

---

**Esercitazione N. 10**  
**Formule di Quadratura di Newton-Cotes**

---

**Obiettivo**

sviluppo dei codici relativi alle formule di quadratura di Newton-Cotes nella versione composita ed automatica

Sperimentazione numerica relativa alle formule di quadratura implementate.

**Codici**

1. Scrivere le function per calcolare una approssimazione di

$$\int_a^b f(x)dx$$

con la formula dei trapezi composita e la formula di Simpson composita assegnando in input la funzione integranda *fname*, gli estremi di integrazione *a* e *b*, il numero di sottointervalli *N* in cui suddividere l'intervallo  $[a, b]$ .

```
function I=trapcomp(fname,a,b,N)
function I=simpcomp(fname,a,b,N)
```

**Trapezi composita:**

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{H}{2} (f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + \dots + 2f(x_N)) + f(x_{N+1}), ) =: I_{N,T}(f)$$

con  $H = \frac{b-a}{N}$  e  $x_j = a + hj$ ,  $j = 1, \dots, N + 1$ .

**Simpson composita:**

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{H}{3} (f(x_1) + 4f(x_2) + 2f(x_3) + 4f(x_4) + 2f(x_5) + \dots \\ \dots + 4f(x_{2N-1}) + f(x_{2N})) =: I_{N,S}(f)$$

con  $H = \frac{b-a}{2N}$  e  $x_j = a + hj$ ,  $j = 1, \dots, 2N + 1$ .

2. Scrivere due function

```
function [INt,Nt]=traptoll(a,b,fname,tol)
function [INs,Ns]=simptoll(a,b,fname,tol)
```

che, utilizzando rispettivamente le formule composite dei trapezi e di Simpson (con raddoppio degli intervalli), forniscano in output

- una approssimazione di  $\int_a^b f(x)dx$  entro una tolleranza  $tol$  fissata in input,
- il numero di sottointervalli necessario per raggiungere la tolleranza fissata sull'errore

## Sperimentazione numerica

1. Si approssimi con la formula dei trapezi e la formula di Simpson composite, per valori di  $N = 2^k$ ,  $k = 1 : 8$ , l'integrale  $\int_0^1 f(x)dx$  per le funzioni

(a)  $f(x) = x^{10}$ ,

(b)  $f(x) = \log(x + 1)$ ,

(c)  $f(x) = \arcsin(x)$ .

Si confrontino i valori ottenuti con l'integrale esatto e si illustri con una tabella e un grafico (in scala semilogaritmica) l'andamento dell'errore relativo.

2. Quadratura automatica : Si utilizzino le function relative alle formule di quadratura automatica dei trapezi e di Simpson per fornire una approssimazione dei seguenti integrali con  $tol = 1.e - 6$ :

(a)  $\int_{-2}^3 (2x + 1) dx$

(b)  $\int_{-2}^3 (3x^3 + 4x^2 + 3x + 1) dx$ ,

(c)  $\int_1^2 \log(x) dx$ ,

(d)  $\int_0^1 \sqrt{x} dx$ ,

(e)  $\int_{-1}^1 |x| dx$ .

3. Calcolare con la formula dei trapezi e di Simpson composite un'approssimazione dei seguenti integrali utilizzando valori di tolleranza  $tol = 1.e - k$  con  $k = 4 : 10$ .

(a)  $\int_0^2 \cos(x) dx$ ,

(b)  $\int_{-2\pi}^0 x \exp(x) \cos(x^2) dx$ ,

(c)  $\int_0^{\pi/2} (\sin(x))^\alpha \cos(x) dx$ ,  $\alpha = 13/2, 5/2, 1/2$ ,

Rappresentare su due grafici distinti e su due tabelle, l'errore relativo (in scala logaritmica), il numero di sottointervalli  $N$  utilizzati e il numero di valutazioni della funzione integranda al variare di  $k$ .