

# אלגברה לנומאריה

תיאוריה ותרגילים

# אלגברה ליניארית

## תיאוריה ותרגילים

אברהם ברמן    בן-ציון קון

مكتبة	
جمعية اتباع الشريعة، نسلي القاسمي، المصليا	
512.5	بقاغة الغربية
.....	رقم التصفيف
3602/ك	رقم التسلسل
15:4:2003	تاريخ الورد

מהדורה שניה

בן הוצאת בק - ספרי לימוד BAK

ת.ד. 7860 חיפה 31078 P.O.Box 7860 Haifa

# תוכן העניינים

## הקדמה

### פרק I: מבוא

1. סימנים לוגיים. קבוצות ..... 1
2. מספרים ממשיים ..... 2
3. מספרים מרוכבים ..... 4
4. המשך: חזקות ושורשים ..... 9
5. פולינומים ..... 12
6. פירוק לגורמים ..... 17
7. נוסחאות וייטה (Vieta) ..... 19

### פרק II: מערכת משוואות

1. משוואה ליניארית ..... 22
2. מערכת משוואות ליניאריות ..... 25
3. פתרון של מערכות משוואות ליניאריות ..... 29
4. שיטת החילוף של גאוס (C.F. Gauss) ..... 33
5. מטריצה מדורגת. פעולות שורה אלמנטריות ..... 37
6. שיטת גאוס-ג'ורדן (V. Jordan) ..... 41

### פרק III: וקטורים ב- $R^n$ ו- $C^n$

1. המרחבים  $R^n$  ו- $C^n$ , ותת-מרחבים שלהם ..... 44
2. תלות ואי-תלות ליניארית של וקטורים ..... 46
3. בסיס ומימד ..... 52
4. מרחב שורות ומרחב עמודות ..... 55
5. מרחב האפס ..... 58

### פרק IV: מטריצות

1. מבוא. מטריצות מיוחדות ..... 60
2. פעולות חשבון במטריצות ..... 62
3. כפל מטריצות ..... 64
4. מטריצות הפיכות ..... 68
5. הפיכות חד-צדדית ..... 74
6. מטריצות אלמנטריות. שקילות מטריצות ..... 76
7. פירוק LU ..... 79
8. מטריצות תאים ..... 81
9. מטריצות מיוחדות מעל  $C$  ..... 85
10. שימוש לתורת הגרפים ..... 86

## פרק V: דטרמיננטים

90	1. דטרמיננטים מסדר 2 ו-3
93	2. דטרמיננט מסדר גבוה (הגדרה)
95	3. תמורות
97	4. דטרמיננטים מסדר גבוה (המשך)
99	5. תכונות של דטרמיננטים
105	6. דטרמיננט של מטריצות בלוק משולשות ומכפלת מטריצות
108	7. דוגמאות לחישוב דטרמיננטים
111	8. הפיכות ודטרמיננטים

## פרק VI: מרחבים וקטוריים

115	1. פעולה בינרית. שדה
119	2. שדות סופיים. $Z_n$
122	3. מטריצות מעל שדה סופי
124	4. מרחבים וקטוריים כלליים
126	5. תת-מרחב
129	6. בסיס ומימד של מרחב וקטורי
134	7. סכום וסכום ישר של תת-מרחבים
141	8. וקטור קואורדינטות. איזומורפיזם
145	9. קואורדינטות בבסיסים שונים

## פרק VII: העתקות ליניאריות

147	1. העתקות
153	2. טווח וגרעין
156	3. מרחב העתקות ליניאריות
159	4. העתקות הפיכות
161	5. הצגה מטריצית של אופרטור ליניארי
166	6. העתקה ליניארית ומטריצות
168	7. דימיון מטריצות

## פרק VIII: ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים

170	1. ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים של מטריצות
176	2. ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים של אופרטורים
178	3. המשך: לכסינות של אופרטורים ומטריצות
185	4. פולינומי מטריצות וטסחה למקדמים של הפולינום האופייני
189	5. משפט קיילי-המילטון (Cayley-Hamilton)
193	6. פולינום מינימלי
197	7. משפט הפירוק הספקטרלי עבור אופרטורים לכסינים
199	8. צורת ג'ורדן

## פרק IX: מרחבים אוקלידיים ואוניטריום

204	1. מכפלה פנימית
207	2. אי-שוויון קושי-שוורץ (Cauchy-Schwarz)
210	3. אורתוגונליות
214	4. בסיס אורתונורמלי. אי-שוויון בסל (F.W. Bessel)
216	5. משלים אורתוגונלי
219	6. איזומורפיזם של מרחבים אוניטריים
220	7. מכפלה פנימית כללית ב- $R^n$
222	8. פירוק QR

## פרק X: מטריצות הרמיטיות ומטריצות נורמליות

224	1. דימיון אוניטרי
229	2. מטריצות מוגדרות חיובית ומוגדרות אי-שלילית
233	3. מטריצות נורמליות

## פרק XI: תבניות ריבועיות ומטריצות סימטריות

238	1. תבניות ריבועיות
240	2. ליכסון של מטריצה סימטרית על ידי חפיפה
243	3. משפט ההתמדה של סילווסטר (A. Sylvester)
244	4. חפיפה סימולטנית

246 נספח: יחסי שקילות באלגברה ליניארית

249 רשימת מקורות

250 סימנים

251 מפתח שמות

252 רשימת מונחים

255 תשובות

