# Second degré.

September 9, 2015

## Definition

Une fonction est **croissante** (respectivement **décroissante**) sur un intervalle si les images de nombres dans cet intervalle sont rangées dans le même ordre (respectivement l'ordre inverse) que ces nombres.

## Definition

Une fonction est **croissante** (respectivement **décroissante**) sur un intervalle si les images de nombres dans cet intervalle sont rangées dans le même ordre (respectivement l'ordre inverse) que ces nombres.

## Exemple

*La fonction carré* $\mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ *est décroissante sur* $]-\infty; 0]$*. Par exemple,* $(-2)^2 = 4 > 1 = (-1)^2$*. Pour exhiber les variations d'une fonction, on construit souvent un tableau.*

| $x$ | $-\infty$ | $0$ |
|---|---|---|
| $x^2$ | $+\infty$ $\searrow$ | $0$ |

## Definition

Le **minimum** (respectivement le **maximum**) d'une fonction est la plus petite (respectivement la plus grande) valeur atteinte par cette fonction.
On appelle **extremum**, un minimum ou un maximum.

## Definition

Le **minimum** (respectivement le **maximum**) d'une fonction est la plus petite (respectivement la plus grande) valeur atteinte par cette fonction.
On appelle **extremum**, un minimum ou un maximum.

## Exemple

*D'après le tableau de variations précédent, la fonction*
$f :]-\infty;0] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$

### Definition

Le **minimum** (respectivement le **maximum**) d'une fonction est la plus petite (respectivement la plus grande) valeur atteinte par cette fonction.
On appelle **extremum**, un minimum ou un maximum.

### Exemple

*D'après le tableau de variations précédent, la fonction* $f : ]-\infty; 0] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ *possède un minimum*

## Definition

Le **minimum** (respectivement le **maximum**) d'une fonction est la plus petite (respectivement la plus grande) valeur atteinte par cette fonction.
On appelle **extremum**, un minimum ou un maximum.

## Exemple

*D'après le tableau de variations précédent, la fonction* $f :]-\infty;0] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ *possède un minimum , égal à* 0

## Definition

Le **minimum** (respectivement le **maximum**) d'une fonction est la plus petite (respectivement la plus grande) valeur atteinte par cette fonction.
On appelle **extremum**, un minimum ou un maximum.

## Exemple

*D'après le tableau de variations précédent, la fonction* $f : ]-\infty; 0] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ *possède un minimum , égal à* $0$ *, atteint pour* $x = 0$*.*

### Definition

Le **minimum** (respectivement le **maximum**) d'une fonction est la plus petite (respectivement la plus grande) valeur atteinte par cette fonction.
On appelle **extremum**, un minimum ou un maximum.

### Exemple

*D'après le tableau de variations précédent, la fonction* $f : ]-\infty; 0] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ *possède un minimum , égal à* $0$ *, atteint pour* $x = 0$*. Mais* $f(x)$ *n'admet pas de maximum.*

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré.*

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) =$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 =$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré.*

### Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

### Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) =$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) =$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$.

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$.
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$*.*
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$ *n'est pas un trinôme du second degré.*

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$.
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$.
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$ *n'est pas un trinôme du second degré.*
- *Le polynôme* $j(x) = x^3 + 4x^2 + 1$

## Definition

On dit qu'une fonction $f(x)$ est un trinôme du second degré si elle peut se mettre sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a$ doit être non nul.

## Exemple

- *La fonction* $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ *est un trinôme du second degré.*
- *La fonction* $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $h(x) = 3(x^2 - 2x + 1) + 1 = 3x^2 - 6x + 4$*.*
- *La fonction* $i(x) = 4(x-1)(x+2)$ *est un trinôme du second degré. En effet,* $i(x) = 4(x^2 - x + 2x - 1) = 4x^2 + 4x - 4$*.*
- *La fonction affine* $i(x) = 5x + 3$ *n'est pas un trinôme du second degré.*
- *Le polynôme* $j(x) = x^3 + 4x^2 + 1$ *n'est pas un trinôme du second degré.*

## Theorem

*Un polynôme de degré 2, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:*

*Si* $a > 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $\beta$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

*Si* $a < 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\beta$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

*On peut calculer les coordonnées $(\alpha, \beta)$ du sommet $S$ de la parabole grâce aux formules*

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

## Proposition (Positions de paraboles)

*Il n'y a que deux possibilités pour une parabole $\mathcal{P} : y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ de couper l'axe des abscisses en deux points:*

- *Soit elle admet un minimum strictement négatif (cas $a > 0, \beta < 0$).*
- *Soit elle admet un maximum strictement positif.(cas $a < 0$ et $\beta > 0$)*

*La parabole est tangente à l'axe des abscisses si et seulement si son extremum est nul ($\beta = 0$).*