

Probability & Expected Value

$$E = p(1) * x(1) + p(2) * x(2) + \dots + p(n) * x(1) = \sum_{i=1}^n p(i) \cdot x(i)$$

n টা হেড পেতে হলে তোমাকে এক্সপেক্টেড কয়বার কয়েন টস করতে হবে?

$$E(n) = 0.5 \cdot (1 + E(n - 1)) + 0.5 \cdot (1 + E(n))$$

Z_1 Linearity of

Z_1, Z_2

Expectation

$$\underline{E(Z_1 + Z_2)} = \underline{E(Z_1) + E(Z_2)}$$

Dearrangement Number

আমরা একটা ফাংশন বানাবো $d(n)$ যেটা n টা টুপি কতভাবে সাজানো যায় যাতে কেও তার নিজের টুপি না পায় সেটা বের করে দেয়।



Sakib



Nasir



Tamim



Rahim

Shafaetsplanet.com/blog



Sakib

Nasir

Tamim

Rahim



Sakib

Nasir

Tamim

Rahim

$$d(n) = (n - 1) * (d(n - 1) + d(n - 2))$$

বেস কেস: $d(1) = 0, d(2) = 1$

সাকিব আর তামিম একজন আরেকজনের টপি নিলো, এখন $8-2=2$ জন মানুষের জন্য সমস্যাটি সমাধান করতে হবে।



Sakib

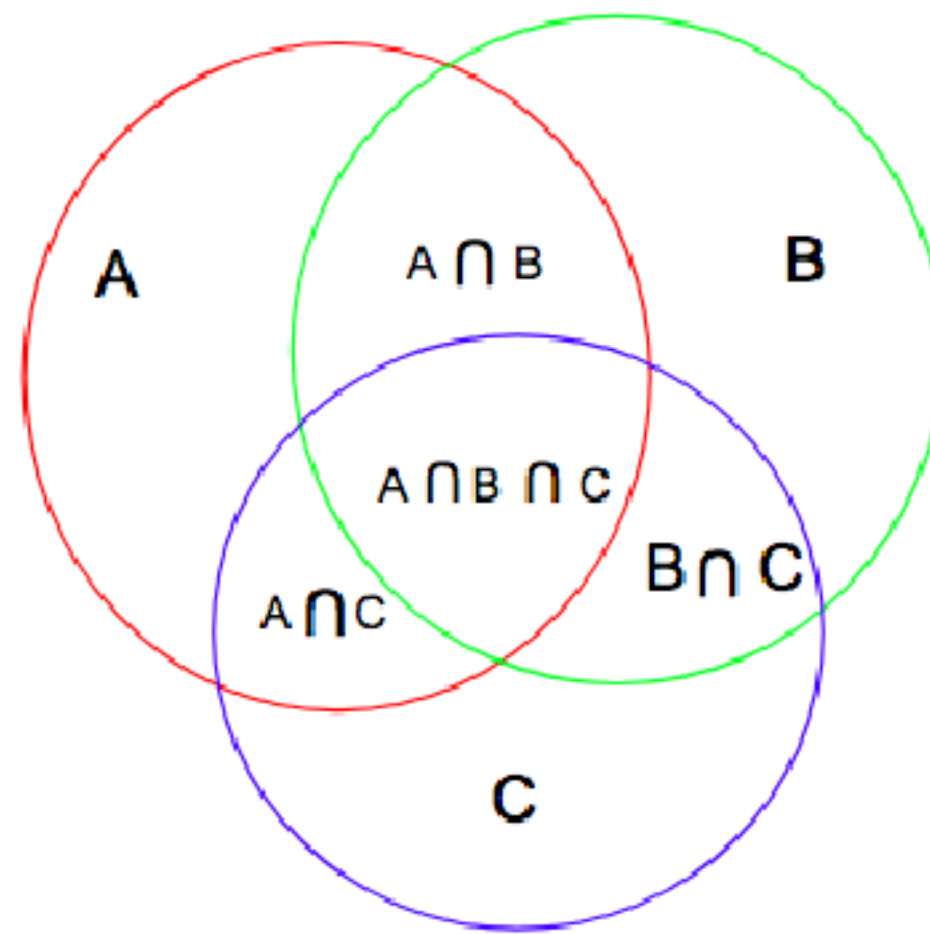
Nasir

Tamim

Rahim

সাকিব তামিমের টপি নিয়েছে। কিন্তু তামিম সাকিবেরটা নিবেনা, তাহলে $8-1=7$ জন মানুষের জন্য সমস্যাটি সমাধান করতে হবে।

Inclusion-Exclusion



$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

$$n! - \binom{n}{1} \times (n-1)! + \binom{n}{2} \times (n-2)! - \dots + (-1)^k \times \binom{n}{k} \times (n-k)! + \dots + (-1)^n n!$$

Stars & Bars Theorem

The number of ways to put n identical objects into k labeled boxes is

$$\binom{n+k-1}{n}.$$

Number of non-negative integer sums

This problem is a direct application of the theorem.

You want to count the number of solution of the equation

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$$

with $x_i \geq 0$.

Number of lower-bound integer sums

This can easily be extended to integer sums with different lower bounds. I.e. we want to count the number of solutions for the equation

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$$

with $x_i \geq a_i$.

After substituting $x'_i := x_i - a_i$ we receive the modified equation

$$(x'_1 + a_1) + (x'_2 + a_2) + \cdots + (x'_k + a_k) = n$$

$$\Leftrightarrow x'_1 + x'_2 + \cdots + x'_k = n - a_1 - a_2 - \cdots - a_k$$

