



תרגיל 3 להגשה בתכנון וניתוח אלגוריתמים (קורס מס' 10120)

מרצים: ד"ר ראובן חוטובלי ד"ר מריה ארטישצ'ב

תאריך הגשה: 25.5.2021. העבודה בזוגות. עליכם למלא את הטבלה בקובץ WORD המצורף תרגיל ולהגיש את הקובץ עם הטבלה בלבד.

התיאור המובא להלן מתייחס לשאלות 1 עד 4 כולל.

נתון גרף פשוט $G=(V, E)$ שאינו בהכרח קשיר. לפניך אלגוריתם יעיל ככל האפשר המדפיס את רשימת כל הקדקודים השייכים למעגל כלשהו שאיננו לולאה.

תיאור אלגוריתם

- צעד 1: נריץ את האלגוריתם _____ (1) בגרף G .
- צעד 2: נבנה את _____ (2) ואותו נסמן ב- $G1$.
- צעד 3: בעבור כל קדקוד C ב- $G1$ בצע: _____ (3).

באלגוריתם הנ"ל חסרים שלושה ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים. התשובה הנכונה עבור כל אחד מהביטויים החסרים מופיעים בשאלות הבאות:

שאלה 1

התשובה הנכונה עבור ביטוי (1) לעיל היא:

א. למצוא את הרק"חים.

ב. מיון טופולוגי

ג. BFS.

ד. DFS.

שאלה 2

התשובה הנכונה עבור ביטוי (2) לעיל היא:

א. גרף העל.

ב. רשימה ממוינת בסדר עולה של קדקודי הגרף לפי זמן סיום הטיפול בהם.

ג. עץ/יער פורש BFS.

ד. עץ/יער פורש DFS.

שאלה 3

התשובה הנכונה עבור ביטוי (3) לעיל היא :

- א. הדפס את כל הקדקודים הנמצאים ב-C.
- ב. אם הוא מכיל לפחות שני קדקודים השייכים ל-G אז הדפס את כל הקדקודים השייכים ל-G ונמצאים ב-C.
- ג. אם C בעל דרגה גדולה מ-0 אז הדפס את כל הקדקודים השייכים ל-G ונמצאים ב-C.
- ד. אם ל-C אין קדקוד מקדים אז הדפס את כל הקדקודים השייכים ל-G ונמצאים ב-C.

שאלה 4

סבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם הנתון הינה :

- א. ריבועית כפונקציה של גודל הקלט.
- ב. לינארית כפונקציה של גודל הקלט.
- ג. מעריכית כפונקציה של גודל הקלט.
- ד. אף אחת מבין התשובות הנתונות איננה נכונה.

התיאור המובא להלן מתייחס לשאלות 5 עד 15 כולל.

שורש בגרף מכוון הוא צומת ממנו יש מסלול (מכוון) לכל צומת אחר בגרף.

לפניך אלגוריתם יעיל אשר מקבל גרף מכוון $G = (V, E)$ ומוצא שורש ב-G או מודיע שאין כזה.

אלגוריתם-שורש

צעד 1: נריץ את האלגוריתם _____ (1) אשר מחזיר עץ או יער מכוון.

צעד 2: נסמן ב-s את השורש של העץ האחרון בעץ או יער, כלומר הקדקוד עם זמן הסיום (זמן ה"מוות") הגדול ביותר.

צעד 3: נריץ את _____ (2) החל מ- _____ (3)

צעד 4:

אם קיים- _____ (4), אזי נכריז כי בגרף אין **קדקוד שורש** ונחזיר (FALSE) אחרת- s הינו **קדקוד שורש** של G.

באלגוריתם הזה חסרים ארבעה ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים. התשובה הנכונה עבור כל אחד מהביטויים החסרים מופיעים בשאלות הבאות :

שאלה 5

התשובה הנכונה עבור ביטוי (1) לעיל היא :

- א. DFS על G החל מקדקוד כלשהו.
- ב. מיון טופולוגי על G החל מקדקוד בעל דרגת כניסה 0.
- ג. DAG-SHORTEST-PATHS על G החל מקדקוד כלשהו.
- ד. למצוא את הרק"חים.

שאלה 6

התשובה הנכונה עבור ביטוי (2) לעיל היא :

- א. DFS.
- ב. מיון טופולוגי על G .
- ג. DAG-SHORTEST-PATHS על G החל מקדקוד כלשהו.
- ד. למצוא את הרק"חים.

שאלה 7

התשובה הנכונה עבור ביטוי (3) לעיל היא :

- א. מקדקוד בעל דרגת כניסה 0
- ב. מקדקוד כלשהו $v \in V$.
- ג. s .
- ד. מקדקוד כלשהו $v \in V$ השונה מ- s .

שאלה 8

התשובה הנכונה עבור ביטוי (4) לעיל היא :

- א. יותר ממסלול קצר אחד.
- ב. לפחות קדקוד אחד בעל דרגת כניסה 0.
- ג. יותר מעץ פורש אחד ביער פורש.
- ד. אף אחת מהתשובות הנתונות אינה נכונה.

שאלה 9

קבעו האם הטענה שלהלן נכונה או לא נכונה :

בהרצת אלגוריתם _____(2)_____ החל מקדקוד u בצעד 3 מתקבל עץ יחיד אם"ס u הוא שורש של הגרף.

שאלה 10

סבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם הנתון , המופעל על גרף קשיר, הינה :

- א. $O(|E|\log|V|)$.
- ב. $O(|V|*|E|)$.
- ג. $O(|E|^2)$.
- ד. $O(|V|+|E|)$.

עתה לפניך אלגוריתם 2 יעיל אלגוריתם-שורשים אשר מקבל גרף מכוון $G = (V, E)$ ומוצא את כל השורשים ב- G או מודיע שאין כזה.

טענת עזר : אם צומת v הינו שורש, אזי קדקוד u הינו שורש **אם ורק אם** קיים מסלול מ- u ל- v .

אלגוריתם-שורשים

צעד 1:

נריץ את האלגוריתם (5) ואת הערך המוחזר של האלגוריתם הזה נשמור במשתנה F .

צעד 2: אם לא מצאנו שורש אז אין שורשים בגרף וסיים! אחרת, יהא r השורש שנמצא.

צעד 3: בהינתן הגרף $G = (V, E)$ נבנה ממנו גרף חדש $G' = (V', E')$

באופן הבא: $V' = V$ $E' =$ (6)

צעד 4: נריץ את האלגוריתם (7) החל מ- r .

צעד 5: כל (8) של r הם בדיוק שורשי G .

באלגוריתם הזה חסרים ארבעה ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים. התשובה הנכונה עבור כל אחד מהביטויים החסרים מופיעים בשאלות הבאות :

שאלה 11

התשובה הנכונה עבור ביטוי (5) לעיל היא :

- א. DFS
- ב. מיון טופולוגי
- ג. BFS
- ד. אלגוריתם-שורש.

שאלה 12

התשובה הנכונה עבור ביטוי (6) לעיל היא :

- א. $E^T = \{(u, v) / (v, u) \in E\}$
- ב. E
- ג. $E - \{(r, v) / v \in V\} - \{(v, r) / v \in V\}$
- ד. $E + \{(p, v) \cup (v, p) / p \notin V\}$

שאלה 13

התשובה הנכונה עבור ביטוי (7) לעיל היא :

- א. DFS
- ב. מיון טופולוגי
- ג. מציאת סגור טרנזיטיבי.
- ד. אלגוריתם-שורש.

שאלה 14

התשובה הנכונה עבור ביטוי (8) לעיל היא :

- א. בניו
- ב. צאצאיו
- ג. אבות הקדמונים שלו
- ד. הקדקודים הנמצאים במעגל יחד עם הקדקוד r .

שאלה 15

סבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם הנתון , המופעל על גרף קשיר, הינה :

- א. $O(|E| \log |V|)$
- ב. $O(|V| + |E|)$
- ג. $O(|E|^2)$
- ד. $O(|V| * |E|)$

התיאור המובא להלן מתייחס לשאלות 16 עד 20 (כולל)

יהי $G=(V, E)$ גרף מכוון. תהי $u \in V$ צומת כלשהי בגרף. לפניך אלגוריתם יעיל המדפיס את אורך המעגל האי זוגי הקצר ביותר ש- u משתתף בו. אם לא קיים מעגל כזה – יש להודיע על כך.

האלגוריתם

צעד 1: בהינתן $G=(V, E)$ נבנה גרף חדש $G^*=(V^*, E^*)$ באופן הבא:

$$V^* = V \cup V' \quad V' = \{v' \mid v \in V\}$$

$$E^* = \{ \text{_____} (1) \text{_____} \mid (u \rightarrow v) \in E \}$$

צעד 2: נריץ על G^* את אלגוריתם _____ (2) _____ החל מקודקוד u , _____ (3) _____.

צעד 3:

אם האלגוריתם _____ (2) _____ הסתיים ולא הגענו ל- _____ (4) _____, נודיע שלא קיים מעגל כנדרש.

באלגוריתם הנ"ל חסרים ארבעה ביטויים המסומנים במספרים בין סוגריים עגולים. התשובות הנכונות עבור כל אחד מהביטויים החסרים מופיעות בשאלות הבאות:

שאלה 16

התשובה הנכונה עבור ביטוי (1) לעיל היא:

א. $(u \rightarrow v'), (u' \rightarrow v)$

ב. $(u' \rightarrow v')$

ג. $(v \rightarrow u')$

ד. $(u \rightarrow v'), (v' \rightarrow u)$

שאלה 17

התשובה הנכונה עבור ביטוי (2) לעיל היא:

א. DFS

ב. BFS

ג. מיון טופולוגי

ד. אשר מוצא מעגל

שאלה 18

התשובה הנכונה עבור ביטוי (3) לעיל היא:

א. ונחזיר בכל מקרה את $d[u]$, ונסיים.

ב. ותוך כדי הריצה אם נגיע ל- u , אזי נחזיר את $d[u]$, ונסיים.

ג. ותוך כדי הריצה אם נגיע ל- u' , אזי נחזיר את $d[u']$, ונסיים.

ד. ונחזיר בכל מקרה את $d[u']$, ונסיים.

שאלה 19

התשובה הנכונה עבור ביטוי (4) לעיל היא :

א. לשכן כלשהו של u

ב. לשכן כלשהו של u'

ג. u

ד. u'

שאלה 20

סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם הנתון הינה :

א. $O(|V| |E|)$

ב. $O(|V|^2 |E|)$

ג. $O(|V|^2)$

ד. $O(|V| + |E|)$

בהצלחה!