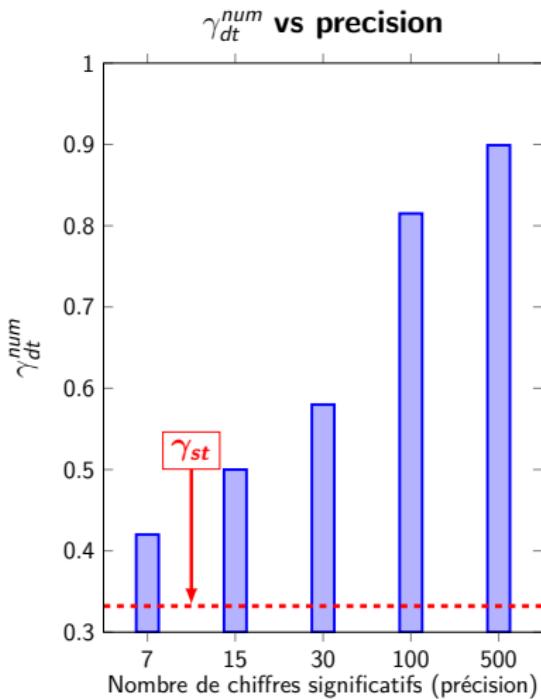
- ⇒ Nombre de chiffres significatifs utilisés par l'ordinateur ;
- ⇒ Contrôlable avec *mpmath* (Python)

[Bergeot et al., "Prediction of ... blowing pressure : influence of noise", *Nonlinear Dynam.*, 2013]

Précision finie \equiv bruit blanc additif

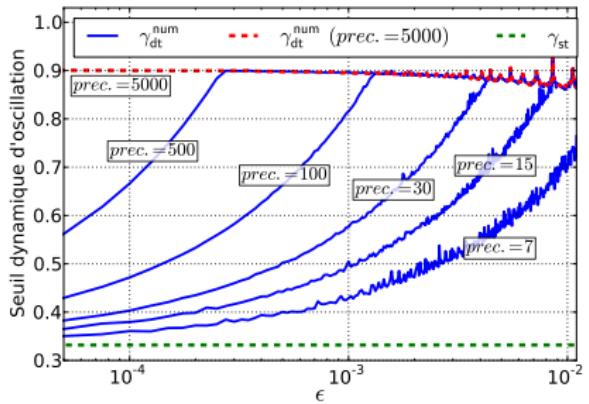
Exemple :

Précision = 15 \iff Bruit blanc $\sigma = 10^{-15}$



Influence du paramètre de vitesse d'augmentation de γ

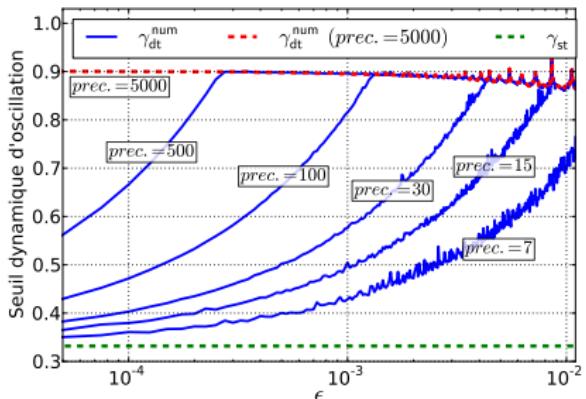
γ_{dt}^{num} vs. ϵ pour plusieurs précisions ($\gamma_0 = 0$)



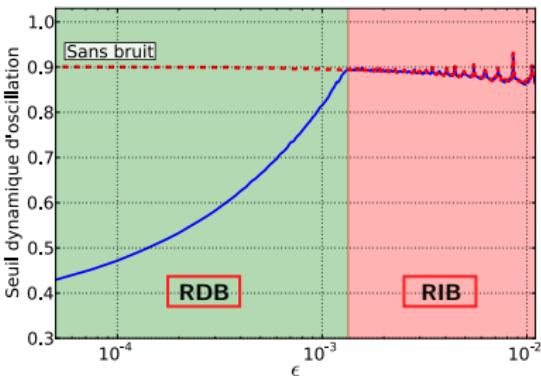
Précision = 5000 \iff cas idéal sans bruit

Influence du paramètre de vitesse d'augmentation de γ

γ_{dt}^{num} vs. ϵ pour plusieurs précisions ($\gamma_0 = 0$)



Précision = 5000 \iff cas idéal sans bruit

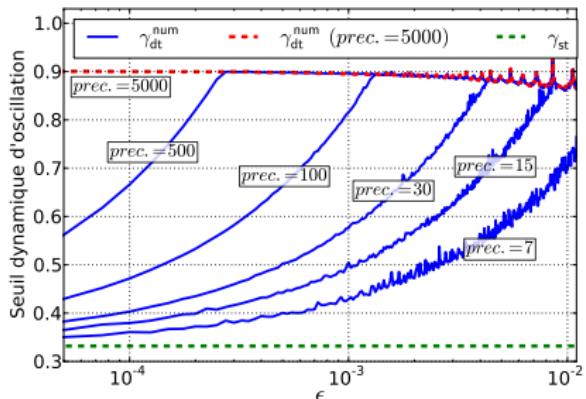


Deux régimes de fonctionnement :

- \Rightarrow Régime Dépendant du Bruit (RDB);
- \Rightarrow Régime Indépendant du Bruit (RIB).

Influence du paramètre de vitesse d'augmentation de γ

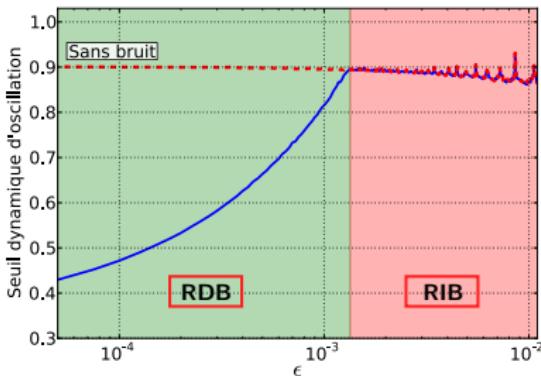
γ_{dt}^{num} vs. ϵ pour plusieurs précisions ($\gamma_0 = 0$)



Précision = 5000 \iff cas idéal sans bruit

Deux régimes de fonctionnement :

- \Rightarrow Régime Dépendant du Bruit (RDB) ;
- \Rightarrow Régime Indépendant du Bruit (RIB).

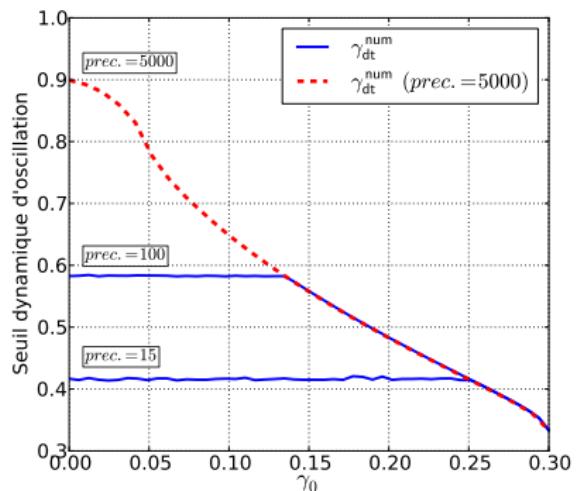


Propriété du seuil dynamique d'oscillation :

- \Rightarrow RDB : γ_{dt}^{num} augmente avec ϵ ;
- \Rightarrow RIB : γ_{dt}^{num} "indépendant" de ϵ ;

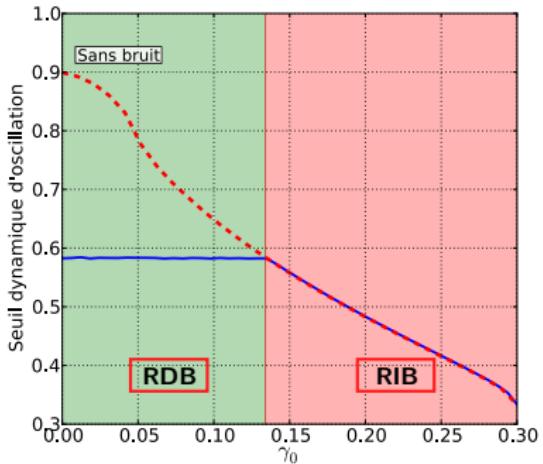
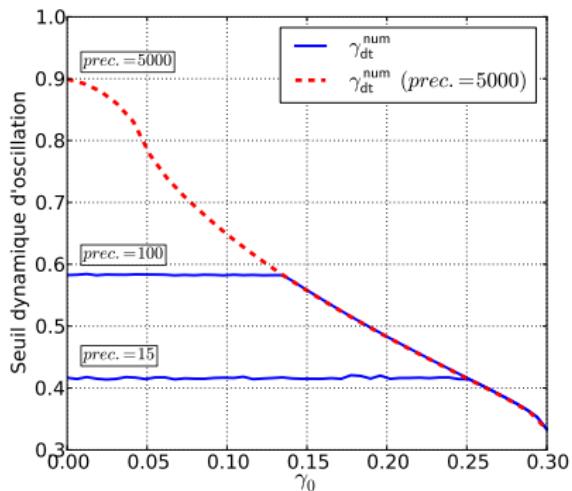
Influence de la valeur initiale de γ

γ_{dt}^{num} vs. γ_0 pour plusieurs précisions ($\epsilon = 3 \cdot 10^{-4}$)



Influence de la valeur initiale de γ

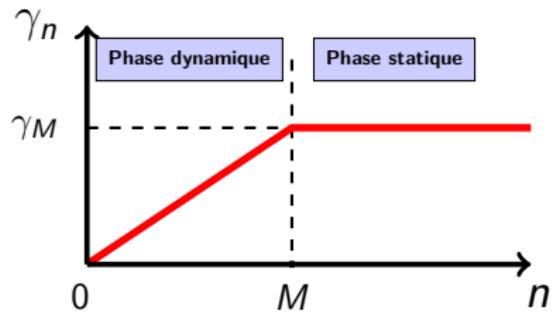
γ_{dt}^{num} vs. γ_0 pour plusieurs précisions ($\epsilon = 3 \cdot 10^{-4}$)



Propriété du seuil dynamique d'oscillation :

- ⇒ RDB : γ_{dt}^{num} indépendant de γ_0 ;
- ⇒ RIB : γ_{dt}^{num} diminue avec γ_0 ;

Profil 2

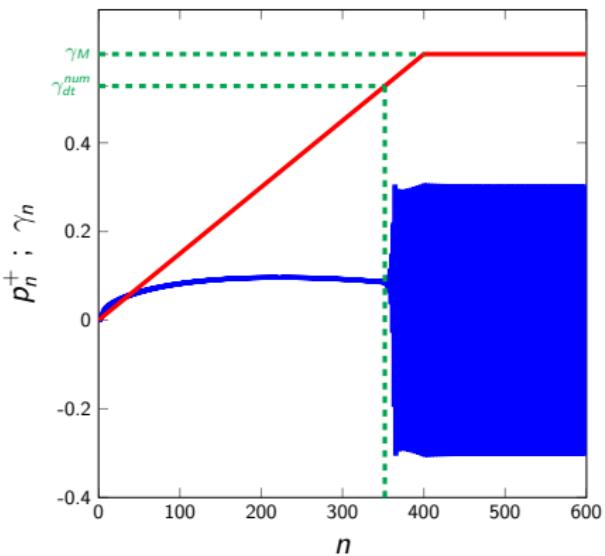


2 situations

⇒ **Situation 1** : Saturation avant la fin de la croissance de γ :

$$\gamma_{dt}^{num} < \gamma_M ;$$

Naissance des oscillations : enveloppe identique à celle du Profil 1.

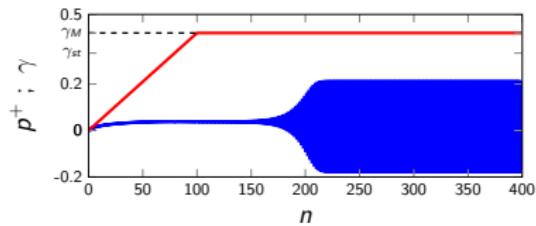


À partir de $n = M$ l'écart au point fixe $w_n = p_n^+ - p^{+*}$, s'écrit

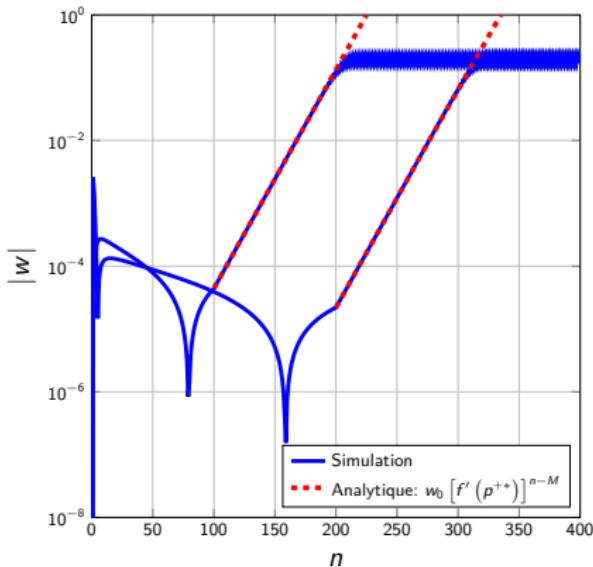
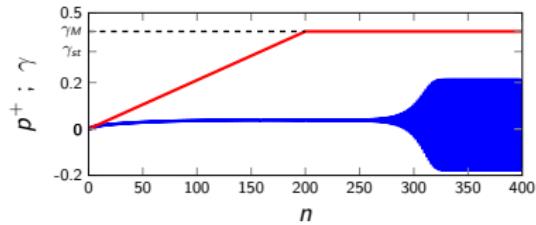
$$w_n = w_M [f'(p^{+*})]^{(n-M)}$$

⇒ **Situation 2** : Pas de départ d'oscillations observé avant γ_M :

$$\gamma_{dt}^{num} > \gamma_M ;$$



Remarque : Nécessité d'étudier la "phase dynamique" pour connaître w_M .



Résumé des observations

⇒ Expériences & Simulations du modèle de "Raman" :

- Profil 1 : Seuil dynamique numérique et expérimental > Seuil statique (seuil d'extinction en descente)
- Profil 2 : Croissance exponentielle des oscillations
 - Taux d'accroissement indépendant de la durée de montée de la pression dans la bouche
 - Démarrage quand la pression dans la bouche devient constante (si simulations dans cas où $\gamma_{dt}^{num} > \gamma_M$)

Résumé des observations

⇒ Expériences & Simulations du modèle de "Raman" :

- Profil 1 : Seuil dynamique numérique et expérimental > Seuil statique (seuil d'extinction en descente)
- Profil 2 : Croissance exponentielle des oscillations
 - Taux d'accroissement indépendant de la durée de montée de la pression dans la bouche
 - Démarrage quand la pression dans la bouche devient constante (si simulations dans cas où $\gamma_{dt}^{num} > \gamma_M$)

⇒ Simulations : Propriétés de γ_{dt}^{num} ⇒ 2 régimes

- Régime dépendant du bruit
 - γ_{dt}^{num} augmente avec ϵ
 - γ_{dt}^{num} indépendant de γ_0
- Régime Indépendant du bruit
 - γ_{dt}^{num} "indépendant" de ϵ
 - γ_{dt}^{num} diminue avec γ_0 ;

Sommaire

- 1 Introduction
- 2 État de l'art dans le domaine de l'acoustique musicale
- 3 Observations sur des systèmes maîtrisés
- 4 Expression analytique de l'enveloppe du cas dynamique
 - La théorie de la bifurcation dynamique
 - La courbe invariante
 - Profil 1
 - Profil 2
- 5 Conclusion et perspectives

Équations du système quand γ augmente linéairement (Profil 1)

⇒ La variation de γ est linéaire : $\gamma_n = \epsilon n + \gamma_0$ ou $\gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon$

⇒ Le paramètre γ varie lentement : $\epsilon \ll 1$.

Cas Statique

$$p_n^+ = f(p_{n-1}^+)$$

⇒

Cas Dynamique

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon \end{cases}$$

Équations du système quand γ augmente linéairement (Profil 1)

- ⇒ La variation de γ est linéaire : $\gamma_n = \epsilon n + \gamma_0$ ou $\gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon$
- ⇒ Le paramètre γ varie lentement : $\epsilon \ll 1$.

Cas Statique

$$p_n^+ = f(p_{n-1}^+)$$

⇒

Cas Dynamique

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon \end{cases}$$

Étude du système "dynamique" dans le cadre de la **théorie de la bifurcation dynamique** :

Seuil dynamique > Seuil statique : **Retard à la bifurcation**

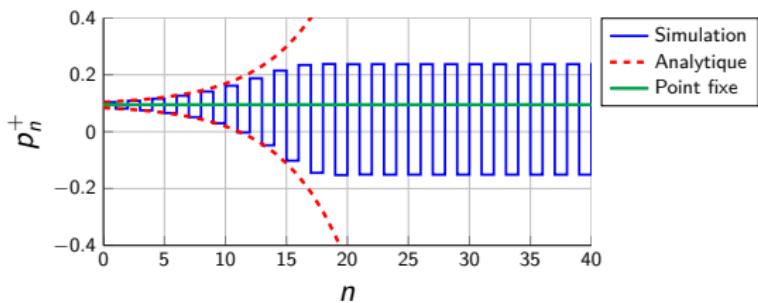
[Baesens, "Slow sweep through a period-doubling cascade : Delayed bifurcation and renormalisation", *Physica D*, 1991.]

Référence pour le calcul de l'enveloppe

Cas statique

- ⇒ Référence \equiv point fixe p^{+*}
- ⇒ Linéarisation du système autour de son point fixe $p^{+*} \Rightarrow$ Expression de $w = p^+ - p^{+*}$ au début du transitoire (naissance des oscillations) :

$$w_n \approx w_0 [f' (p^{+*})]^n.$$



- ⇒ Point fixe p^{+*} : **définition** :

$$p^{+*} = f (p^{+*})$$

Si le système est initialisé précisément sur le point fixe, il y reste indéfiniment

Cas dynamique

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon \end{cases}$$

Quelle référence pour le calcul de l'enveloppe ?

⇒ Référence ≡ **courbe invariante** $\phi_\epsilon(\gamma)$.

Si le système est initialisé précisément sur la courbe invariante, il y reste indéfiniment :

$n - 1$

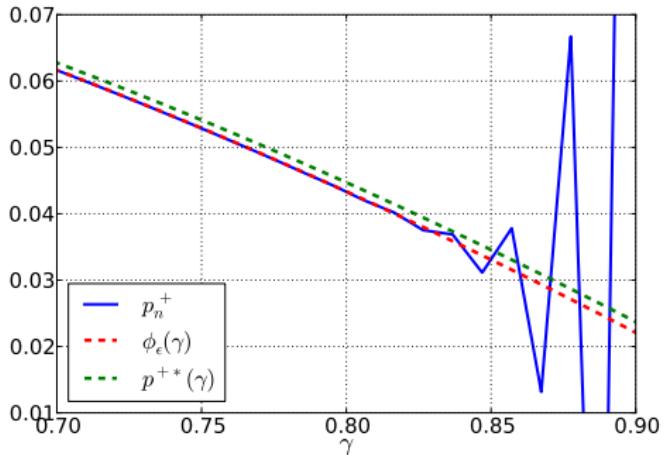
n

$$p_{n-1}^+ = \phi_\epsilon(\gamma_{n-1}) \implies \text{Système dynamique} \implies p_n^+ = \phi_\epsilon(\gamma_n)$$

⇒ La courbe invariante ϕ_ϵ doit satisfaire : $\phi_\epsilon(\gamma) = f(\phi_\epsilon(\gamma - \epsilon), \gamma)$

Remarque : En dynamique la courbe des points fixes $p^{+*}(\gamma)$ n'est plus la courbe invariante.

⇒ Courbe invariante ϕ_ϵ : $\phi_\epsilon(\gamma) = f(\phi_\epsilon(\gamma - \epsilon), \gamma)$ ⇒ pas de solution exacte ⇒ solution approchée par méthode perturbative .



⇒ Linéarisation du système autour de la courbe invariante ϕ_ϵ ⇒ Expression analytique \hat{w} de l'écart à la courbe invariante $p^+ - \phi(\gamma)$
 ⇒ \hat{w} : prédiction du seuil d'oscillation dynamique.

Prise en compte du bruit dans le modèle

Système sans bruit (Déterministe)

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon, \end{cases}$$

Système avec bruit (Stochastique)

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) + \xi_n \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon, \end{cases}$$

ξ : bruit blanc de moyenne nulle et d'amplitude σ

Prise en compte du bruit dans le modèle

Système sans bruit (Déterministe)

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon, \end{cases}$$

Système avec bruit (Stochastique)

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) + \xi_n \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon, \end{cases}$$

ξ : bruit blanc de moyenne nulle et d'amplitude σ

- ⇒ Linéarisation du "système avec bruit"
autour de ϕ_ϵ ⇒ Expression de \hat{w}_n

$$\hat{w}_n = \sqrt{\underbrace{A_n}_{\text{RIB}} + \underbrace{B_n}_{\text{RDB}}}$$

- ⇒ A_n décrit le Régime Indépendant du Bruit ;
- ⇒ B_n décrit le Régime Dépendant du Bruit.

Prise en compte du bruit dans le modèle

Système sans bruit (Déterministe)

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon, \end{cases}$$

Système avec bruit (Stochastique)

$$\begin{cases} p_n^+ = f(p_{n-1}^+, \gamma_n) + \xi_n \\ \gamma_n = \gamma_{n-1} + \epsilon, \end{cases}$$

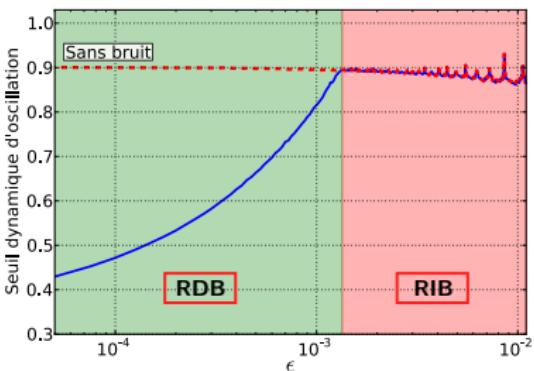
ξ : bruit blanc de moyenne nulle et d'amplitude σ

- ⇒ Linéarisation du "système avec bruit" autour de ϕ_ϵ ⇒ Expression de \hat{w}_n

$$\hat{w}_n = \sqrt{A_n + B_n}$$

A_n
RIB
B_n
RDB

- ⇒ A_n décrit le Régime Indépendant du Bruit ;
- ⇒ B_n décrit le Régime Dépendant du Bruit.



- ⇒ $A_n \ll B_n$: système évolue en RDB ;
- ⇒ $A_n \gg B_n$: système évolue en RIB.

Enveloppe pour le Régime Indépendant du Bruit

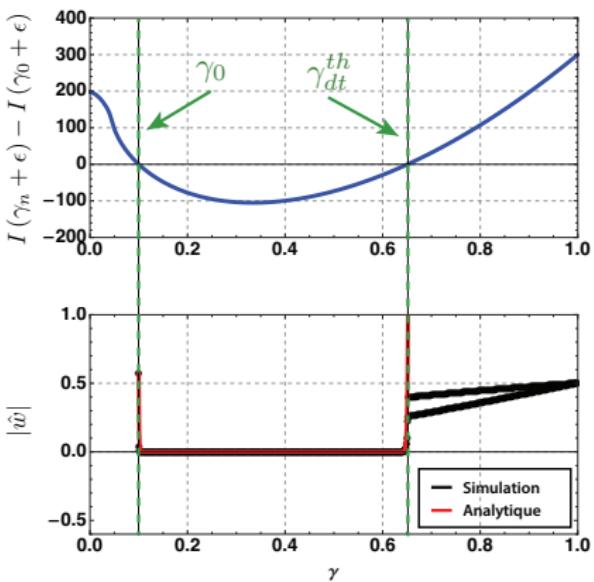
Traitement du terme $A_n \Rightarrow$ expression théorique du seuil dynamique noté γ_{dt}^{th}

Enveloppe pour le RIB

$(A_n \gg B_n)$:

$$\hat{w}_n \approx \sqrt{A_n} =$$

$$|\hat{w}_0| \exp [I(\gamma_n + \epsilon) - I(\gamma_0 + \epsilon)]$$



[Bergeot et al., "Prediction of the dynamic oscillation threshold in a clarinet model with time-varying blowing pressure", *Nonlinear dynamics*, 2013.]

Enveloppe pour le Régime Indépendant du Bruit

Traitement du terme $A_n \Rightarrow$ expression théorique du seuil dynamique noté γ_{dt}^{th}

Enveloppe pour le RIB

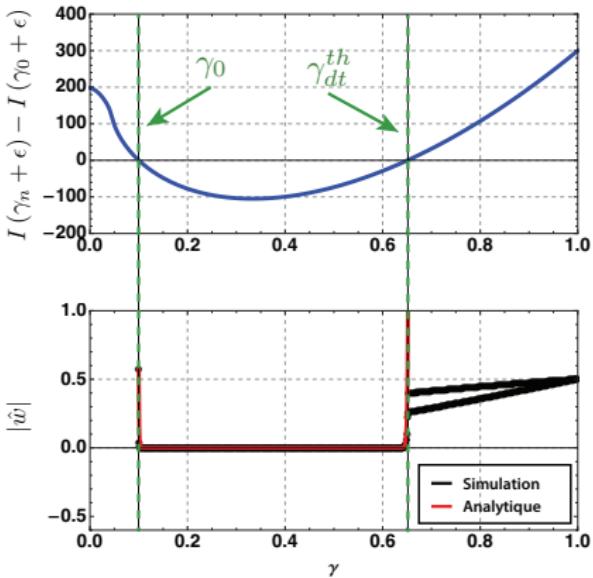
$(A_n \gg B_n)$:

$$\hat{w}_n \approx \sqrt{A_n} =$$

$$|\hat{w}_0| \exp [I(\gamma_n + \epsilon) - I(\gamma_0 + \epsilon)]$$

Critère pour γ_{dt}^{th} :

$$I(\gamma_{dt}^{th} + \epsilon) - I(\gamma_0 + \epsilon) = 0$$



$I(\gamma)$: intégrale non calculable analytiquement.

[Bergeot et al., "Prediction of the dynamic oscillation threshold in a clarinet model with time-varying blowing pressure", *Nonlinear dynamics*, 2013.]

Enveloppe pour le Régime Dépendant du Bruit

Traitement du terme B \Rightarrow expression théorique du seuil dynamique noté $\hat{\gamma}_{dt}^{th}$

Enveloppe pour le RDB ($A_n \ll B_n$) : $\hat{w}_n \approx \sqrt{B_n}$

B_n : expression faisant intervenir l'intégrale /

Enveloppe pour le Régime Dépendant du Bruit

Traitement du terme B \Rightarrow expression théorique du seuil dynamique noté $\hat{\gamma}_{dt}^{th}$

Enveloppe pour le RDB ($A_n \ll B_n$) : $\hat{w}_n \approx \sqrt{B_n}$

B_n : expression faisant intervenir l'intégrale I

Simplification : Le bruit diminue le seuil d'oscillation dynamique.

Développement limité à l'ordre 2 de I autour de γ_{st} $\Longrightarrow I^{D,L,2}$.

Enveloppe pour le Régime Dépendant du Bruit

Traitement du terme B \Rightarrow expression théorique du seuil dynamique noté $\hat{\gamma}_{dt}^{th}$

Enveloppe pour le RDB ($A_n \ll B_n$) : $\hat{w}_n \approx \sqrt{B_n}$

B_n : expression faisant intervenir l'intégrale I

Simplification : Le bruit diminue le seuil d'oscillation dynamique.

Développement limité à l'ordre 2 de I autour de $\gamma_{st} \implies I^{D.L.2}$.

$$\hat{w}_n \approx \sqrt{B_n} \approx \frac{\sigma}{\epsilon^{1/4}} \left(\frac{\pi}{K} \right)^{1/4} \exp [I^{D.L.2}(\gamma_n) - I^{D.L.2}(\gamma_{st})]$$

Remarque : valable uniquement après γ_{st}

Enveloppe pour le Régime Dépendant du Bruit

Traitement du terme B \Rightarrow expression théorique du seuil dynamique noté $\hat{\gamma}_{dt}^{th}$

Enveloppe pour le RDB ($A_n \ll B_n$) : $\hat{w}_n \approx \sqrt{B_n}$

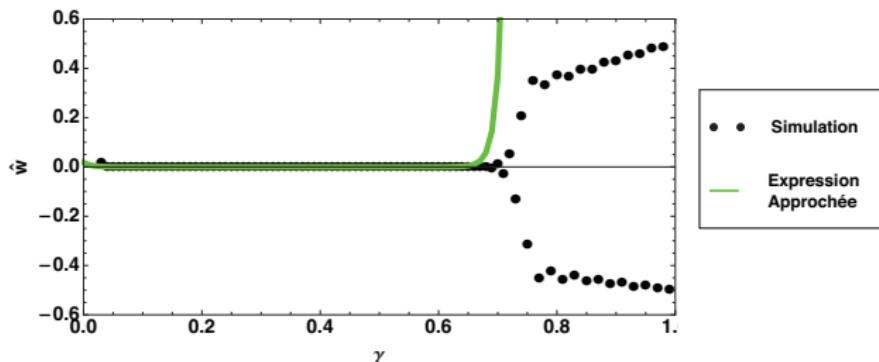
B_n : expression faisant intervenir l'intégrale I

Simplification : Le bruit diminue le seuil d'oscillation dynamique.

Développement limité à l'ordre 2 de I autour de γ_{st} $\Rightarrow I^{D.L.2}$.

$$\hat{w}_n \approx \sqrt{B_n} \approx \frac{\sigma}{\epsilon^{1/4}} \left(\frac{\pi}{K} \right)^{1/4} \exp [I^{D.L.2}(\gamma_n) - I^{D.L.2}(\gamma_{st})]$$

Remarque : valable uniquement après γ_{st}

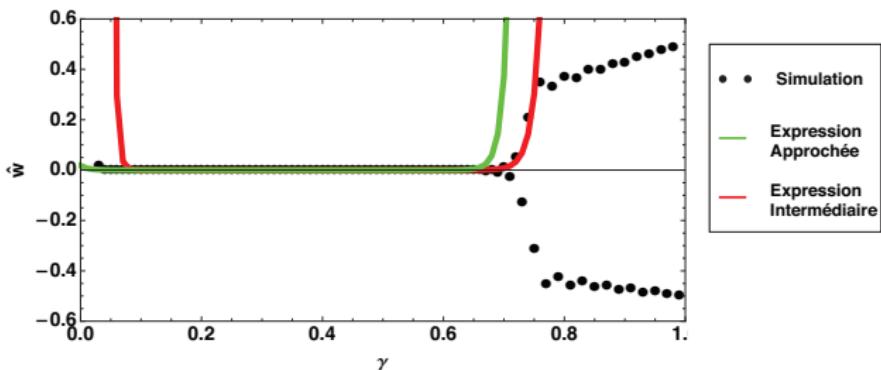


[Bergeot et al., "Prediction of the dynamic oscillation threshold in a clarinet model with time-varying blowing pressure : influence of noise", *Nonlinear dynam.*, 2013.]

Expression intermédiaire :

$$\hat{w}_n \approx \underbrace{\frac{\sigma}{\epsilon^{1/4}} \left(\frac{\pi}{K} \right)^{1/4} \exp [2(I^{D.L.2}(\gamma_n) - I^{D.L.2}(\gamma_{st}))]}_{\text{Expression approchée [1]}}$$

$$\Rightarrow \hat{w}_n \approx \underbrace{\frac{\sigma}{\epsilon^{1/4}} \left(\frac{\pi}{K} \right)^{1/4} \exp [2(I(\gamma_n) - I(\gamma_{st}))]}_{\text{Expression intermédiaire [2]}}$$

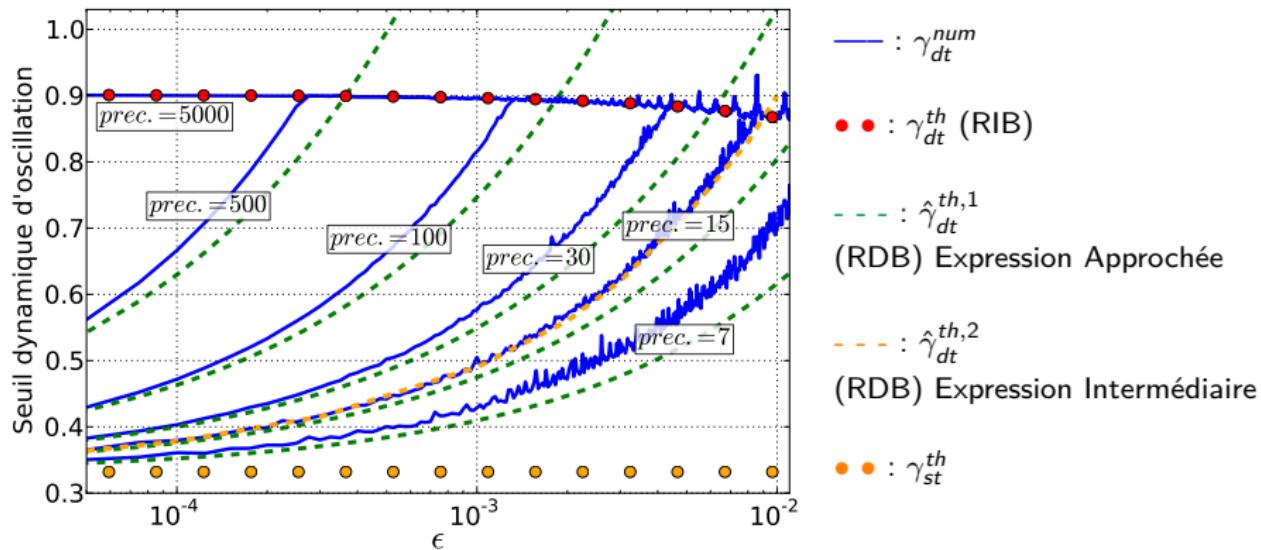


- [1] [Bergeot et al., "Prediction of the dynamic oscillation threshold in a clarinet model with time-varying blowing pressure : influence of noise", *Nonlinear dynam.*, 2013.]
- [2][B. Bergeot et al., "Estimation of the attack transient in a clarinet model with time-varying blowing pressure", *En cours d'écriture*, 2013.]

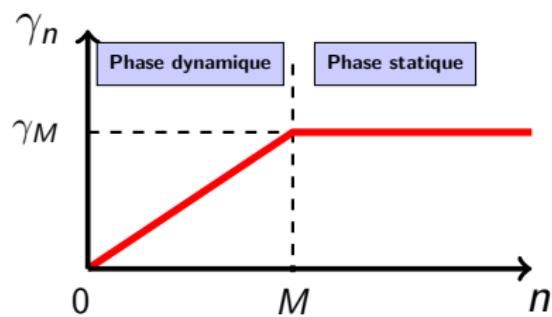
Comparaison entre les seuil d'oscillation dynamiques théoriques γ_{dt}^{th} (RID) et $\hat{\gamma}_{dt}^{th}$ (RDB) et le seuil dynamique numérique γ_{dt}^{num}

RIB : $A_n \implies \gamma_{dt}^{th}$

RDB : $B_n : \{\text{Expr. App.}; \text{Expr. Int.}\} \implies \{\hat{\gamma}_{dt}^{th,1}; \hat{\gamma}_{dt}^{th,2}\}$



Reconstruction d'enveloppe pour le Profil 2



\Rightarrow Phase dynamique : \hat{w}_n

\Rightarrow Phase statique : $w_n \approx w_M [f' (p^{+*})]^{n-M}$

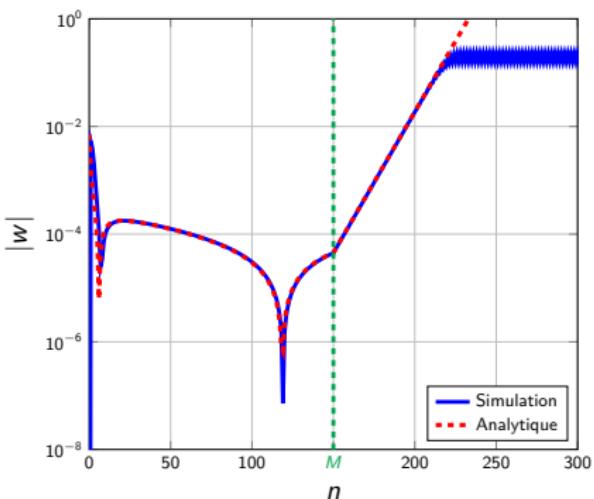
$$w_M = \underbrace{\hat{w}_n + \phi(\gamma_M)}_{p_M^+} - p^{+*}(\gamma_M)$$

\Rightarrow **Situation 1** : Saturation avant la fin de la croissance de γ_M :

$$\gamma_{dt} < \gamma_M ;$$

\Rightarrow **Situation 2** : Pas de départ d'oscillations observé avant γ_M :

$$\gamma_{dt} > \gamma_M ;$$



Sommaire

- 1 Introduction
- 2 État de l'art dans le domaine de l'acoustique musicale
- 3 Observations sur des systèmes maîtrisés
- 4 Expression analytique de l'enveloppe du cas dynamique
- 5 Conclusion et perspectives

Conclusion

- Point de départ : étude des transitoires d'attaque dans les clarinettes ;
- Focalisation sur l'influence de la variation de la pression dans la bouche sur la naissance des oscillations ⇒ Première étape importante ;
- 1^{ère} Étape : Mise en évidence des phénomènes :

Notion de "seuil dynamique d'oscillation" :

- Réinterprétation de résultats anciens de l'acoustique musicale [Atig et al., 2004] ;
- Mesure du seuil statique : on comprend pourquoi il est si difficile de le mesurer en augmentant lentement la pression dans la bouche.

Expérience : croissance exponentielle au début de la phase "statique".

- 2^{nde} Étape : Expression analytique de l'enveloppe du son (étude "dynamique" du modèle de "Raman")
 - Utilisation des outils d'analyse de la théorie de la bifurcation dynamique ;
 - La courbe invariante : un outil précieux.
- Enveloppe analytique ⇒ Prédiction du seuil d'oscillation dynamique :
 - Comparaison *quantitative* avec les simulations ;
 - Comparaison *qualitative* avec l'expérience.

Perspectives

- Comparaison entre seuils dynamiques théoriques et expérimentaux ;
- D'autres profils d'attaque : stabilisation progressive de la pression dans la bouche ;
- Inclure la variation d'autres paramètres de contrôle ;
- Caractère général : applicable à d'autres instruments auto-oscillant ;
- Valorisation du travail auprès de la communauté scientifique : code de simulation en ligne.

[B. Bergeot et al., "Estimation of the attack transient in a clarinet model with time-varying blowing pressure", *En cours d'écriture*, 2013.]

Naissance des oscillations dans les instruments de type clarinette à paramètre de contrôle variable

Baptiste Bergeot

En vue de l'obtention du grade de **docteur de l'Université du Maine**

Direction : **André Almeida, Christophe Vergez et Bruno Gazengel**

10 Octobre 2013

