Proposition 1 (Reformulation de la proposition de la position d'une parabole)

— Un trinôme du second degré admet deux racines si et seulement si a et β sont de signes contraires ou encore si et seulement si $a\beta < 0$.

— Un trinôme du second degré admet une racine double si et seulement si $\beta = 0$.

Théorème 1 (Central)
Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré sous forme développée réduite.

— $f(x)$ admet deux racines x_1,x_2 si et seulement si son discriminant est strictement positif.
Dans ce cas, on a :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Et le trinôme peut se factoriser en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

— $f(x)$ admet une racine double x_0 si et seulement si son discriminant est nul.
Dans ce cas, on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a}$$

Et le trinôme peut se factoriser en $f(x) = a(x - \alpha)^2$.

— $f(x)$ ne possède pas de racine si et seulement si son discriminant est strictement négatif.
Dans ce cas $f(x)$ ne peut pas se factoriser en un produit de termes de degré 1