Second degré.

September 9, 2015

• Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme

- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de f(x).
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres rééls avec a
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de f(x).
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres rééls avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est de f(x).
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres rééls avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de f(x).
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres rééls avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de f(x).
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée trinôme (du second degré).
- On appelle la représentation graphique d'un trinôme.

- Une **fonction polynôme de degré 2** est une fonction f définie sur \mathbb{R} qui peut être mise sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont trois nombres rééls avec a non nul.
- L'expression $ax^2 + bx + c$ est la **forme développée** de f(x).
- Une fonction polynôme de degré 2 est aussi appelée trinôme (du second degré).
- On appelle **parabole** la représentation graphique d'un trinôme.

Les fonctions suivantes sont-elles des trinômes ?

$$g(x) = 2x^2 + 3x + 1.$$

$$h(x) = 3(x-1)^2 + 1.$$

$$(x) = 4(x-1)(x+2).$$

$$i(x) = 5x + 3.$$

$$j(x) = x^3 + 4x^2 + 1.$$

• La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$

• La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré.

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, h(x) =

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 =$

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2)

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré.

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré. En effet, i(x) =

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré. En effet, $i(x) = 4(x^2 x + 2x 1) =$

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré. En effet, $i(x) = 4(x^2 x + 2x 1) = 4x^2 + 4x 4$.

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré. En effet, $i(x) = 4(x^2 x + 2x 1) = 4x^2 + 4x 4$.
- La fonction affine i(x) = 5x + 3

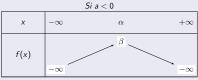
- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré. En effet, $i(x) = 4(x^2 x + 2x 1) = 4x^2 + 4x 4$.
- La fonction affine i(x) = 5x + 3 n'est pas un trinôme du second degré.

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré. En effet, $i(x) = 4(x^2-x+2x-1) = 4x^2+4x-4$.
- La fonction affine i(x) = 5x + 3 n'est pas un trinôme du second degré.
- Le polynôme $j(x) = x^3 + 4x^2 + 1$

- La fonction $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$ est un trinôme du second degré.
- La fonction $h(x) = 3(x-1)^2 + 1$ est un trinôme du second degré. En effet, $h(x) = 3(x^2 2x + 1) + 1 = 3x^2 6x + 4$.
- La fonction i(x) = 4(x-1)(x+2) est un trinôme du second degré. En effet, $i(x) = 4(x^2-x+2x-1) = 4x^2+4x-4$.
- La fonction affine i(x) = 5x + 3 n'est pas un trinôme du second degré.
- Le polynôme $j(x) = x^3 + 4x^2 + 1$ n'est pas un trinôme du second degré.

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:



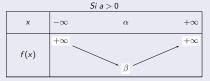


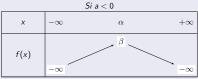
On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = \beta =$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:



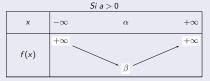


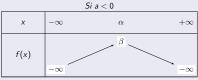
On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a}$$
 $\beta =$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:



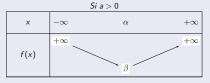


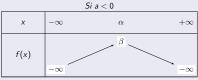
On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la du trinôme.

Un trinôme, $f(x) = ax^2 + bx + c$ admet pour variations:





On peut calculer les coordonnées (α, β) du sommet S de la parabole grâce aux formules

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \qquad \beta = f(\alpha)$$

De plus, f s'écrit $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$. Cette écriture est la **forme canonique** du trinôme.

Pour chacun des trinômes $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$ et $Q(x) = -(x-2)^2$:

- Identifier les coefficients a, b, c.
- Dresser le tableau de variation.

Pour chacun des trinômes $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$ et $Q(x) = -(x-2)^2$:

- Identifier les coefficients a, b, c.
- Dresser le tableau de variation.

Pour $P(x) = 2x^2 + 4x - 3$, a = 2, b = 4, c = -3, comme a est positif, P est décroissant sur l'intervalle $]-\infty,\alpha]$ puis croissant sur l'intervalle $\alpha,\infty[$.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique.

On appelle **racines** de f les solutions de l'équation . Ce sont des points d'intersection entre $\mathcal P$ et

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique.

On appelle **racines** de f les solutions de l'équation f(x) = 0. Ce sont des points d'intersection entre \mathcal{P} et

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré et \mathcal{P} sa représentation graphique.

On appelle **racines** de f les solutions de l'équation f(x) = 0. Ce sont les abscisses des points d'intersection entre \mathcal{P} et l'axe des abscisses.

Les fonctions suivantes admettent-elles des racines ? Si oui, combien ? Et quelles sont-elles ?

$$(x) = 3(x+1)(x-2).$$

2
$$g(x) = 2(x-3)^2$$
.

Fonctions polynômes de degré 2. Racines et factorisation. Intersection d'une parabole avec l'axe des abscisses.

- f admet 2 racines, c'est-à-dire \mathcal{P} en 2 points.
- f admet , c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).

 Dans ce cas, on dit que la racine est une
- ullet f n'admet pas de racine, c'est-à-dire ${\cal P}$

- f admet 2 racines, c'est-à-dire \mathcal{P} coupe l'axe des abscisses en 2 points.
- f admet , c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).

 Dans ce cas, on dit que la racine est une .
- ullet f n'admet pas de racine, c'est-à-dire ${\mathcal P}$

- f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal P$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.
- f admet une racine, c'est-à-dire \mathcal{P} est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).

 Dans ce cas, on dit que la racine est une
- f n'admet pas de racine, c'est-à-dire \mathcal{P}

- f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal P$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.
- f admet une racine, c'est-à-dire P est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).
 Dans ce cas, on dit que la racine est une racine double.
- ullet f n'admet pas de racine, c'est-à-dire ${\mathcal P}$

- f admet 2 racines, c'est-à-dire $\mathcal P$ coupe l'axe des abscisses en 2 points.
- f admet une racine, c'est-à-dire P est tangente à l'axe des abscisses (1 point d'intersection).
 Dans ce cas, on dit que la racine est une racine double.
- f n'admet pas de racine, c'est-à-dire \mathcal{P} ne coupe pas l'axe des abscisses.

Definition (Discriminant)

Soit f(x) un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta =$

Exemple

Calculer les discriminants des trinômes suivants:

- Soit $h(x) = x^2 4x + 3$.
- 2 Soit $i(x) = 2x^2 4x + 2$.
- **3** Soit $j(x) = -3x^2 + 12x 15$

Definition (Discriminant)

Soit f(x) un trinôme du second degré dont la forme développée réduite est $f(x) = ax^2 + bx + c$. On appelle **discriminant** de ce trinôme le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$.

Exemple

Calculer les discriminants des trinômes suivants:

- Soit $h(x) = x^2 4x + 3$.
- 2 Soit $i(x) = 2x^2 4x + 2$.
- 3 Soit $j(x) = -3x^2 + 12x 15$

Fonctions polynômes de degré 2. Racines et factorisation. Intersection d'une parabole avec l'axe des abscisses.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = x_2 =$$

- si f(x) est nul alors f(x) admet une racine f(x) et on peut f(x) en f(x) en f(x)
- si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x)admet deux racines :

$$x_1 = x_2 =$$

- de f(x) est nul alors f(x) admet une racine si $x_0 = (=)$ f(x) en f(x) =et on peut
- si le discriminant de f(x) est alors f(x)f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 =$$

- si f(x) est nul alors f(x) admet une racine f(x) et on peut f(x) en f(x) en f(x)
- si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- si de f(x) est nul alors f(x) admet une racine $x_0 = (=)$ et on peut f(x) en f(x) = .
- si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x)admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

et on peut factoriser f(x) en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- de f(x) est nul alors f(x) admet une racine si $x_0 = (=)$ et on peut f(x) en f(x) =
- si le discriminant de f(x) est alors f(x)f(x) en un

produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

et on peut factoriser f(x) en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

• si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine $x_0 = (=)$ et on peut f(x) en f(x) = .

• si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = (=)$ et on peut f(x) en f(x) = .
- si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(=)$ et on peut f(x) en f(x) =
- si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$ et on peut f(x) en $f(x) = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$
- si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x)admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

et on peut factoriser f(x) en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} (= \alpha)$ et on peut factoriser f(x) en f(x) =
- si le discriminant de f(x) est alors f(x)f(x) en un

produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$ et on peut factoriser f(x) en $f(x) = a(x x_0)^2$.
- si le discriminant de f(x) est alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$ et on peut factoriser f(x) en $f(x) = a(x x_0)^2$.
- si le discriminant de f(x) est strictement négatif alors f(x) et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$ et on peut factoriser f(x) en $f(x) = a(x x_0)^2$.
- si le discriminant de f(x) est strictement négatif alors f(x) ne possède pas de racine et f(x) en un produit de termes de degré 1.

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme.

• si le discriminant Δ de f(x) est strictement positif alors f(x) admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si le discriminant de f(x) est nul alors f(x) admet une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}(=\alpha)$ et on peut factoriser f(x) en $f(x) = a(x x_0)^2$.
- si le discriminant de f(x) est strictement négatif alors f(x) ne possède pas de racine et on ne peut pas factoriser f(x) en un produit de termes de degré 1.

Fonctions polynômes de degré 2.

Racines et factorisation.
Intersection d'une parabole avec l'axe des abscisses.

Exemple

Calculer les racines (éventuelles) des trinômes de l'exemple 4, puis factoriser ces trinômes (si possible).

Fonctions polynômes de degré 2. Racines et factorisation. Intersection d'une parabole avec l'axe des abscisses.

Proposition (Positions de paraboles)

Il n'y a que deux possibilités pour une parabole $\mathcal{P}: y = a(x-\alpha)^2 + \beta$ de couper l'axe des abscisses en deux points:

- Soit elle admet un minimum strictement négatif (cas $a > 0, \beta < 0$).
- Soit elle admet un maximum strictement positif.(cas a < 0 et $\beta > 0$)

La parabole est tangente à l'axe des abscisses si et seulement si son extremum est nul ($\beta = 0$).