Corso di Laurea Triennale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Metodi Numerici **A.A. 2021-2022**

Esercitazione N. 9
Interpolazione polinomiale di dati - Newton

Obiettivo
Sperimentazione numerica relativa all'interpolazione di dati.

Codici
Scrivere la function `interpN.m` che calcoli il polinomio interpolante in forma di Newton (valutato con il metodo di Horner).
Tale function devono assumere come dati in input:

- x vettore dei nodi di interpolazione,
- y vettore dei valori della funzione nei nodi di interpolazione,
- xv vettore dei punti in cui si vuole valutare il polinomio interpolante.

In output deve essere restituito

- yv vettore contenente i valori assunti dal polinomio interpolante
- a: vettore contenente i coefficienti del polinomio interpolante di Newton

.

Sperimentazione numerica

1. La temperatura T in prossimità del suolo subisce una variazione dipendente dalla latitudine L secondo la seguente tabella:

L	-55	-45	-35	-25	-15	-5	5	15	25	35	45	55	65
T	3.7	3.7	3.52	3.27	3.2	3.15	3.15	3.25	3.47	3.52	3.65	3.67	3.52

   Si vuole costruire un modello che descriva la legge $T = T(L)$ anche per latitudini non misurate. A tal fine si scriva uno script che fornisca la variazione di temperatura alle latitudini $L = \pm 42$ utilizzando il polinomio interpolante. Visualizzare in un grafico i dati assegnati, il polinomio interpolante e le stime di T ottenute per $L = \pm 42$.

2. Scrivere uno script che calcoli il polinomio interpolante un insieme di punti $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, ..., n+1$, nella forma di Newton con x_i scelti dall'utente come:

   - punti equidistanti in un intervallo $[a, b]$,

- punti definiti dai nodi di Chebyshev nell'intervallo $[a, b]$, ossia

$$x_i = \frac{(a+b)}{2} + \frac{(b-a)}{2} \cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{2(n+1)}\right), \quad i = 1, ..., n+1$$

e $y_i = f(x_i)$ ottenuti dalla valutazione nei punti x_i di una funzione test $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Testare lo script sulle funzioni

- $f(x) = \sin(x) - 2\sin(2x), \quad x \in [-\pi, \pi]$,
- $f(x) = \sinh(x), \quad x \in [-2, 2]$,
- $f(x) = |x|, \quad x \in [-1, 1]$,
- $f(x) = 1/(1 + x^2), \quad x \in [-5, 5]$ (funzione di Runge).

Calcolare l'errore di interpolazione $r(x) = f(x) - p(x)$, tra la funzione test $f(x)$ e il polinomio di interpolazione $p(x)$. Visualizzare il grafico di $f(x)$ e $p(x)$, ed il grafico di $|r(x)|$. Cosa si osserva? Cosa accade all'aumentare del grado n di $p(x)$? (Si costruisca una tabella che riporti i valori di $\|r(x)\|_\infty$ al variare di n).

3. Per $n = 5, 10, 15, 20$ fornire un'approssimazione della costante di Lebesgue scegliendo $x_1, x_2, ..., x_{n+1}$ equispaziati in $[-1, 1]$ oppure coincidenti con i nodi di Chebyshev $x_i = \cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{2(n+1)}\right)$, $i = 1, ..., n+1$.

4. Si interpolino mediante il polinomio $p_{21}(x)$ i 22 punti (x_i, y_i) con x_i equispaziati in $[-1, 1]$ e $y_i = \sin(2\pi x_i)$. Si considerino poi le ordinate $\tilde{y}_i = y_i + \varepsilon_i$, dove ε_i denota l'i-esima componente del vettore $0.0002 * randn(1, 22)$, e si calcoli il corrispondente polinomio interpolante $\tilde{p}_{21}(x)$. Si visualizzino e si commentino i risultati ottenuti, calcolando anche l'errore relativo sul polinomio interpolante e sui dati.