

Proposition 1 (Reformulation de la proposition de la position d'une parabole)

- Un trinôme du second degré admet deux racines si et seulement si a et β sont de signes contraires ou encore si et seulement si $a\beta < 0$.
- Un trinôme du second degré admet une racine double si et seulement si $\beta = 0$.

Théorème 1 (Central)

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ un trinôme du second degré sous forme développée réduite.

- $f(x)$ admet deux racines x_1, x_2 si et seulement si son discriminant est strictement positif.

Dans ce cas, on a :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Et le trinôme peut se factoriser en $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- $f(x)$ admet une racine double α si et seulement si $\beta = 0$.

Dans ce cas, on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a}$$

Et le trinôme peut se factoriser en $f(x) = a(x - \alpha)^2$.

Remarque 1

On déduit de ce théorème qu'un trinôme du second degré ne possède pas de racine si et seulement si son discriminant est strictement négatif.

Si tel est le cas, ce trinôme ne peut se factoriser en un produit de termes de degré 1.