

TUTORIAL VENSIM

MARÍA BARBARITA CAMARGO GARCÍA

160002607

SIMULACIÓN DE MODELOS POBLACIONALES OBJETIVO.

En esta practica contruiremos, simularemos y analizaremos diversos modelos simples que estudian el crecimiento de poblaciones, a traves del programa Vensim PLE.

Ejemplo 7.1

Un determinado pueblo tiene 5000 habitantes. Cada año, aproximadamente nacen 150 bebés. Nuestro objetivo es el de estimar la población en los próximos años. Del enunciado del problema se desprende que:

- POBLACION: valor inicial = 5000; unidades: Personas.
- Nacimientos: 150; unidades = Personas/año.

Para comenzar abrimos el Vensim.

- Ya que tenemos la ventana abierta procedemos a la casilla que dice Box Variable y la seleccionamos. Notara que cuando se pasa a la ventana de simulación aparece un recuadro al lado del puntero con una T.
- Damos click en cualquier parte de la ventana de simulación y escribimos (POBLAICON).
- Ahora en el campo que dice Rate lo pulsamos y aparece el mismo recuadro pero ahora con la opción de Rate. Damos click el cualquier parte de la ventana de simulación y luego apuntamos la otra punta encima de la caja de POBLACION, pasamos a escribir nacimientos tendremos un diagrama con el que muestra **figure 1**.

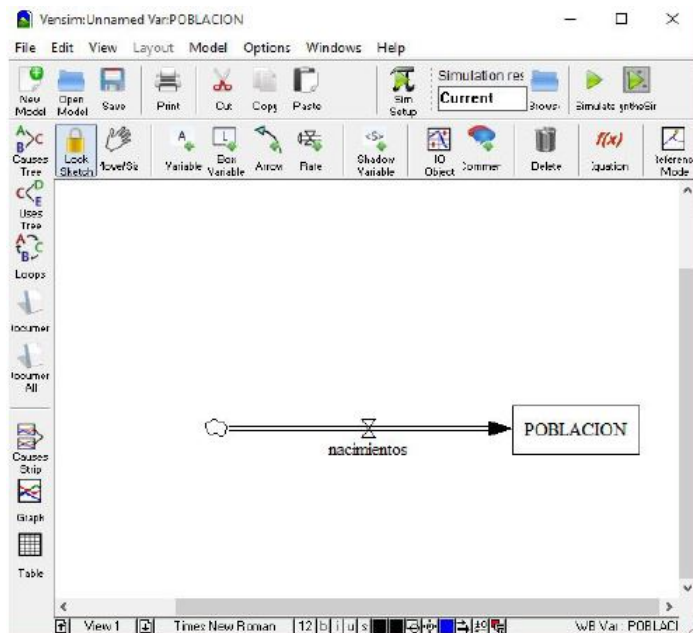


Figure 1: Sistema causal

- Ahora partimos a agregar los valores de cada una de las variables.
- En el campo que dice **Equation** la presionamos y seguidamente damos click en cualquiera de los campos ya se **POBLACION** o **NACIMIEN-TOS** (en el ejemplo primero presionamos personas).
- Se abre una nueva venta en la cual configuramos las variables. En el campo que dice **Units** hay escribimos **Personas** y en **Initial Value** escribimos **5000** como se muestra en **figure 2**.

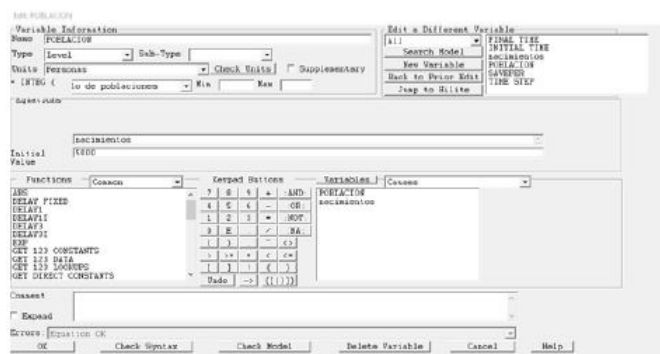


Figure 2: Ventana de ingreso de datos

- Procedemos a hacer lo mismo con la siguiente variable en este caso nacimientos y configuramos como se ilustra en la **figure 3**.

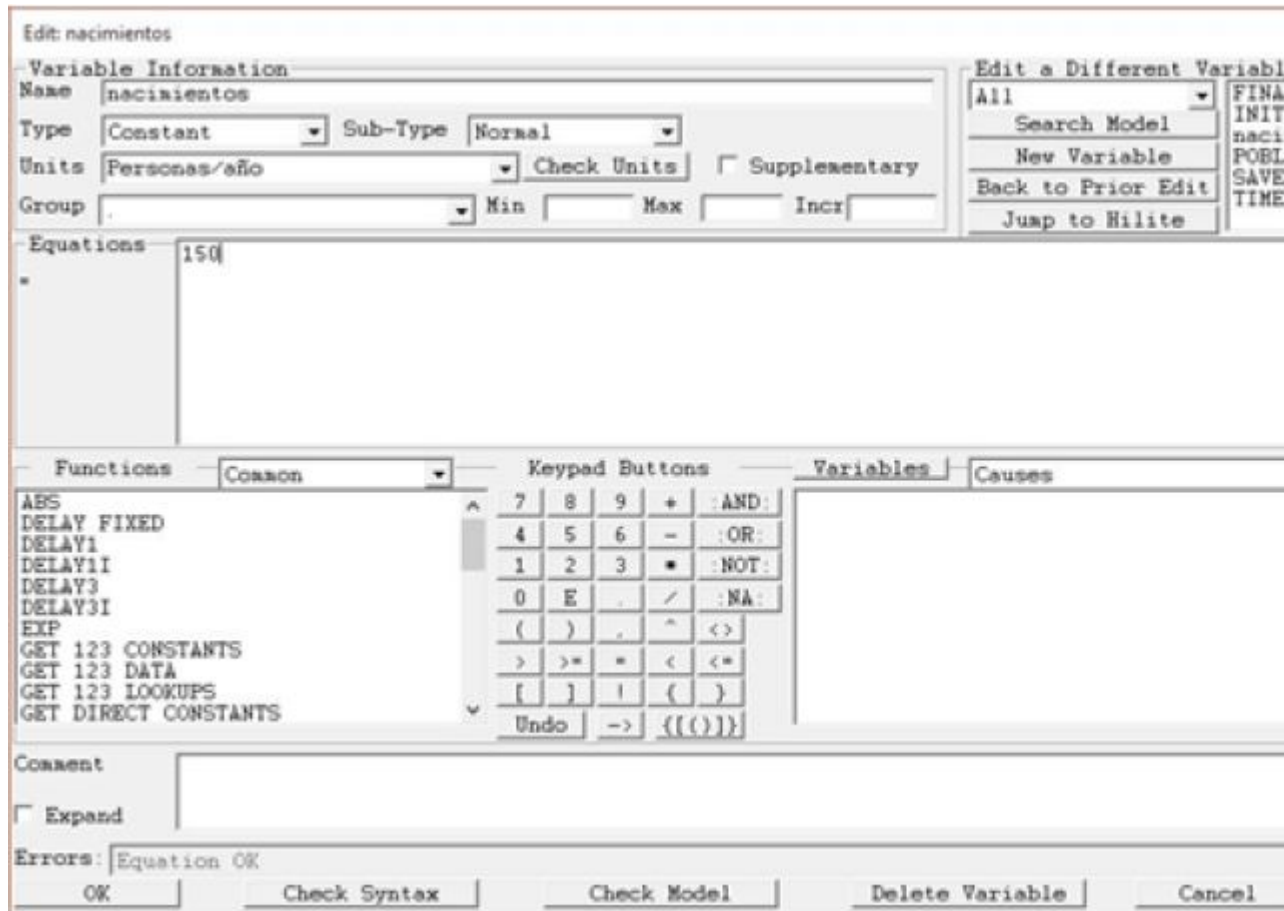


Figure 3:

- Ahora configuramos el tiempo que toma modelo, se debe tener en cuenta que el tiempo puede estar dado por horas, días, años, etc. Procedemos a ingresar a Model y en settings se abre una nueva ventana; en el campo que dice **Units for time** elegimos la opción Year y le damos OK para terminar observar **figure 4**.

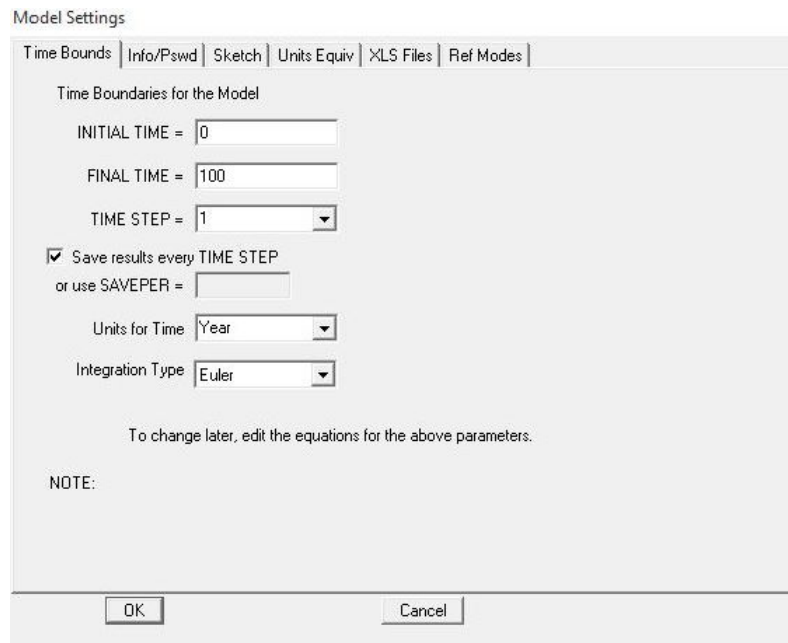


Figure 4: Ventana de control de simulación

- Finalmente se ejecuta el programa y analizar los resultados (Para desplegar las gráficas debes seleccionar todo el modelo y el parte que dice Graph y se abrirán) observar **figure 5**.

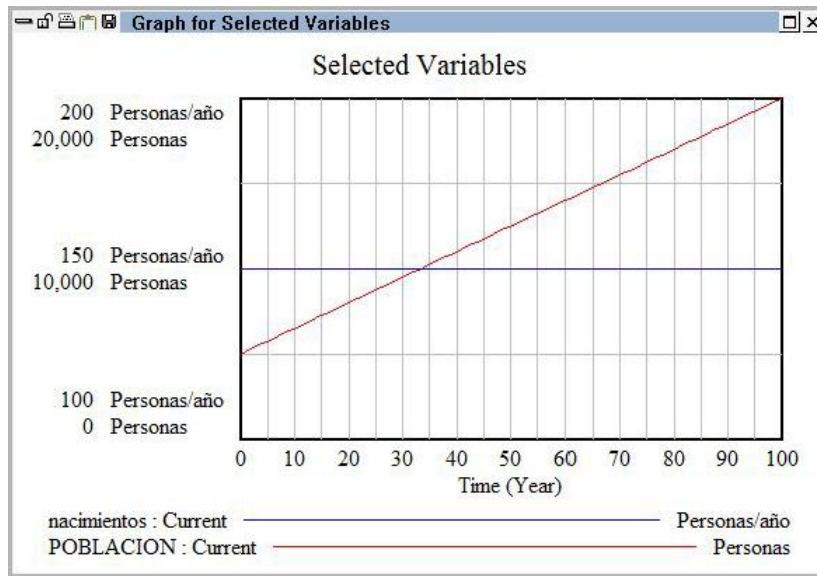


Figure 5: Grafica de nacimientos y POBLACION

Ejemplo 7.2

- Ahora necesitamos algo más de información sobre el pueblo. Nos hemos enterado que nacen **150** personas cada año, pero también mueren **75** personas cada año. Deseamos analizar la evolución de la población en los próximos años. Para ello, construimos un flujo de salida y le denominamos muertes, e introducimos las ecuaciones:
- Muertes = 75; unidades = Personas/año.

Ahora tendremos un modelo como lo ilustra **figure 6**:

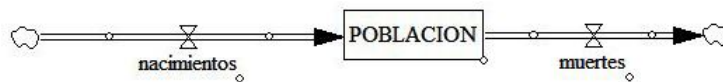


Figure 6: Modelo simple

Agregamos los valores como se hizo anteriormente y obtendremos una gráfica que ilustra **figure 7**:

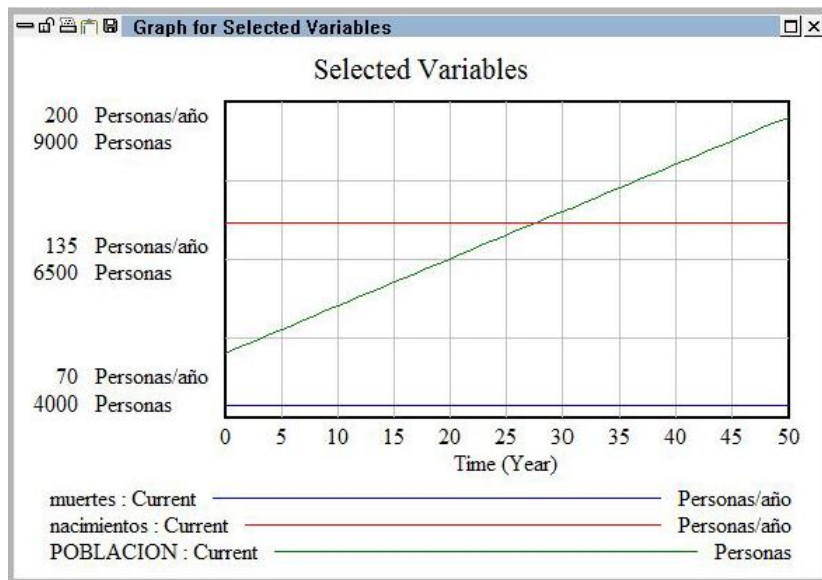


Figure 7: Grafica de muertes, nacimientos y POBLACION

¿Por qué aumenta la población?

En el grafico se observa que a 150 personas que nacen y mueren 75, siendo un incremento de la población en 75 personas por año.

Ejemplo 7.3

- Tratemos de situarnos en otro escenario: Supongamos otro pueblo B que tiene hoy 5000 habitantes. Una media de 50 bebés nacen por año, y sin embargo una media de 125 personas fallecen al año. ¿Qué sucederá en el pueblo en los próximos años? Procedemos de la misma manera que en el ejemplo anterior introduciendo los nuevos datos puedes observar los resultados en figure 8.

A diferencia del primer pueblo al pueblo B, el pueblo B tiene una tasa de muertes mucho más alta que la de nacimientos, por esta razón la población decrece con el tiempo.

¿Qué es lo que determina la tasa de nacimientos?

Diremos que el número de nacimientos por año es una fracción de la población existente; para cualquier año, el número de nacimientos dependerá del tamaño que la población tiene ese año.

Puesto que es una dependencia con un conector se representara con una flecha arqueada.

Seleccionamos la flecha arqueada que esta entre Box Variable y Rate llamada Arrow. Nos situamos sobre **POBLACIÓN**, seguidamente oprimimos clic izquierdo

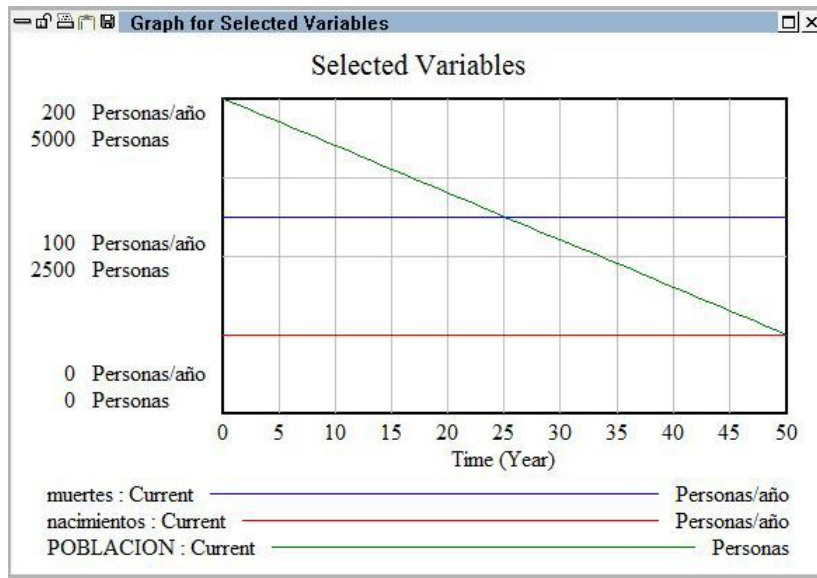


Figure 8: Graficas con el pueblo B

y arrastramos hasta nacimientos (Podemos cambiar la curvatura del conector, manteniendo presionado en el círculo y movemos el puntero a donde queramos que se vea la curvatura) observar **figure 9**.

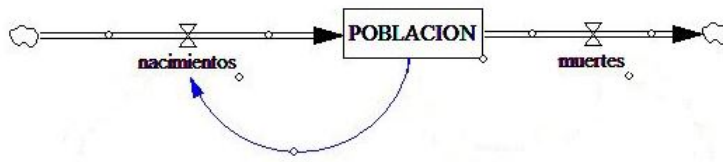


Figure 9: Ingresando flujo

Ahora como habíamos dicho que la tasa de nacimientos será una fracción de la población existente. La fracción representará la fertilidad de la población, es decir, con qué frecuencia se reproduce la población. Para calcular la fracción de nacimientos dividiremos los nacimientos por la población y de esta manera obtendremos la fracción de nacimientos por persona que viven en el pueblo. La fracción de nacimientos será de $150/5000 = 0.03$ o el 3% anual. De la misma manera, como en el segundo pueblo había inicialmente 5000 personas y la tasa de nacimientos será de 50 personas por año, la fracción de nacimientos será de $50/5000 = 0.01$.

Procederemos a agregar la fracción de nacimientos en nuestro modelo

1. Presionamos donde dice Variable y la agregamos donde queramos y escribimos fracción de nacimientos.
2. Conectamos esta variable con el flujo de nacimientos con el conector (Arrow) observa como queda el modelo en **figure 10**.

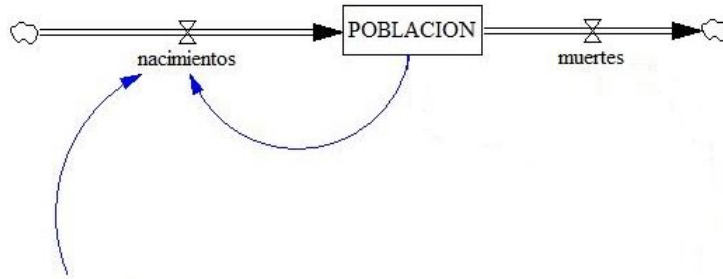


Figure 10: Ingreso de una variable y conectar por medio de flujo

Ahora agregamos el valor a la fracción de nacimientos:

1. Presionamos en ecuaciones y sobre fracción de nacimientos tecleamos 0.03.
2. Como unidad escribimos (Personas/año)/Personas.
3. En comentario escribimos: La fracción de nacimientos para el pueblo se ha calculado dividiendo la tasa de nacimientos por la población. La fracción de nacimientos representa la fertilidad de la población.
4. Pulsamos O.K puedes observar **figure 11**.

Edit: fracción de nacimientos

Variable Information		Edit a Different Variable	
Name	fracción de nacimientos	All	FINAL TIME
Type	Constant	Search Model	fracción de muertes
Sub-Type	Normal	New Variable	fracción de nacimientos
Units	(Personas/año)/Personas	Back to Prior Edit	INITIAL TIME
Check Units	<input type="checkbox"/>	Jump to Hilite	muertes
Supplementary	<input type="checkbox"/>		nacimientos
Group	modelo de poblaciones		POBLACION
Min			
Max			
Incr			

Equations: 0.03

Functions: Common

Keypad Buttons:

7	8	9	+	:AND:
4	5	6	-	:OR:
1	2	3	*	:NOT:
0	E	.	/	:NA:
()	.	^	<>
>	>=	=	<	<=
[]	!	{	}
Undo	->	{[()]}		

Variables: Causes

Comment: La fracción de nacimientos para el pueblo se ha calculado dividiendo la tasa de nacimientos por la población. La fracción de nacimientos representa la fertilidad de la población.

Errors: Equation OK

OK Check Syntax Check Model Delete Variable Cancel Help

Figure 11: Ingresando valores y comentario a fraccion de nacimientos

Ahora debemos redefinir las ecuaciones de flujo de nacimientos.

1. Presionamos sobre ecuaciones y en nacimientos entre paréntesis encerramos la población más la cantidad de nacimientos y se multiplica por la fracción de nacimientos.
2. En comentario escribimos: Los nacimientos dependen de la población actual y la fracción de nacimientos que representa la fertilidad de la población.
3. Pulsamos O.K puedes observar **figure 12**.

Para finalizar repetimos el mismo proceso para el flujo de muertes. La fracción de muertes en el primer pueblo será de $75/5000 = 0.015$, y en el segundo pueblo es de $125/5000 = 0.025$. El proceso se finaliza volviendo a escribir las ecuaciones para el flujo de muertes y la variable fracción de muertes observa el modelo en **figure 13**.

Edit: nacimientos

Variable Information		Edit a Different Variable	
Name	nacimientos	All	FINAL TIME
Type	Auxiliary	Search Model	fracción de muertes
Sub-Type	Normal	New Variable	fracción de nacimientos
Units	Personas/año	Back to Prior Edit	INITIAL TIME
Check Units	<input type="checkbox"/>	Jump to Hilite	muertes
Supplementary	<input type="checkbox"/>		nacimientos
Group	.modelo de poblaciones		POBLACION
Min			
Max			

Equations

(150+POBLACION)*fracción de nacimientos

Functions: Common

Keypad Buttons

Variables: fracción de nacimientos, POBLACION

Causes

Comment

Los nacimientos dependen de la población actual y la fracción de nacimientos que representa la fertilidad de la población.

Errors: Equation OK

OK Check Syntax Check Model Delete Variable Cancel Help

Figure 12: Ingresado valor y comentario a nacimientos

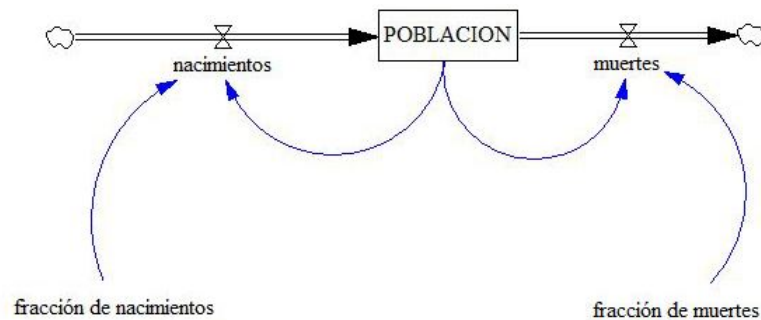


Figure 13: Modelo final con las nuevas variables

Edit: muertes

Variable Information		Edit a Different Variable	
Name	muertes	All	FINAL TIME
Type	Auxiliary Sub-Type Normal	Search Model	fracción de muertes
Units	Personas/año Check Units <input type="checkbox"/> Supplementary	New Variable	fracción de nacimie
Group	.modelo de poblaciones Min Max	Back to Prior Edit	INITIAL TIME
		Jump to Hilite	muertes
			nacimientos
			POBLACION

Equations: $(75+POBLACION)*\text{fracción de muertes}$

Functions: Common Keypad Buttons Variables: Causes

ABS	7	8	9	+	:AND:	fracción de muertes
DELAY FIXED	4	5	6	-	:OR:	POBLACION
DELAY1	1	2	3	*	:NOT:	
DELAY1I	0	E	.	/	:NA:	
DELAY3	()	.	^	<>	
DELAY3I	>	>=	=	<	<=	
EXP	[]	!	{	}	
GET 123 CONSTANTS	Undo	->	{[()]}			
GET 123 DATA						
GET 123 LOOKUPS						
GET DIRECT CONSTANTS						

Comment: Las muertes dependen de la población actual y la fracción de muertes que representa el fallecimiento población.

☐ Expand

Errors: Equation OK

OK Check Syntax Check Model Delete Variable Cancel Help

Figure 14: Ingreso de datos y comentario a muertes

La configuración de muertes y fracción de muertes se muestra en las **figure 14** y **15**.

Procedemos a simular el modelo durante los próximos 100 años obtendremos los siguientes resultados para el pueblo A (puedes mirar en **figure 16**).

Edit: fracción de muertes

Variable Information		Edit a Different Variable	
Name	fracción de muertes	All	FINAL TIME
Type	Constant	Search Model	fracción de muertes
Sub-Type	Normal	New Variable	fracción de nacimie
Units	(Personas/año)/Personas	Back to Prior Edit	INITIAL TIME
Check Units	<input type="checkbox"/>	Jump to Hilite	muertes
Supplementary	<input type="checkbox"/>		nacimientos
Group	.modelo de poblaciones		POBLACION
Min			
Max			
Incr			

Equations

= 0.015

Functions	Common	Keypad Buttons	Variables	Causes
ABS		7 8 9 + :AND:		
DELAY FIXED		4 5 6 - :OR:		
DELAY1		1 2 3 * :NOT:		
DELAY1I		0 E . / :NA:		
DELAY3		() , ^ <>		
DELAY3I		> >= = < <=		
EXP		[] ! { }		
GET 123 CONSTANTS		Undo -> {[()]}		
GET 123 DATA				
GET 123 LOOKUPS				
GET DIRECT CONSTANTS				

Comment

La fracción de muertes para el pueblo se ha calculado dividiendo la tasa de muertes por la población de muertes representa la decadencia de la población.

☐ Expand

Errors: Equation OK

OK Check Syntax Check Model Delete Variable Cancel Help

Figure 15: Ingreso de datos y comentario de fraccion de muertes



Figure 16: Grafica pueblo A

Para el pueblo B obtendremos la grafica expresas en **figure 17**:



Figure 17: Grafica pueblo B

La clave para comprender el comportamiento de las poblaciones esta en entender el principio de la retroalimentación. La fracción de nacimientos determina la POBLACION. Al mismo tiempo, la POBLACION determina los nacimientos. Cuanto mayor es la población, mas nacimientos se producen. A este proceso se le llama retroalimentación positiva, o de refuerzo. La retroalimentación positiva genera un crecimiento exponencial, que es lo que ocurre en el primero de los pueblos. Si repetimos el mismo proceso en el segundo de los pueblos. La población experimenta un decaimiento exponencial. El primer pueblo se caracterizaba por una elevada tasa de nacimientos, mientras que el segundo tiene una elevada tasa de muertes. La población de la primera de las ciudades estaba conducida por una retroalimentación positiva, por el contrario la segunda de las ciudades posee una retroalimentación negativa. Cuanto mayor sea el nivel POBLACION mayor será la fracción de muertes, la cual reduce el tamaño de la población.

Estructura Genérica

Los sistemas que siguen un comportamiento logístico están caracterizados por contenciones o límites del crecimiento. En el caso de los conejos, la contención es la cantidad fija de agua. Esta contención indica el número máximo de conejos que el sistema puede soportar. En el ejemplo de una epidemia, la contención podría ser la población total expuesta a la enfermedad. Varios niveles y flujos

producen un comportamiento del tipo logístico. La sfigure 18 representa a una estructura genérica que muestra de forma intuitiva ciclos de retroalimentación y la contención de un sistema.

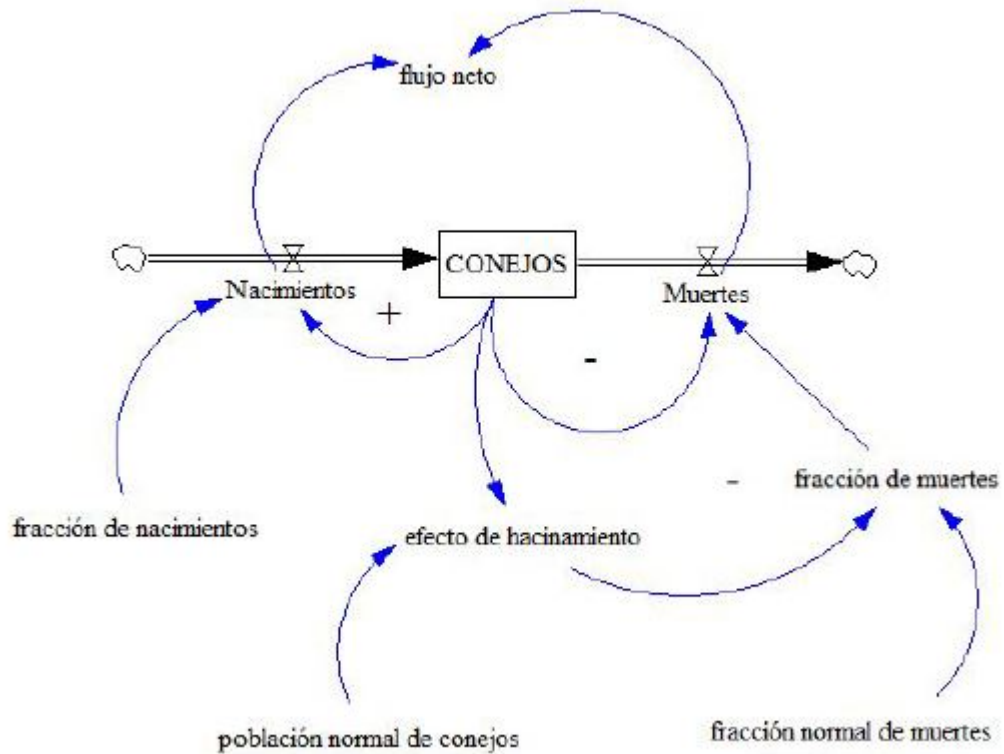


Figure 18: Diagram causal

Para agregar el más y los menos como están en la imagen se utiliza la opción de comentario.

Ahora procederemos a ingresar los valores de las variables:

Fracción de nacimientos:

Valor inicial: 0.5

Unidades: 1/mes

Comentario: La fracción de nacimientos es la velocidad con que los conejos pueden reproducirse.

Población normal de conejos:

Valor inicial: 500

Unidades: conejos

Comentario: La población normal de conejos representa a la capacidad de carga del sistema.

Fracción normal de muertes

Valor inicial: $0.5/3$

Unidades: 1/mes

Comentario: La fracción normal de muertes es la velocidad con la que cada conejo moriría si la fuente de alimentos fuese ilimitada. Es la tercera parte de la fracción de nacimientos.

Efecto de hacinamiento

Valor inicial: $5 \cdot \text{CONEJOS} / \text{población normal de conejos} - 3 \cdot \text{CONEJOS} / \text{población normal de conejos} + 1$

Unidades: dimensionales

Comentario: El hacinamiento no tiene efecto en la fracción de muertes cuando el número de conejos no alcanza la mitad de la capacidad de carga (aproximadamente). Cuando el número de conejos llega a ser el máximo de la población, el factor de multiplicación aumenta de 1 a 3.

Fracción de muertes

Valor inicial: fracción normal de muertes \cdot efecto de hacinamiento

Unidades: 1/mes

Comentario: La fracción de muertes es la velocidad actual con la que los conejos mueren.

Muertes

Valor inicial: fracción de muertes \cdot CONEJOS

Unidades: conejos/mes

Nacimientos

Valor inicial: fracción de nacimientos \cdot CONEJOS

Unidades: conejos/mes

Conejos

Valor inicial: 10

Unidades: conejos.

Flujo neto

Valor inicial: Nacimientos-Muertes

Unidades: conejos

Cuando realizamos la simulación obtenemos la siguiente población de conejos, observa la grafica en **figure 19**:

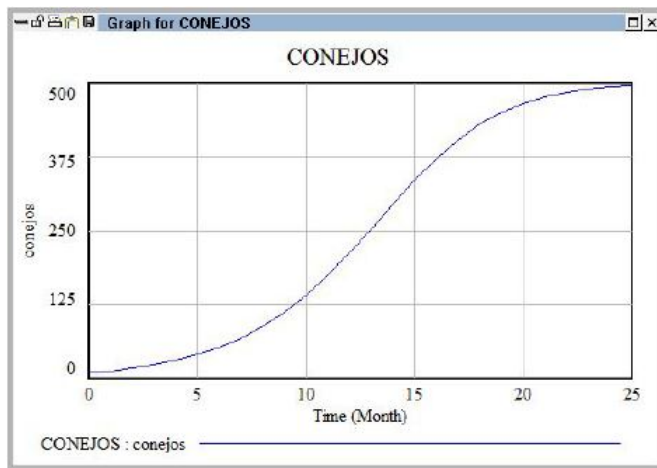


Figure 19: Grafica de conejos por mes

En la gráfica se observa un crecimiento del tipo exponencial en los primeros meses, como consecuencia del ciclo de retroalimentación positivo. Aproximadamente a los 12 meses, la curva cambia la concavidad. Los conejos están empezando a sentir la contención debido a un medio ambiente con recursos limitados. El crecimiento exponencial se convierte en un crecimiento asintótico. El punto de la curva en el cual cambia la concavidad es el punto de inflexión y está situado en aquel valor donde la población llega a ser la mitad de la capacidad de carga (300 conejos).

En el modelo podemos observar que también hemos creado una variable llamada **flujo neto** que es la diferencia entre los **Nacimientos** y las **Muertes**. Existen dos posibles puntos de equilibrio en todo modelo logístico. El primero de ellos corresponde al valor de cero del tiempo. No habrán nacidos los conejos y ningún habrá muerto. Los nacimientos y las muertes son cero, y el sistema está en equilibrio. La diferencia entre los nacimientos y las muertes es cero. El primer punto de equilibrio es inestable y el segundo es estable.

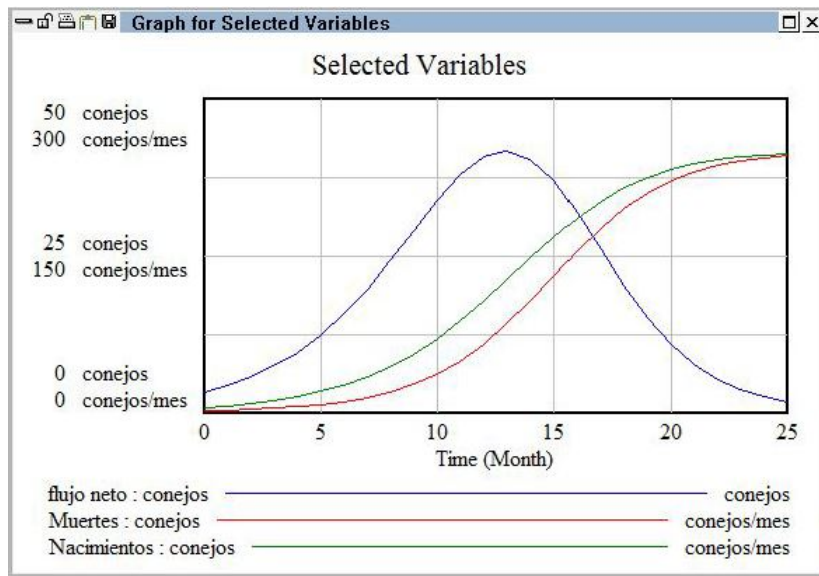


Figure 20: Grafica de las variables flujo neto, muertes y nacimientos

Puedes obtener estas tres graficas teniendo presionado shift y seleccionar las variables que quieres graficar.

El comportamiento obtenido de la población de conejos nos sirve para ilustrar las características que determina el crecimiento. Los cambios en el flujo neto del nivel hacen cambiar la forma del crecimiento. Cuando el flujo neto tiene pendiente positiva (derivada) el ciclo de retroalimentación positivo es el que domina y entonces el crecimiento es del tipo exponencial. Cuando el ciclo que domina es el negativo, la pendiente a la curva del flujo neto es negativa y entonces el nivel tiene un crecimiento del tipo asintótico. El cambio de uno al otro ocurre cuando la pendiente del flujo neto es cero. Esto significa que el flujo neto alcanza el valor máximo. El nivel cesa de crecer cuando el flujo neto es cero.

SIMULACIÓN DE MODELOS DINAMICOS BIOLÓGICOS (TUTORIAL #2)

Modelo Neuronal de Fitzhugh – Nagumo

Este modelo describe el comportamiento de células nerviosas en condiciones ideales de laboratorio, de tal manera que todas las dendritas receptoras retienen el mismo potencial. Se ignora, por ejemplo, el cambio de potencial a lo largo de axón y a través de la célula. Por tanto, lo único que causa la reacción de la célula es que exista un potencial externo lo suficientemente grande que permita establecer una señal de entrada a través de la dendrita de conexión.

Las ecuaciones que describen al modelo son:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -x(x - x_1)(x - x_2) - y + E \\ \frac{dy}{dt} &= (x - ky)\end{aligned}$$

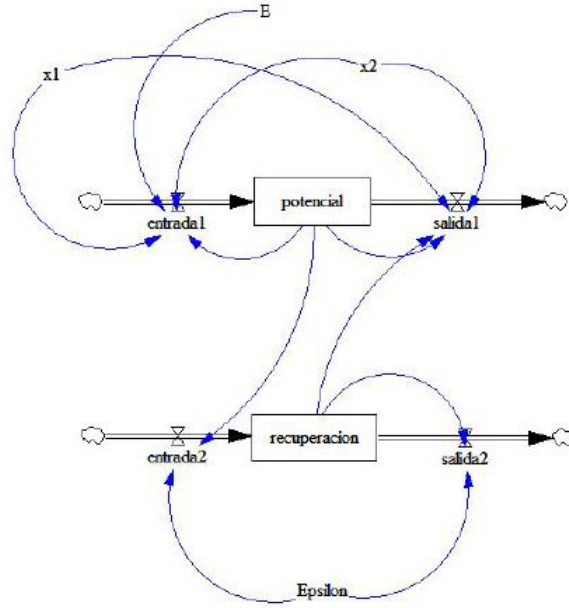


Figure 21: Diagrama causal

Donde x es el potencial de partida de la membrana desde su equilibrio, e y la variable de recuperación. Estas son dos variables de estado del sistema. Los parámetros x_1 y x_2 indican la influencia de x sobre su tasa de cambio y son constantes de valores $x_1 = 0.2$, $x_2 = 1$. El parámetro E mide la corriente eléctrica actual a la que se encuentra sometida la neurona.

La tasa de cambio de la variable de reconversión y , depende de la diferencia entre el potencial de salida de la membrana x y la variable y que decae con una tasa constante k . En el modelo elegimos de forma arbitraria $k = 0.5$ y $E = 0.02$. En **figure 21** esta el diagrama completo.

Las ecuaciones y variable que definen el modelo son las siguientes:

$$E = 0$$

$$\text{Epsilon} = 0.02$$

$$\text{Entrada1} = (x_1 + x_2) * \text{potencial} * \text{potencial} + E$$

$$\text{Entrada2} = \text{Epsilon} * \text{potencial}$$

$$\text{Salida1} = x_1 * x_2 * \text{potencial} + \text{potencial} * \text{potencial} * \text{potencial} + \text{recuperación}$$

$$\text{Salida2} = \text{Epsilon} * \text{recuperación} * 0.5$$

$$X_1 = 0.2$$

$$X_2 = 1$$

$$\text{Potencial} = \text{valor inicial: } 0, \text{ integ}(\text{entrada1} - \text{salida1})$$

$$\text{Recuperación} = \text{valor inicial: } 0, \text{ integ}(\text{entrada2} - \text{salida2})$$

Se producen ciclos que están representados en **figure 22**.

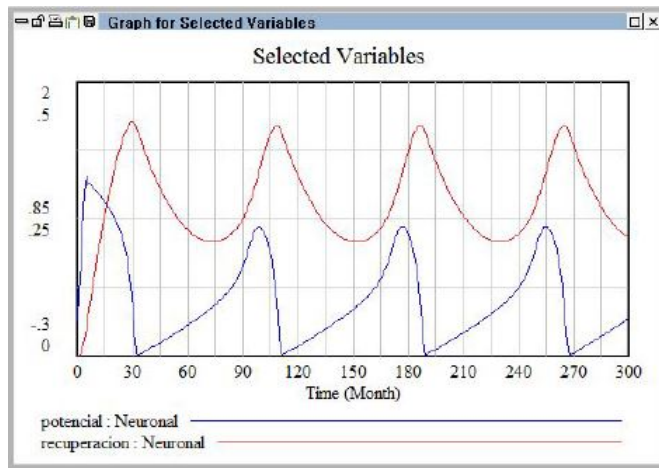


Figure 22: Grafica de potencial y recuperacion

La **figure 23** grafica corresponde al caso en el que todos los valores se mantienen iguales excepto $E = 0$ y el valor inicial del potencial = 0.4. Ahora, la célula responde cuando el potencial inicial de la membrana es positivo. El potencial de la membrana tiende asintóticamente hacia cero desde el valor inicial, después de subir a atravesar el valor nulo.

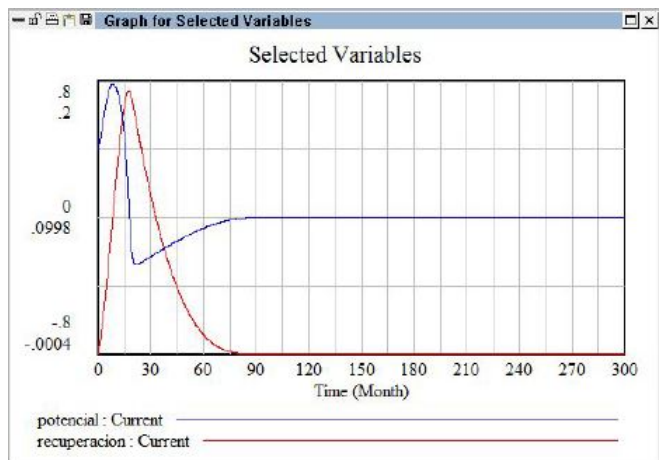


Figure 23: Respuesta para $E = 0$ y potencial = 0.4

Finalmente, en la siguiente grafica puede verse el comportamiento caótico del modelo cuando tomamos $E = 32$ observar comportamiento en **figure 24**.

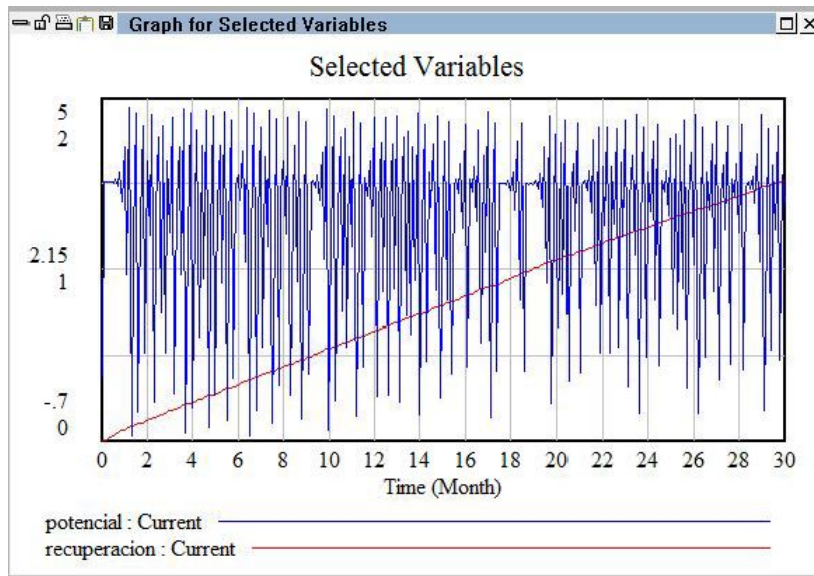


Figure 24: Comportamiento para $E = 32$

Modelo de Sistema Inmunológico

El sistema inmunológico es poderoso por ser muy específico (células que atacan a los invasores) y su memoria (células preparadas para lanzar un rápido ataque si regresan al mismo tipo de invasores). Cuando una célula extraña entra en el cuerpo humano, el intruso comienza a multiplicarse y se distribuye a través del flujo sanguíneo. Cada célula extraña tiene su propio antígeno específico. Un antígeno es una larga molécula con una configuración distinta que activa una respuesta inmunológica. Las células ayudantes T, son un tipo específico de glóbulos blancos, que circulan por el cuerpo humano, buscando antígenos extraños.

Una vez que una célula auxiliar T reconoce un antígeno extraño, se activan las células B, que son otro tipo de glóbulos blancos, y comienza a reproducirse rápidamente. La mayoría de las células B producen células en el plasma que segregan anticuerpos en el caudal sanguíneo. Los anticuerpos se unen a los antígenos y causan su destrucción. Otras células B se reservan como células de memoria. Cuando un antígeno similar invade el nuevo cuerpo, entonces las células B están listas para atacarlos. Una respuesta inmunológica que crea anticuerpos, se llama una respuesta inmunológica “mediante - anticuerpo”.

En **figure 25** muestra un modelo simplificado del sistema inmunológico. Como todo modelo es una simplificación de una parte pequeña de otro modelo mucho más grande.

Las entradas que debes escribir en el siguiente modelo son:

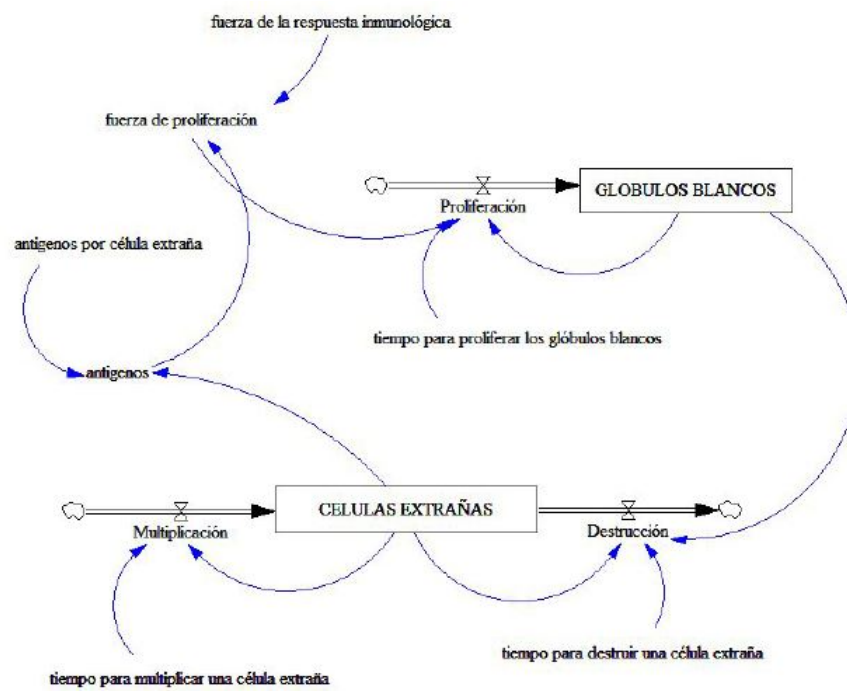


Figure 25: Diagrama causal

Fuerza de la respuesta inmunológica = $1/1000$
 Unidades = Dmnl.
 Proliferación = fuerza de proliferación*GLOBULOSBLANCOS/tiempo para
 proliferar los glóbulos blancos
 Unidades = glóbulos blancos / horas
 Fuerza de proliferación=antígenos*fuerza de la respuesta inmunológica
 Unidades = Dmnl
 Antígenos = CELULAS EXTRANAS*antígenos por célula extraña,
 Unidades = Dmnl
 Antígenos por células extraña = 2
 Unidades = antígenos/células extrañas
 CELULAS EXTRANAS = Multiplicación – Destrucción
 valor inicial = 100
 unidades = células extrañas
 Destrucción = IF THEN ELSE (CELULAS EXTRANAS < 0, 0, GLOBULOS
 BLANCOS / tiempo para destruir una celula estrana)
 unidades = células extrañas / Hour
 GLOBULOS BLANCOS = Proliferacion
 valor inicial = 10
 Unidades = globulos blancos
 Multiplicacion = IF THEN ELSE (CELULAS EXTRANAS < 0, 0, CELULAS
 EXTRANA / tiempo para multiplicar una celula estrana)
 Unidades = células extrañas / Hour
 Tiempo para destruir una celula extraña = 1
 Unidades = Hour*globulos blancos/células extrañas
 Tiempo para multiplicar una celula extraña = 5
 Unidades = Hour
 Tiempo para proliferar una celula extraña = 5
 Unidades = Hour;
 Podremos encontrar las graficas del sistema en **figure 26 y 27**:

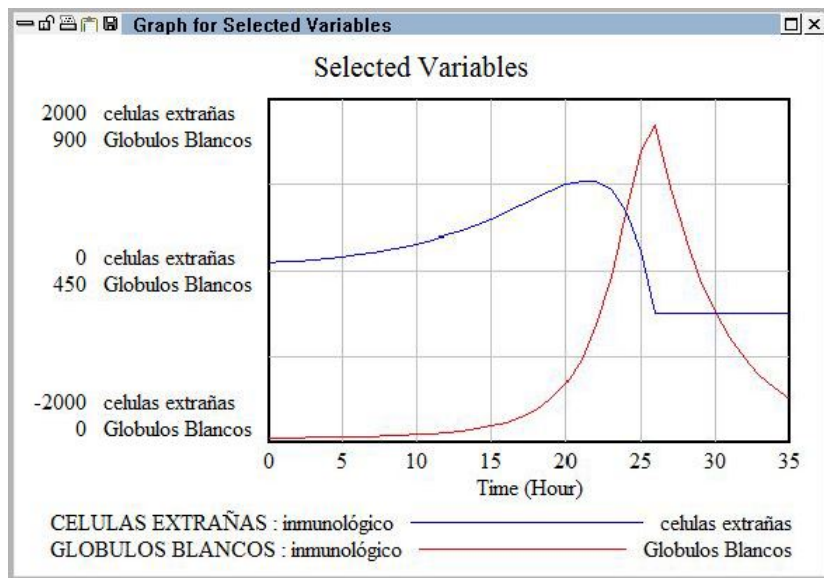


Figure 26: Grafica de CELULAS EXTRAÑAS Y GLOBULOS BLANCOS

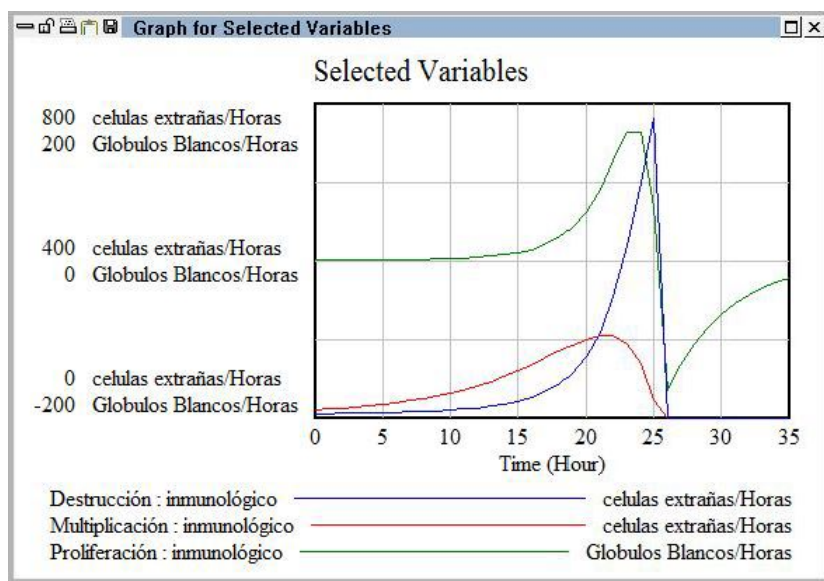


Figure 27: Grafica de Destrucion, multiplicacion y proliferacion

Modelo de sistema inmunológico infectado con VIH

Un efecto del VIH en el sistema inmunológico humano puede ser modelado cam-

biando la constante **fuerza de respuesta inmunológica** de nuestro modelo. El VIH lesiona al sistema inmunológico saboteando el material genético de las células T. En un cuerpo sano, las células T circulan y reconocen, por cada 1 de 1000 antígenos presentes en cada litro de sangre. Cuando el sistema está dañado este nivel descende. Con pocas células T patrullando, los antígenos no se detectan fácilmente. Las células extrañas pueden multiplicarse antes de que responda el sistema inmunológico.

Sabiendo que el VIH se replica muy rápidamente. Fluye por la sangre hasta llevar al sistema inmunológico a un punto donde el cuerpo sucumbe ante cualquier pequeño ataque exterior. Es en este momento cuando al paciente se le diagnostica como que tiene SIDA. Si la constante fuerza de la respuesta inmunológica es $1/1500$ o $1/2000$, el cuerpo todavía es capaz de soportar a las invasiones. Sin embargo, si la constante fuerza de la respuesta inmunológica es cada vez más y más pequeña, los efectos llegan a ser desastrosos. El cuerpo solo puede soportar la presencia de un número finito de CELULAS EXTRAÑAS antes de sucumbir puedes observar el comportamiento en **figure 28**.

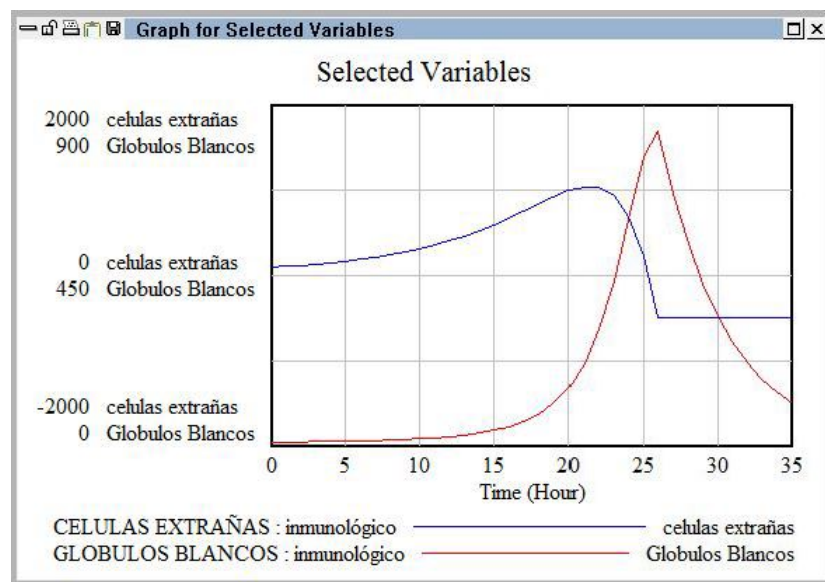


Figure 28: Crecimiento de celulas extrañas y globulos blancos

El modelo de Lotka-Volterra

El modelo depredador-presa es uno de los más conocidos y sencillos de aprender. Sabemos que existe una competición constante por la supervivencia entre las diferentes especies de animales que habitan un mismo entorno, un tipo de animales (depredadores) sobreviven alimentándose de otros (presas). El modelo con ecuación diferencial más simple recibe el nombre de sus creadores: Lotka – Volterra (1926). Representan $x(t)$ el número de presas en el tiempo t y $y(t)$

al número de depredadores. El sistema de ecuaciones diferenciales que describe el modelo es:

$$x'(t) = \frac{dx(t)}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$y'(t) = \frac{dy(t)}{dt} = -cy(t) + ex(t)y(t)$$

Describe la interacción entre presas y depredadores. El modelo es bastante exacto cuando las especies viven en ecosistemas aislados. Tanto a, b, c y e son constantes. El modelo que se construirá y modelara será el que contiene las siguientes ecuaciones:

$$x'(t) = 0.4x(t) - 0.018x(t)y(t); x(0) = 30$$

$$y'(t) = -0.8y(t) + 0.023x(t)y(t); y(0) = 4$$

Empezamos el construyendo el diagrama ilustrado en **figure 29**:

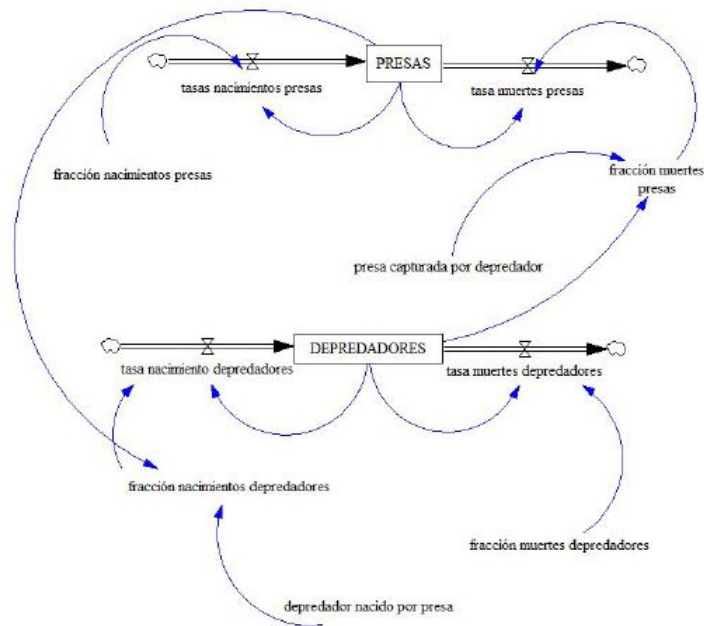


Figure 29: Diagrama depredador presa

Las entradas que debes ingresar en el modelo son las siguientes:

DEPREDADORES = tasa nacimientos depredadores – tasa muertes depredadores

valor inicial = 4

Unidades = depredadores

Tasa nacimientos depredadores = DEPREDADORES*fracción nacimientos depredadores

Unidades = depredadores/year

Tasa muertes depredadores = DEPREDADORES*fracción muertes depredadores

Unidades = depredadores /year

PRESAS = tasa nacimientos presas – tasa muertes presas

valor inicial = 30

Unidades = presas
 Tasa nacimientos presas = $\text{PRESAS} \times \text{fracción nacimientos presas}$
 Unidades = presas/year
 Tasa muertes presas = $\text{PRESAS} \times \text{fracción muertes presas}$
 Unidades = presas/year
 Fracción nacimientos presas = 0.4
 Unidades = 1/year
 Fracción muertes presas = $\text{DEPREDADORES} \times \text{presa matada por depredador}$
 Unidades = 1/year
 Presa capturada por depredador = 0.018
 Unidades = 1/(year*depreadores)
 Fracción muertes depredadores = 0.8
 Unidades = 1/year
 Fracción nacimientos depredadores = $\text{depredador nacido por presa} \times \text{PRESAS}$
 Unidades = 1/year
 Depredador nacido por presa = 0.005
 unidades = 1/(year*presas)