Second degré.

September 9, 2015

Definition

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Definition

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Definition

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Definition

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Definition

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée **trinôme** (du second degré).
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

Definition

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres réels avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de $f(x)$.
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée **trinôme** (du second degré).
- On appelle **parabole** la représentation graphique d'un trinôme.

Exemple

Les fonctions suivantes sont-elles des trinômes ?

1. $g(x) = 2x^2 + 3x + 1.$
2. $h(x) = 3(x-1)^2 + 1.$
3. $i(x) = 4(x-1)(x+2).$
4. $i(x) = 5x + 3.$
5. $j(x) = x^3 + 4x^2 + 1.$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré.*

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) =$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 =$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré.*

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) =$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) =$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$*.*

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$*.*
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$.
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$ *n'est pas un trinôme du second degré.*

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$*.*
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$ *n'est pas un trinôme du second degré.*
- *Le polynôme* $j(x) = x^3 + 4x^2 + 1$

Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$.
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$ *n'est pas un trinôme du second degré.*
- *Le polynôme* $j(x) = x^3 + 4x^2 + 1$ *n'est pas un trinôme du second degré.*

Theorem

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:

Si $a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	β	$+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	β	$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = \qquad \beta =$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la

du trinôme.

Theorem

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:

Si $a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta =$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la

du trinôme.

Theorem

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ *admet pour variations:*

Si $a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	β	$\nearrow$ $+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	β	$\searrow$ $-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) *du sommet* S *de la parabole grâce aux formules*

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

De plus, f *s'écrit* $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$*. Cette écriture est la*
du trinôme.

Theorem

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:

Si $a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

Si $a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la **forme canonique** *du trinôme.*

Exemple

Pour chacun des trinômes $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$ *et* $Q(x) = -(x-2)^2$ *:*

1. *Identifier les coefficients* a, b, c.
2. *Dresser le tableau de variation.*

Exemple

Pour chacun des trinômes $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$ *et* $Q(x) = -(x-2)^2$ *:*

1. *Identifier les coefficients* a, b, c.
2. *Dresser le tableau de variation.*

Pour $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$, $a = 2$, $b = 4$, $c = -3$, comme a est positif, P est décroissant sur l'intervalle $]-\infty, \alpha]$ puis croissant sur l'intervalle $\alpha, \infty[$.

Definition

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique.
On appelle **racines** de f les solutions de l'équation . Ce sont des points d'intersection entre $\mathcal{P}$ et .

Definition

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique.
On appelle **racines** de f les solutions de l'équation $f(x) = 0$. Ce sont des points d'intersection entre $\mathcal{P}$ et .

Definition

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique.
On appelle **racines** de f les solutions de l'équation $f(x) = 0$. Ce sont les abscisses des points d'intersection entre $\mathcal{P}$ et l'axe des abscisses.

Exemple

Les fonctions suivantes admettent-elles des racines ? Si oui, combien ? Et quelles sont-elles ?

1. $f(x) = 3(x+1)(x-2)$.
2. $g(x) = 2(x-3)^2$.

Proposition

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire:

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ en 2 points.*
- *f admet , c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une .
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$.*

Proposition

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire:

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet , c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une .
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$.*

Proposition

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire:

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une .
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$.*

Proposition

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire:

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une **racine double**.
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$*

  .

Proposition

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré et $\mathcal{P}$ sa représentation graphique. Trois cas peuvent se produire:

- *f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.*
- *f admet une racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).*
  Dans ce cas, on dit que la racine est une **racine double***.*
- *f n'admet pas de racine, c'est-à-dire $\mathcal{P}$ ne coupe pas l'axe des abscisses.*

Definition (Discriminant)

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta =$.

Exemple

Calculer les discriminants des trinômes suivants:

1. *Soit* $h(x) = x^2 - 4x + 3$.
2. *Soit* $i(x) = 2x^2 - 4x + 2$.
3. *Soit* $j(x) = -3x^2 + 12x - 15$

Definition (Discriminant)

Soit $f(x)$ un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

Exemple

Calculer les discriminants des trinômes suivants:

1. *Soit* $h(x) = x^2 - 4x + 3$.
2. *Soit* $i(x) = 2x^2 - 4x + 2$.
3. *Soit* $j(x) = -3x^2 + 12x - 15$

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

  $$x_1 = \qquad\qquad x_2 =$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si* *de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine* $x_0 = \quad (= \quad)$
  et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$ *et* $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

  $$x_1 = \qquad\qquad x_2 =$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine*

  $$x_0 = \qquad (= \quad)$$

  et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad\qquad x_2 =$$

et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) =$.

- *si* *de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine*

$$x_0 = \quad (= \quad)$$

et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.

- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$ *et* $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

  $$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine*

  $$x_0 = \quad (= \quad)$$

  et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine $x_0 =$ $(=\ )$ et on peut $f(x)$ en $f(x) =$.*
- *si le discriminant de $f(x)$ est alors $f(x)$ et $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

  $$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine*

  $x_0 =$ $(=$ $)$

  et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est* *alors $f(x)$*

  et *$f(x)$ en un*

  produit de termes de degré 1.

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 =$ $(=$ $)$*
et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est* *alors $f(x)$*
et $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

  $$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \quad)$
  et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$ *et* $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$*.*

- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$
et on peut $f(x)$ *en* $f(x) =$ *.*
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$
et $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \alpha)$
  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) =$.
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est* *alors* $f(x)$ *et* $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$*
  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x-x_0)^2$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est* … *alors $f(x)$* … *et* … *$f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \alpha)$*
  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.

- *si le discriminant de $f(x)$ est strictement négatif alors $f(x)$*
  et *$f(x)$ en un*
  produit de termes de degré 1.

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ *un trinôme.*

- *si le discriminant* Δ *de* $f(x)$ *est strictement positif alors* $f(x)$ *admet deux racines :*

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$*.*
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est nul alors* $f(x)$ *admet une racine double* $x_0 = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$
  et on peut factoriser $f(x)$ *en* $f(x) = a(x-x_0)^2$*.*
- *si le discriminant de* $f(x)$ *est strictement négatif alors* $f(x)$ *ne possède pas de racine et* $f(x)$ *en un produit de termes de degré 1.*

Theorem (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

- *si le discriminant Δ de $f(x)$ est strictement positif alors $f(x)$ admet deux racines :*

  $$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est nul alors $f(x)$ admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(= \alpha)$*
  et on peut factoriser $f(x)$ en $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- *si le discriminant de $f(x)$ est strictement négatif alors $f(x)$ ne possède pas de racine et on ne peut pas factoriser $f(x)$ en un produit de termes de degré 1.*

Exemple

Calculer les racines (éventuelles) des trinômes de l'exemple 4, puis factoriser ces trinômes (si possible).

Proposition (Positions de paraboles)

Il n'y a que deux possibilités pour une parabole $\mathcal{P} : y = a(x-\alpha)^2 + \beta$ de couper l'axe des abscisses en deux points:

- *Soit elle admet un minimum strictement négatif (cas $a > 0, \beta < 0$).*
- *Soit elle admet un maximum strictement positif.(cas $a < 0$ et $\beta > 0$)*

La parabole est tangente à l'axe des abscisses si et seulement si son extremum est nul ($\beta = 0$).